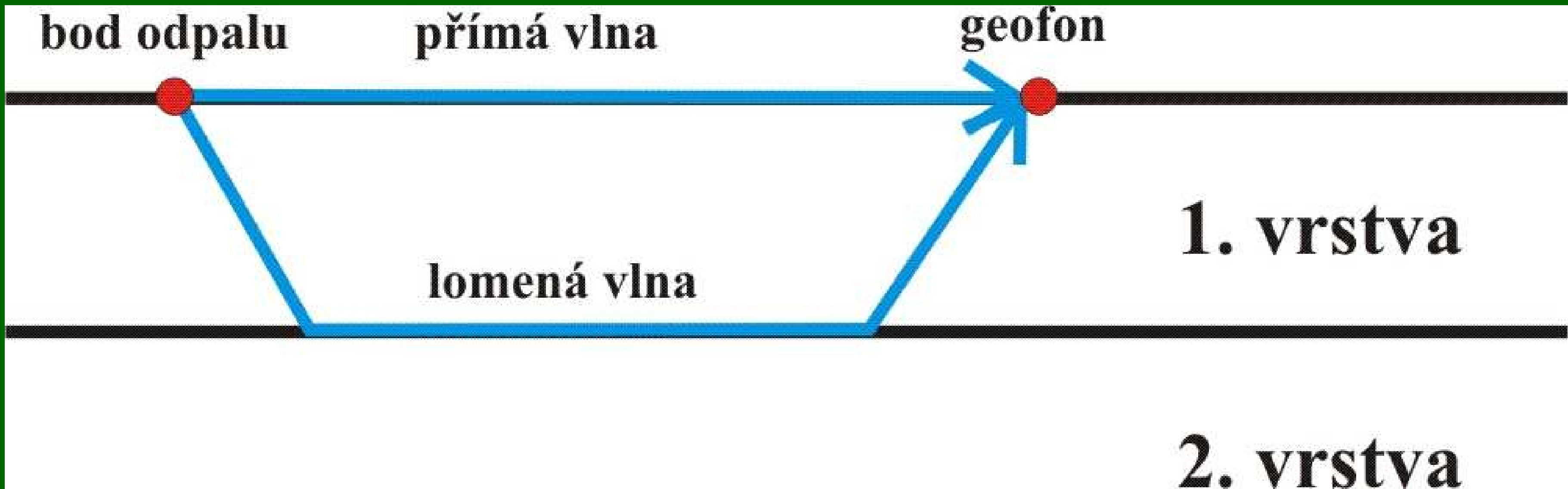
3. Úlohy ze seismiky

Úvodní problém – nakreslete hodochronu přímé a lomené vlny.

Předpokládáme, že zdrojem vln byl odpal na povrchu a lomená vlna vzniká na vodorovném rozhraní v hloubce 10m.
Rychlost vlny v první vrstvě $v_0=600\ ms^{-1}$
Rychlost vlny v druhé vrstvě $v_1=2000\ ms^{-1}$

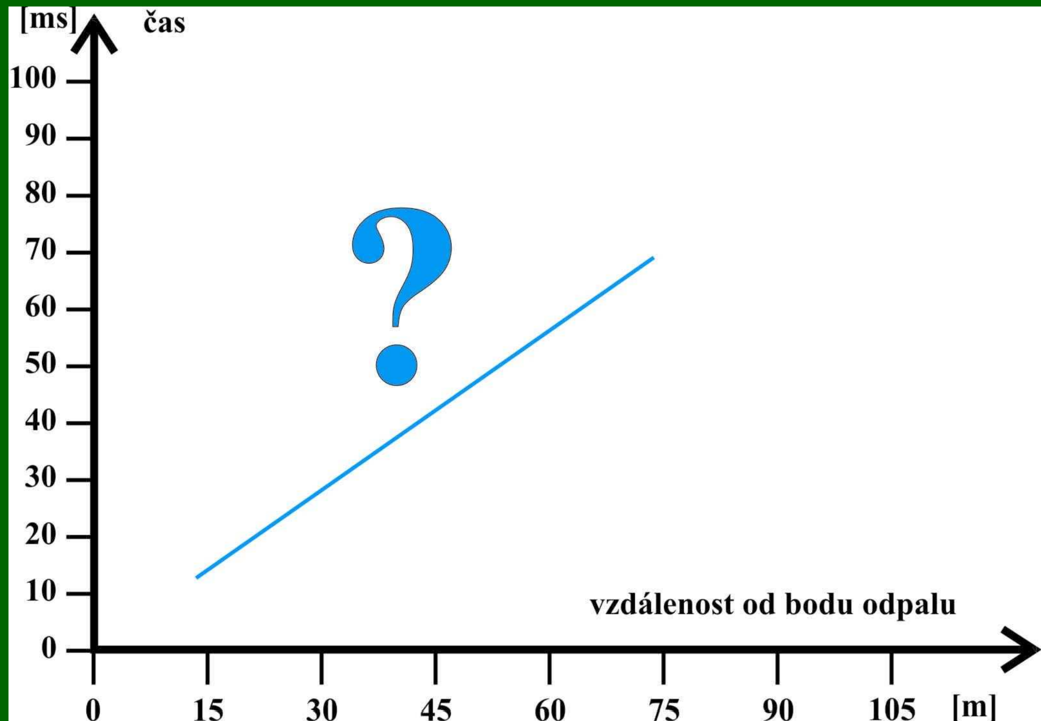


3. Úlohy ze seismiky

Hodochrona je křivka popisující závislost mezi časem detekce a vzdáleností od bodu odpalu. V homogenním prostředí je tato závislost přímková. <u>Budeme ji sledovat na horizontálním profilu.</u>

