IA006 Automaty – závěrečná zkouška

1. termín – 28. 1. 2021 14:00–16:30

Příklad 1 [30 bodů]

Je dána gramatika $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$, kde $N = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ a

$$
\begin{aligned}
P = \{\ & 1.\ S \to Aa, \\
& 2.\ S \to cAc, \\
& 3.\ S \to Bb, \\
& 4.\ A \to bB, \\
& 5.\ B \to ba, \\
& 6.\ B \to a\ \}.
\end{aligned}
$$

(a) Pro $\mathcal{G}$ zkonstruujte $LR(1)$ analyzátor.

(b) Rozhodněte, zda je $\mathcal{G}$ $LALR(1)$ gramatikou. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.

(c) Určete množinu $\{w \in \Sigma^* \mid I(w) = \emptyset\}$. (Popište ji pomocí jazyků nad Σ a standardních operací nad jazyky, nebo pomocí regulárního výrazu nad Σ.)

(d) Rozhodněte, zda $L(\mathcal{G})$ je $LL(1)$ jazyk, tedy zda existuje $LL(1)$ gramatika, která ho generuje. Svoji odpoveď dokažte nebo alespoň zdůvodněte.

Příklad 2 [20 bodů]

(a) Nalezněte konečněstavový přechodový systém s množinou stavů Q takový, že $\sim_2 \neq \sim_3$, ale $\sim_3 = \sim_4$.

(b) Popište, jak vypadají relace aproximující bisimulace ($\sim_i$ pro $i \in \mathbb{N}_0$) na množině Q vašeho přechodového systému.

(c) Najděte **nekonečněstavový** přechodový systém s množinou stavů S, stav $s \in S$ a stav $q \in Q$ takové, že q a s jsou bisimulačně ekvivalentní.

Zadání zkoušky pokračuje na další straně.

Příklad 3 [25 bodů]

(a) Nechť $\Sigma = \{a, b, c\}$. Uveďte nějaký regulární výraz pro jazyk určený následující MSO(Σ)-formulí:

$$\forall x \forall y \Big(\big((Q_a(x) \wedge Q_b(y)) \vee (Q_b(x) \wedge Q_c(y)) \big) \rightarrow x < y \Big)$$

(b) Nechť $\Sigma = \{a, b\}$. Uveďte nějakou MSO(Σ)-formuli, která určuje jazyk zadaný regulárním výrazem $a^* \cdot b^* \cdot a^*$.

(c) Nechť $\Sigma = \{a, b\}$. Uveďte nějakou MSO(Σ)-formuli, která určuje jazyk zadaný regulárním výrazem $a^* \cdot b^* \cdot a^* \cdot b^* \cdot a^*$.

(d) Nechť $\Sigma = \{a, b\}$. Uveďte nějakou MSO(Σ)-formuli, která určuje jazyk zadaný regulárním výrazem $(abab)^*$.

Příklad 4 [25 bodů]

Nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ uvažme jazyk $L = \{\alpha \in \Sigma^\omega \mid c \in inf(\alpha) \wedge |inf(\alpha)| \leq 2\}$.

(a) Sestrojte deterministický Mullerův automat (DMA), který akceptuje L.

(b) Sestrojte nedeterministický Büchiho automat (NBA), který akceptuje L.

(c) Kolik nejméně akceptujících stavů může mít automat z **(b)**? (Tedy přesněji řečeno: určete nejmenší $n \in \mathbb{N}$, pro něž existuje NBA, který akceptuje L a který má právě n akceptujících stavů.) Dokažte správnost své odpovědi.