Jméno a příjmení:	

Příklad číslo:	1	2	3	4	$\sum$
Počet bodů:					

Příklad 1. *Kolika způsoby můžeme rozdělit 8 pomerančů, 9 banánů a 10 jablek mezi Pepíka, Aničku a Lucinku tak, aby každé dítě dostalo alespoň jeden kus od každého druhu ovoce?*

Řešení. $\binom{7}{2}\binom{8}{2}\binom{9}{2}$. □

Příklad 2.

a) Definujte pojem antisymetrické relace. Udejte příklad relace na tříprvkové množině, která je antisymetrická. (2b)

b) Ze všech binárních relací na n-prvkové množině náhodně vybereme jednu. Jaká je pravděpodobnost, že bude symetrická? (4b)

Řešení. $\frac{2^{\binom{n}{2}+n}}{2^{n^2}} = \frac{1}{2^{\binom{n}{2}}}$. □

Příklad 3. *Je dána soustava*

$$\begin{aligned} x + 2y + bz &= 1 \\ x - y + 2z &= 1 \\ 3x - y &= 1, \end{aligned}$$

pro reálné proměnné x, y, z. Určete parametr b tak, aby soustava měla nekonečně mnoho řešení. Pro vypočtený parametr b tato řešení určete.

Řešení. Podmínka na to, aby determinant matice soustavy byl nulový (nutná podmínka pro existenci nekonečně mnoha řešení) dává $b = -7$. Pro toto b však soustava nemá žádné řešení. Hledané b tedy neexistuje. □

Příklad 4. *Určete příčku mimoběžek*

$$\begin{aligned} p &:= [4,4,2] + t(2,1,2) \\ q &:= [2,-3,0] + s(1,-1,-1), \end{aligned}$$

procházející bodem $[1,1,1]$. Příčkou rozumíme úsečku PQ, kde $P \in p$, $Q \in q$.

Řešení. $P = [2,3,0]$, $Q = [2,-3,0]$. □