$$t = \frac{d}{v}$$

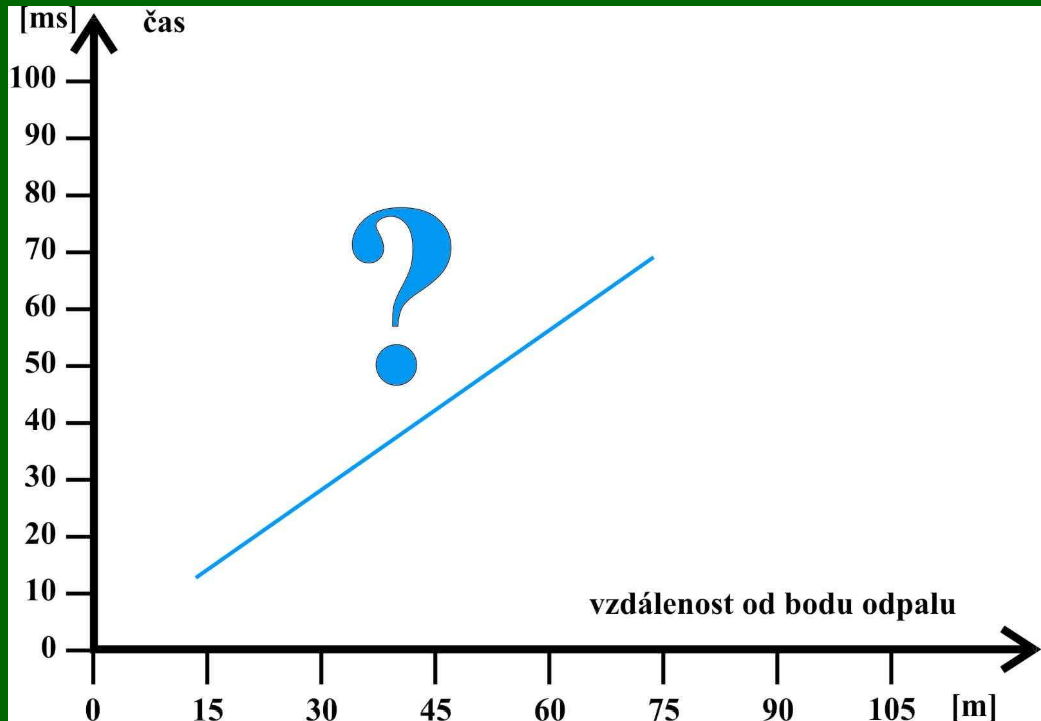
t … čas detekce
d … dráha
v … rychlost



3. Úlohy ze seismiky

Předpokládáme homogenní dvouvrstevné prostředí dané dvěma rychlostmi:
Rychlost vlny v první vrstvě $v_0=600\ ms^{-1}$
Rychlost vlny v druhé vrstvě $v_1=2000\ ms^{-1}$

$$t = \frac{d}{v}$$

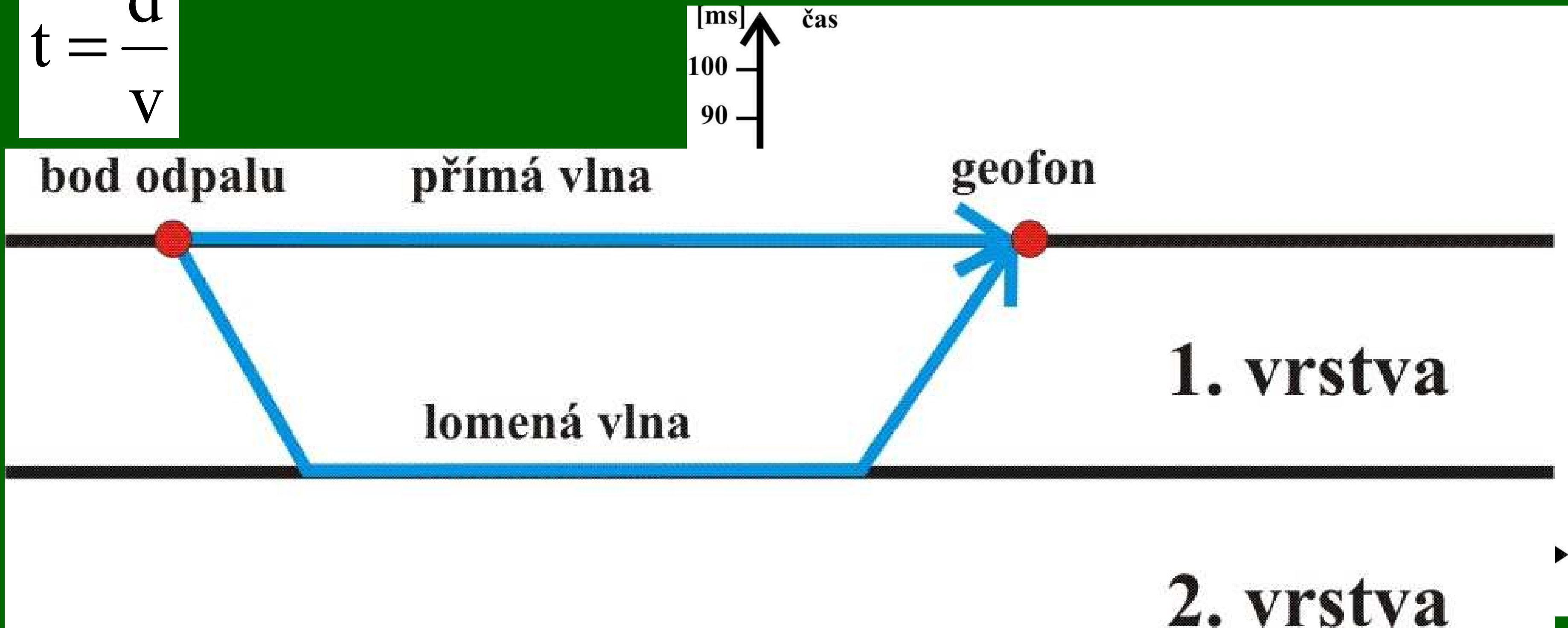


3. Úlohy ze seismiky

Nyní záleží na dráze. Sestrojme nejprve hodochronu **vlny přímé**.

Přímá vlna se pohybuje pouze 1.vrstvou a to po nejkratší dráze.

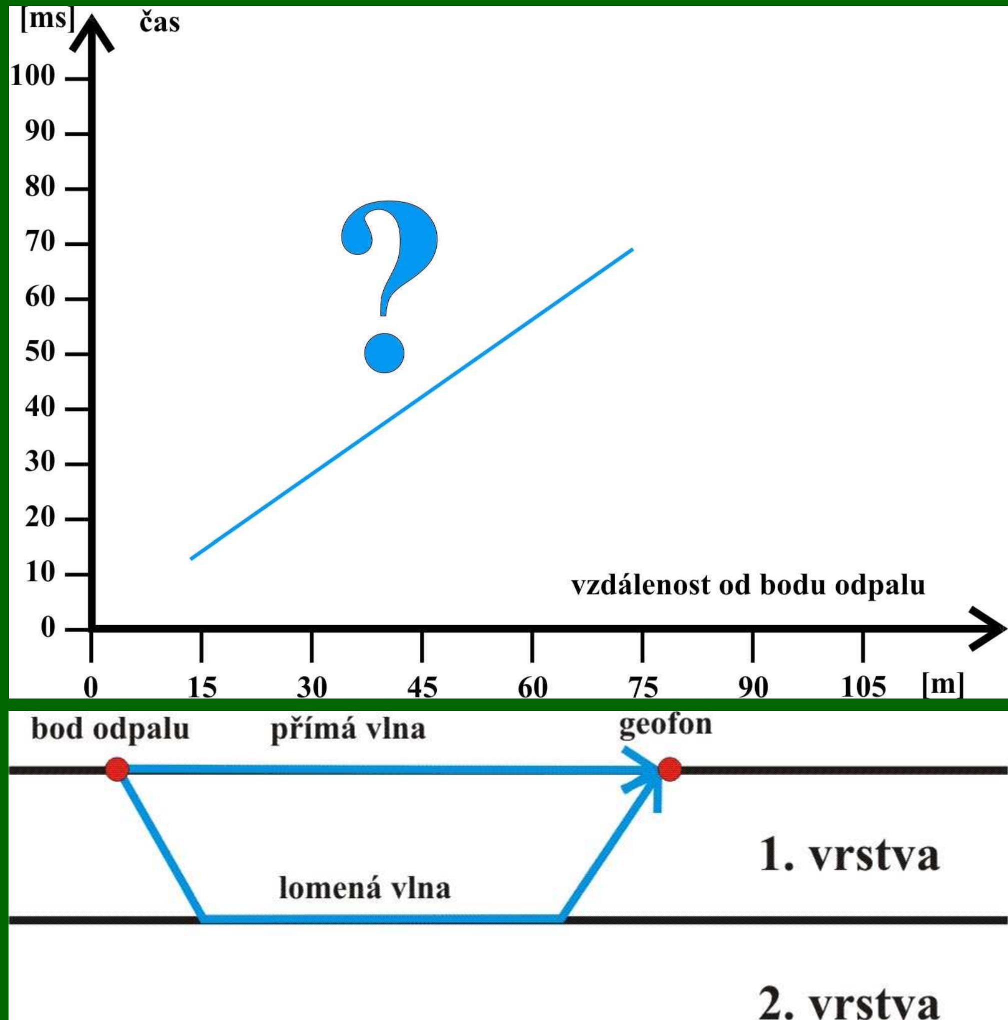
$$t = \frac{d}{v}$$



3. Úlohy ze seismiky

Dráha d tedy odpovídá vzdálenosti od místo odpalu do místa záznamu. Rychlost je konstantní a odpovídá v_0=600 ms^{-1}.

$$t = \frac{d}{v} = \frac{x}{v_0} = \frac{x}{600}$$

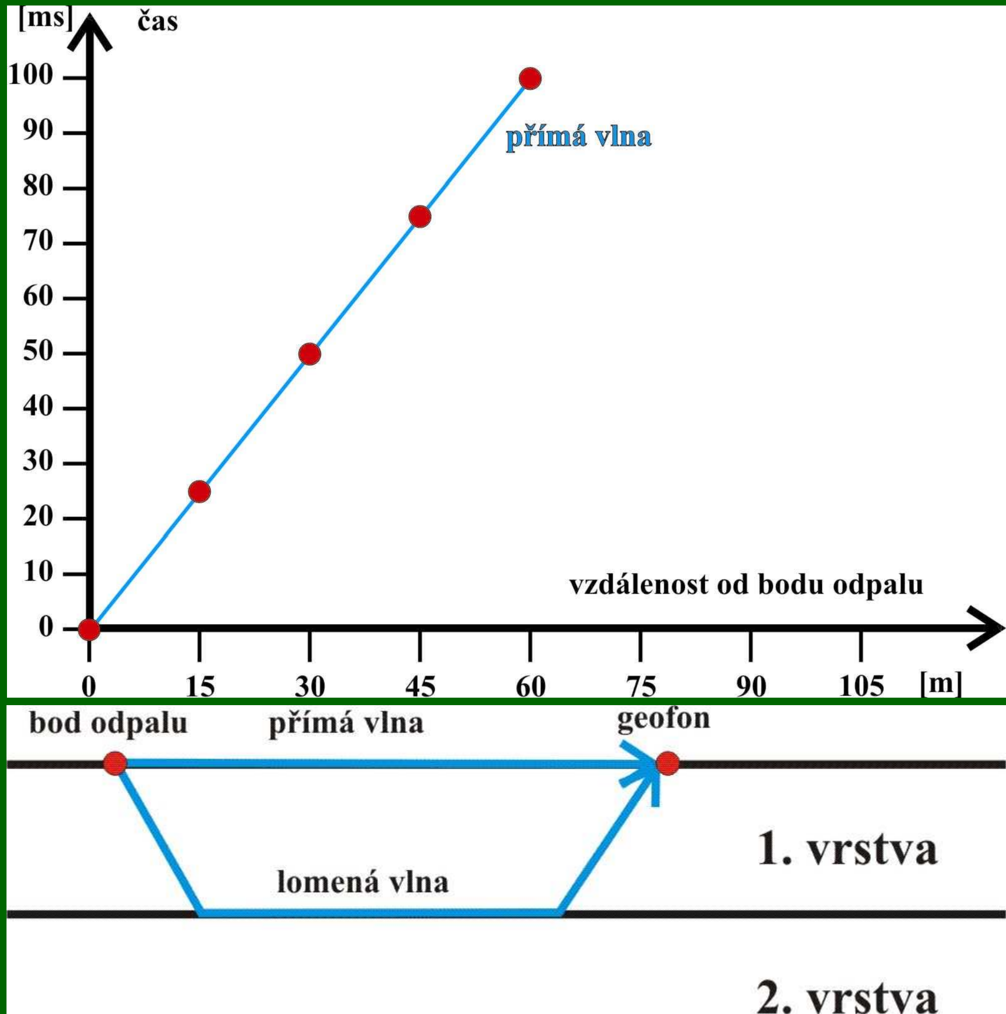


kde x … vzdálenost bodu záznamu od bodu odpalu na vodorovném profilu, na kterém sledujeme čas detekce t.

3. Úlohy ze seismiky

Dráha d tedy odpovídá vzdálenosti od místo odpalu do místa záznamu. Rychlost je konstantní a odpovídá v_0=600 ms^{-1}.

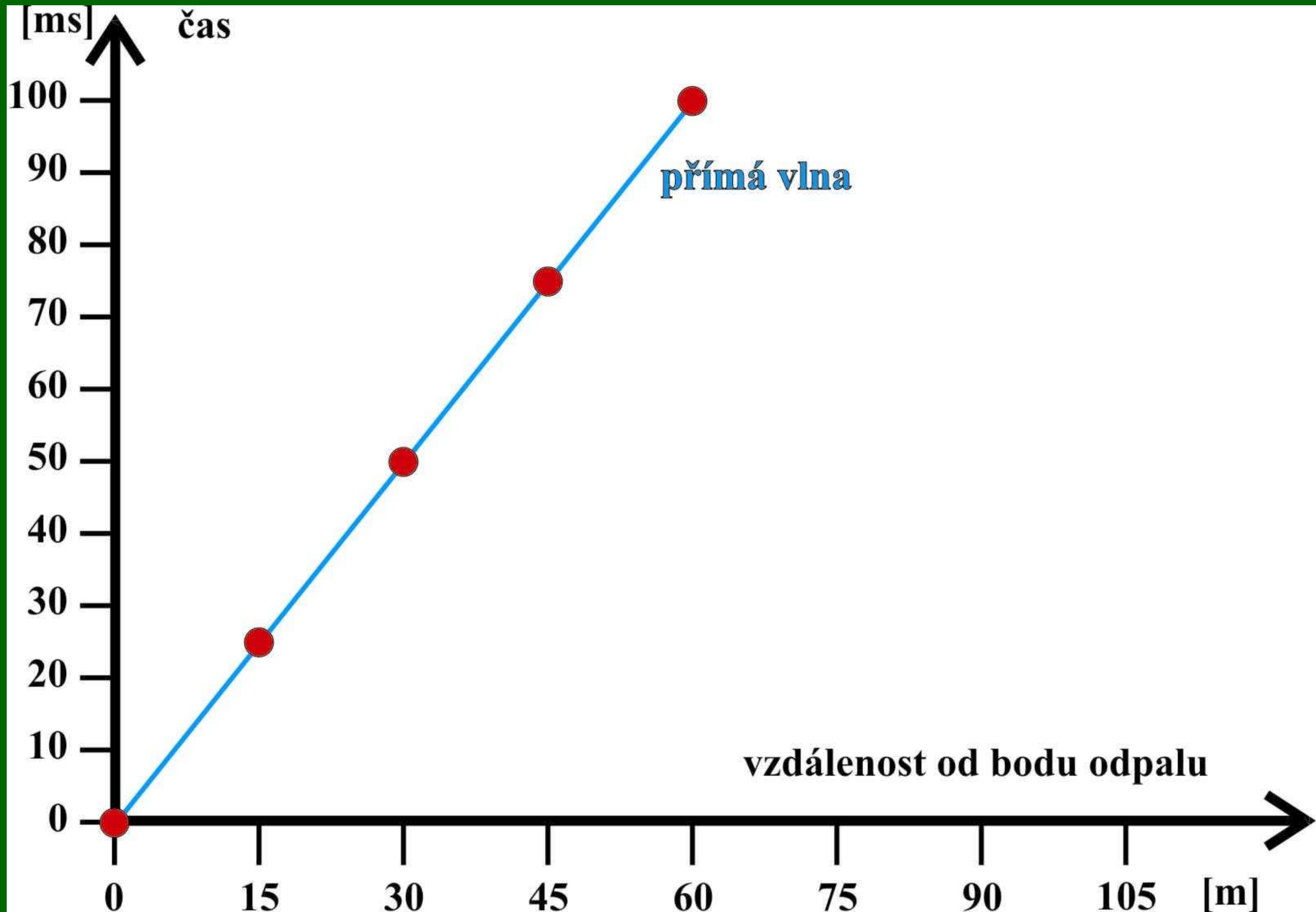
$$t = \frac{d}{v} = \frac{x}{v_0} = \frac{x}{600}$$



kde x … vzdálenost bodu záznamu od bodu odpalu na vodorovném profilu, na kterém sledujeme čas detekce t.

3. Úlohy ze seismiky

Přímá vlna může být detekována již v bodě odpalu a hodochrona přímé vlny prochází počátkem souřadné soustavy.

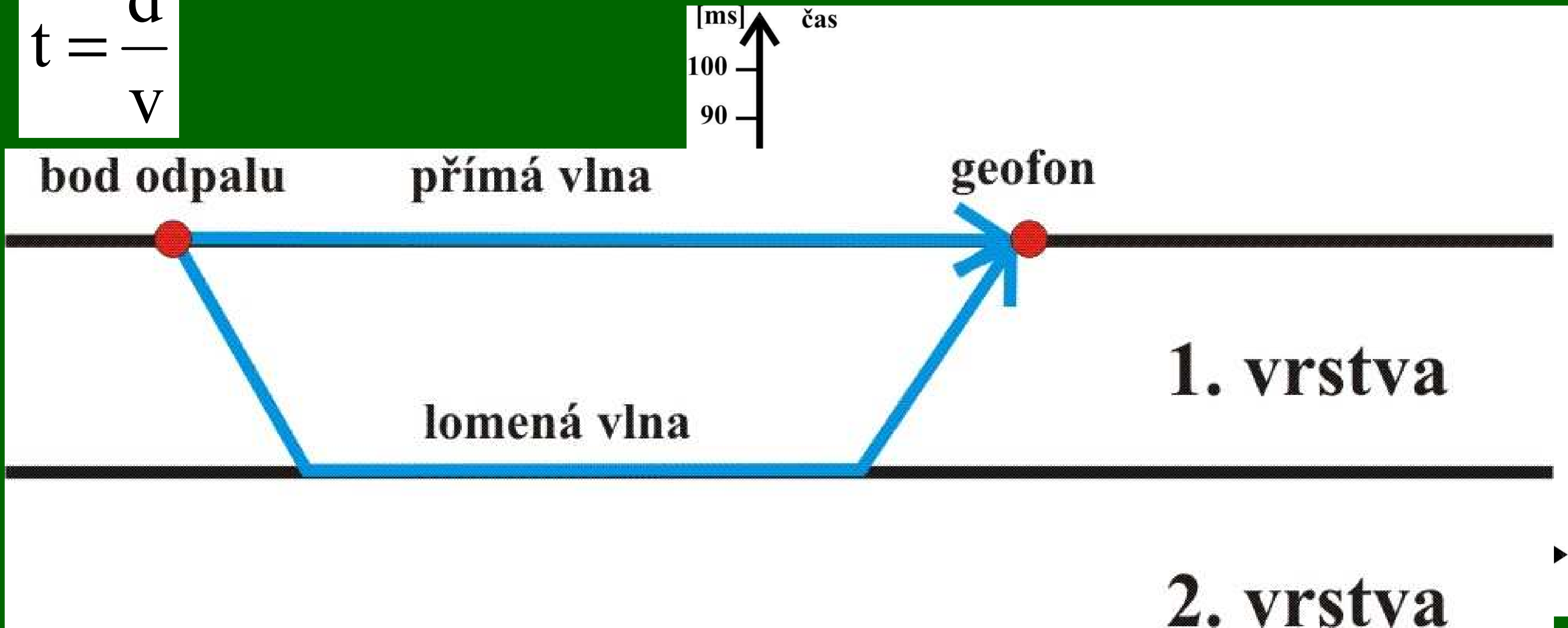


3. Úlohy ze seismiky

Dále sestrojíme hodochronu **vlny lomené**.

Její dráha je komplikovanější.

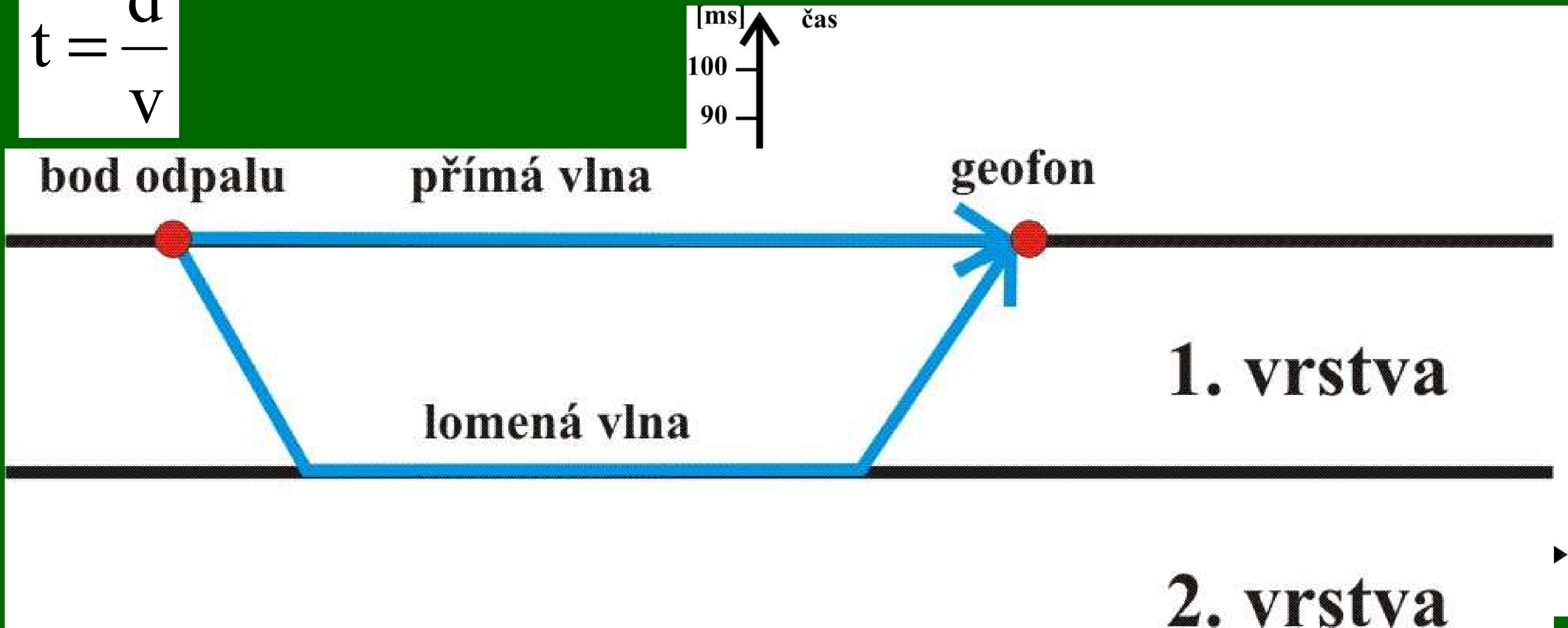
$$t = \frac{d}{v}$$



3. Úlohy ze seismiky

Lomená vlna se šíří 1.vrstvou rychlostí v_0, na rozhraní 1. a 2. vrstvy se láme podél rozhraní, kudy se šíří rychlostí v_1, a pak se opět vraci k povrchu 1.vrstvou rychlostí v_0.

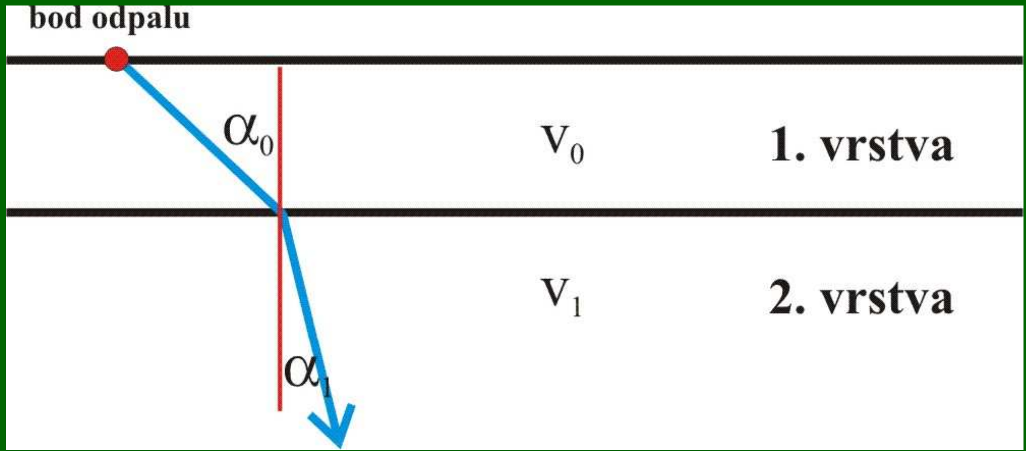
$$t = \frac{d}{v}$$



3. Úlohy ze seismiky

Aby se vlna lámala podél rozhraní, musí na něj dopadat pod kritickým úhlem i, který odvodíme ze Snellova zákona.

$$\frac{\sin \alpha_0}{v_0} = \frac{\sin \alpha_1}{v_1}$$



Willebrord van Roijen Snell

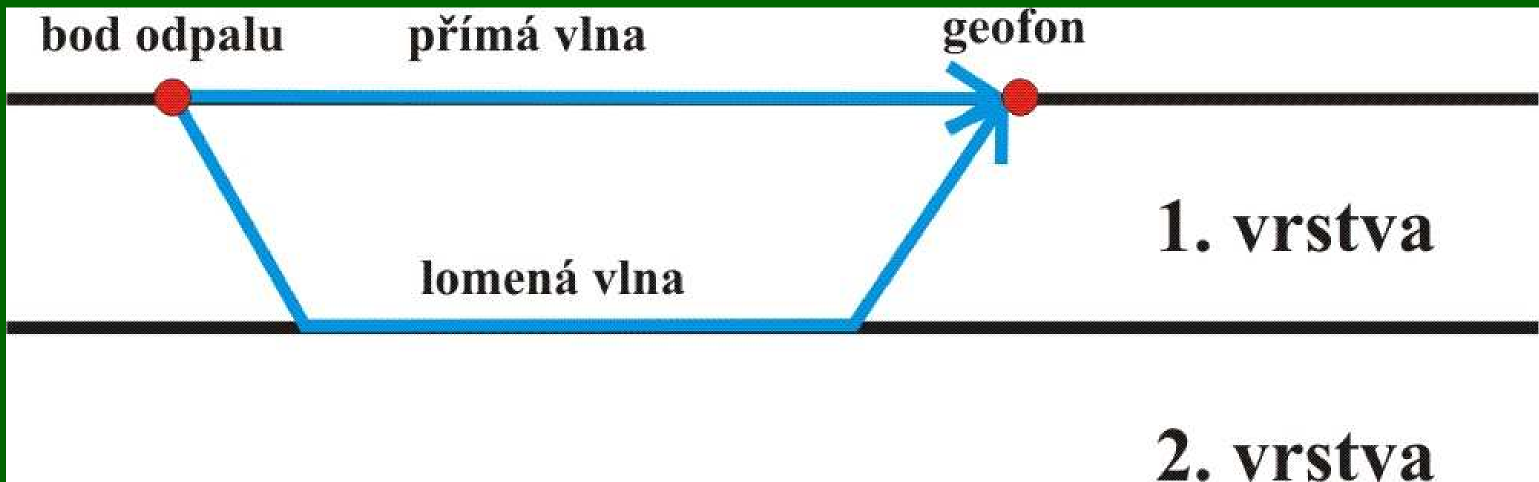
(1580-1626)

3. Úlohy ze seismiky

Kritický úhel odvodíme ze Snellova vztahu:

$$\frac{\sin\alpha_0}{v_0} = \frac{\sin 90°}{v_1} = \frac{1}{v_1}$$

$$\sin(i) = \frac{v_0}{v_1}$$



3. Úlohy ze seismiky

Rychlosti známe, tj. můžeme dosadit do vzorce:

$$\sin(i) = \frac{v_0}{v_1} = \frac{600}{2000} = 0{,}3 \Leftrightarrow$$

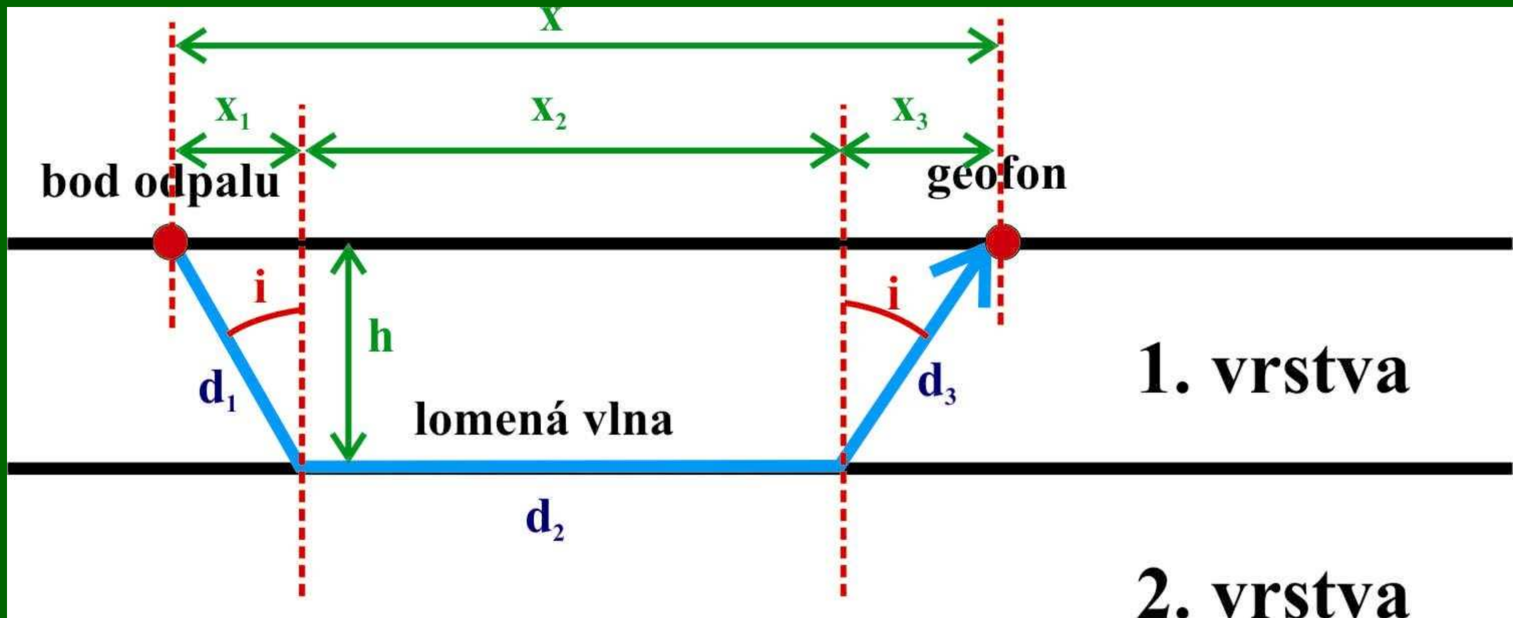
$$\Leftrightarrow i = \arcsin(0{,}3) = 17{,}46°$$

3. Úlohy ze seismiky

Dráhu d i vzdálenost bodu záznamu od bodu odpalu x si můžeme rozdělit na tři úseky:

$$d = d_1 + d_2 + d_3 \qquad d_1 = d_3$$

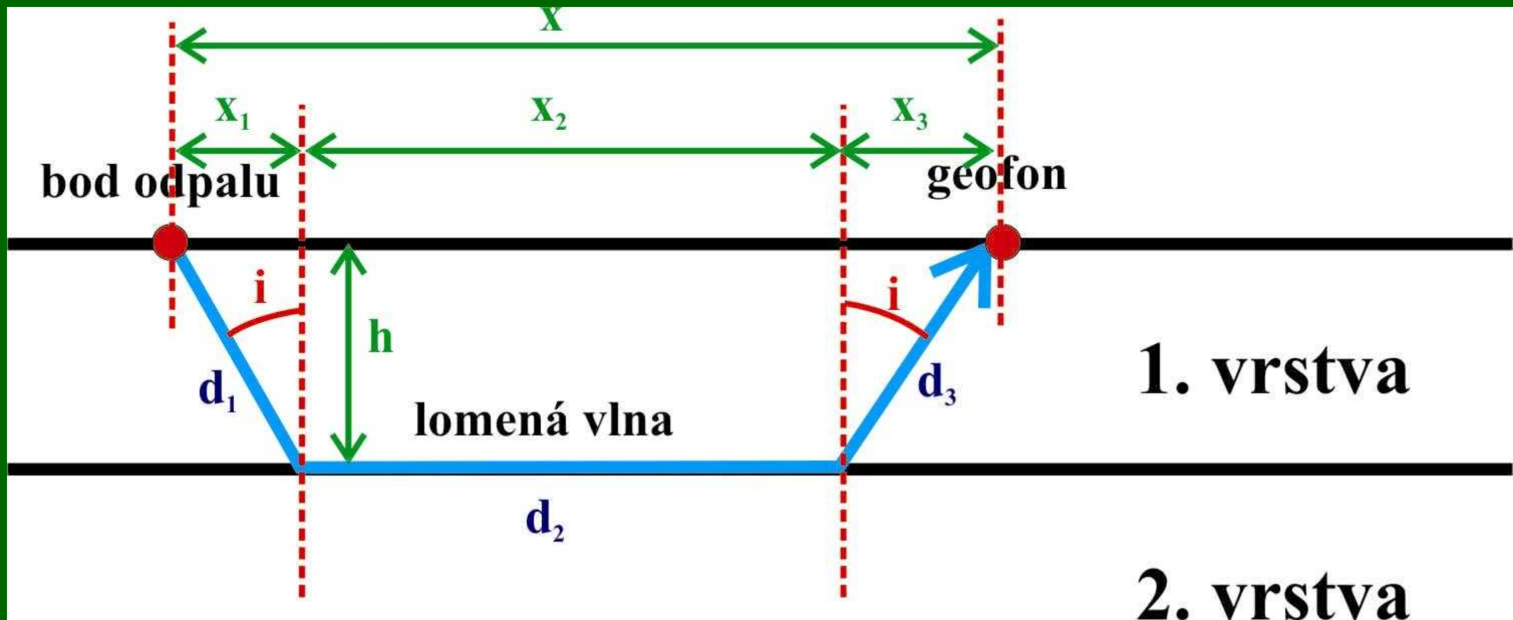
$$x = x_1 + x_2 + x_3 \qquad x_1 = x_3$$



3. Úlohy ze seismiky

Pro úsek d_1 platí:

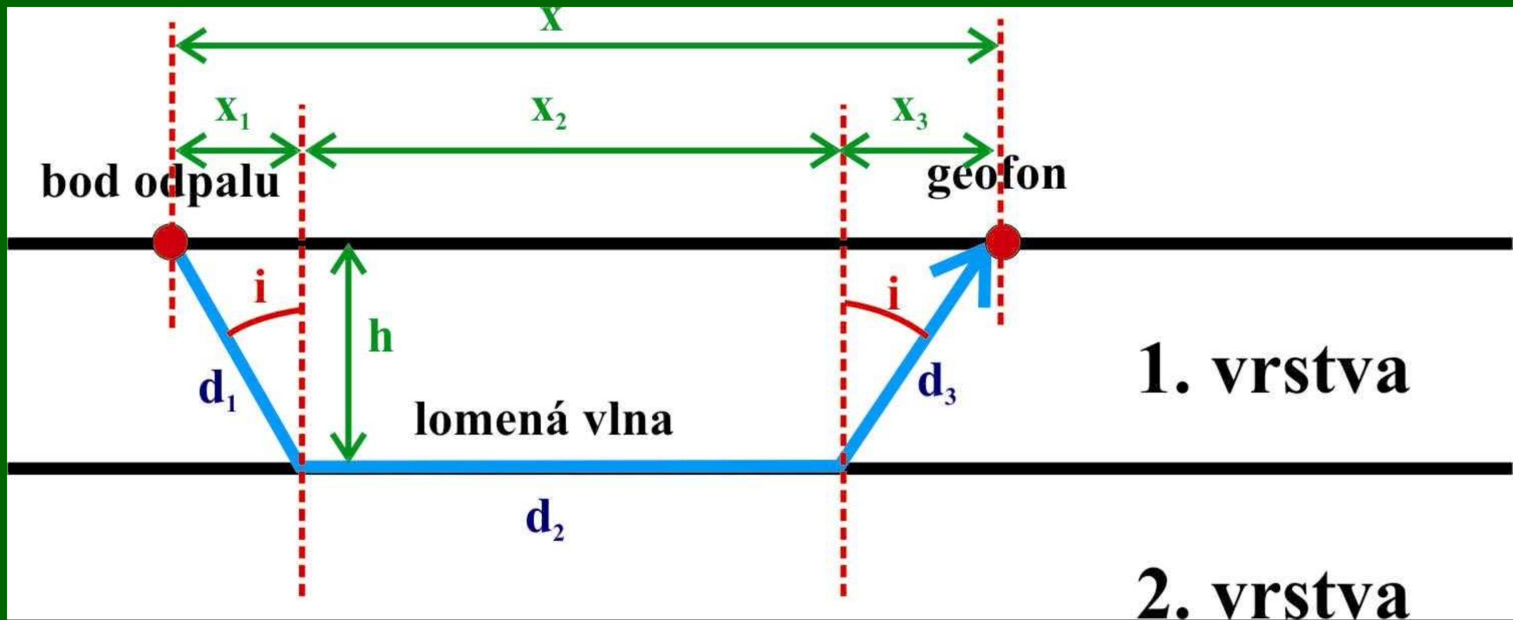
$$\cos(i) = \frac{h}{d_1} \Leftrightarrow d_1 = \frac{h}{\cos(i)}$$



3. Úlohy ze seismiky

Totéž platí pro úsek d_3:

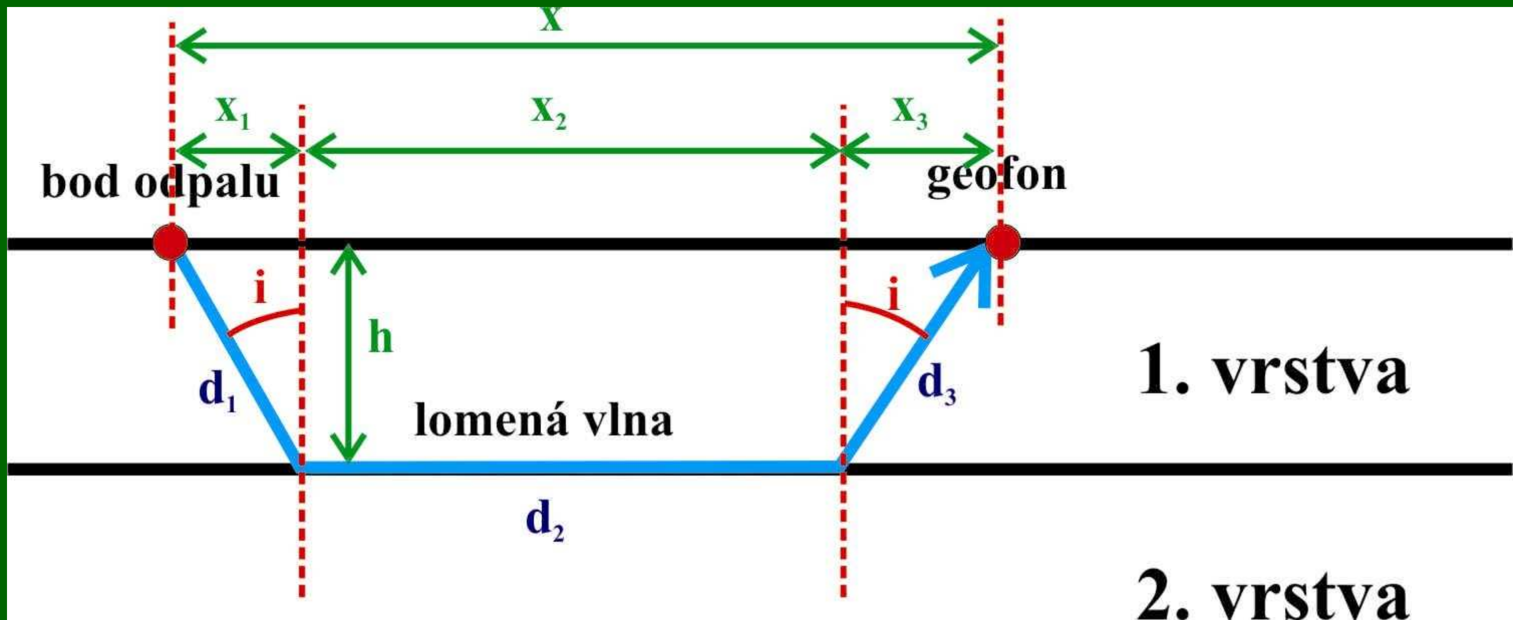
$$d_3 = d_1 = \frac{h}{\cos(i)}$$



3. Úlohy ze seismiky

Pro úsek d_2 platí: $$d_2 = x_2 = x - (x_1 + x_3)$$

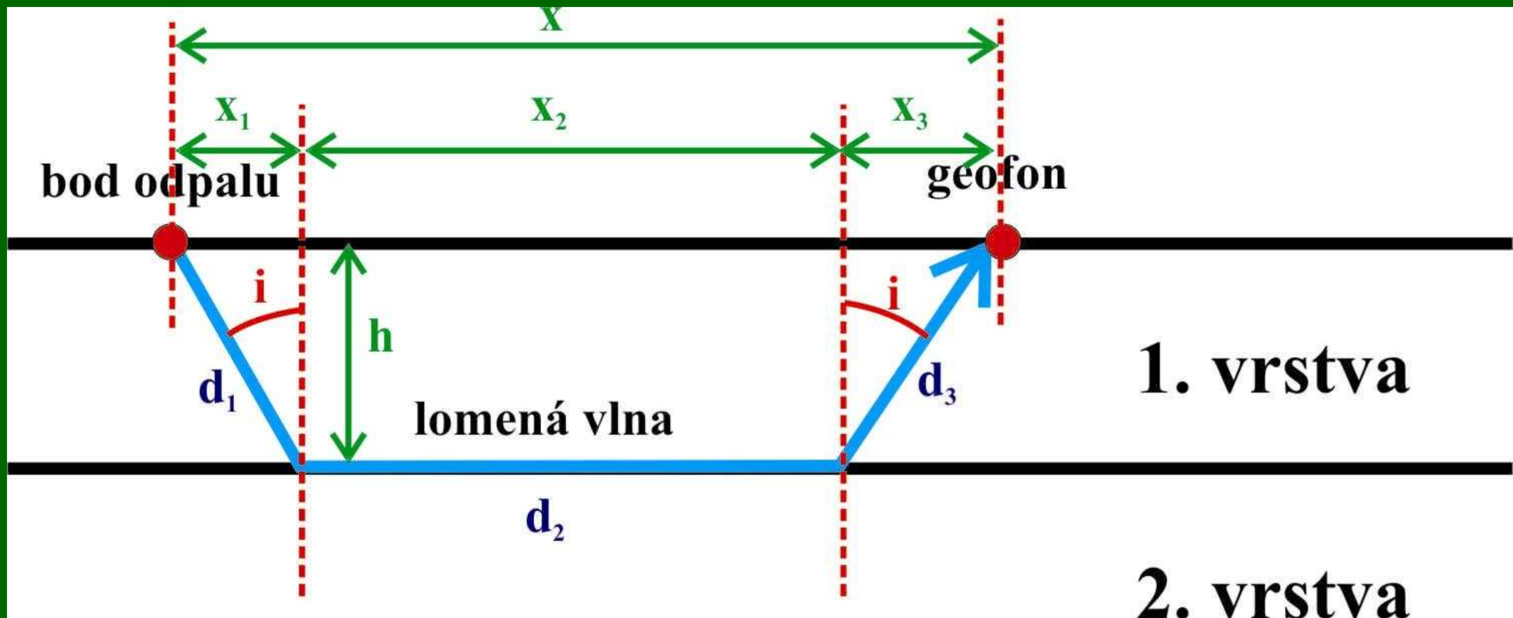
Protože $x_1 = x_3$ platí: $$d_2 = x - (2x_1)$$



3. Úlohy ze seismiky

Pro úsek x_1 platí:

$$tg(i) = \frac{x_1}{h} \Leftrightarrow x_1 = h.tg(i)$$

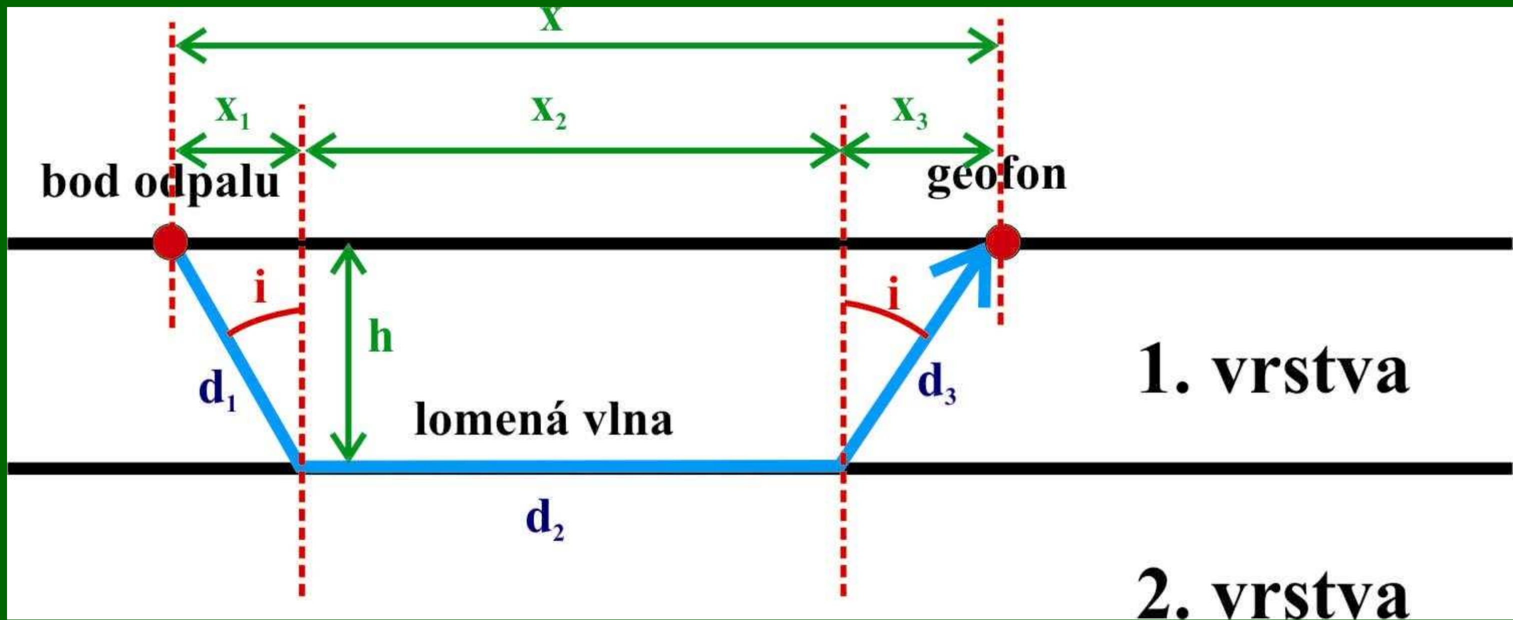


3. Úlohy ze seismiky

Tedy, pro úsek d_2 platí:

$$d_2 = x - (2x_1) \qquad d_2 = x - (2.h.tg(i))$$

$$tg(i) = \frac{x_1}{h} \Leftrightarrow x_1 = h.tg(i)$$

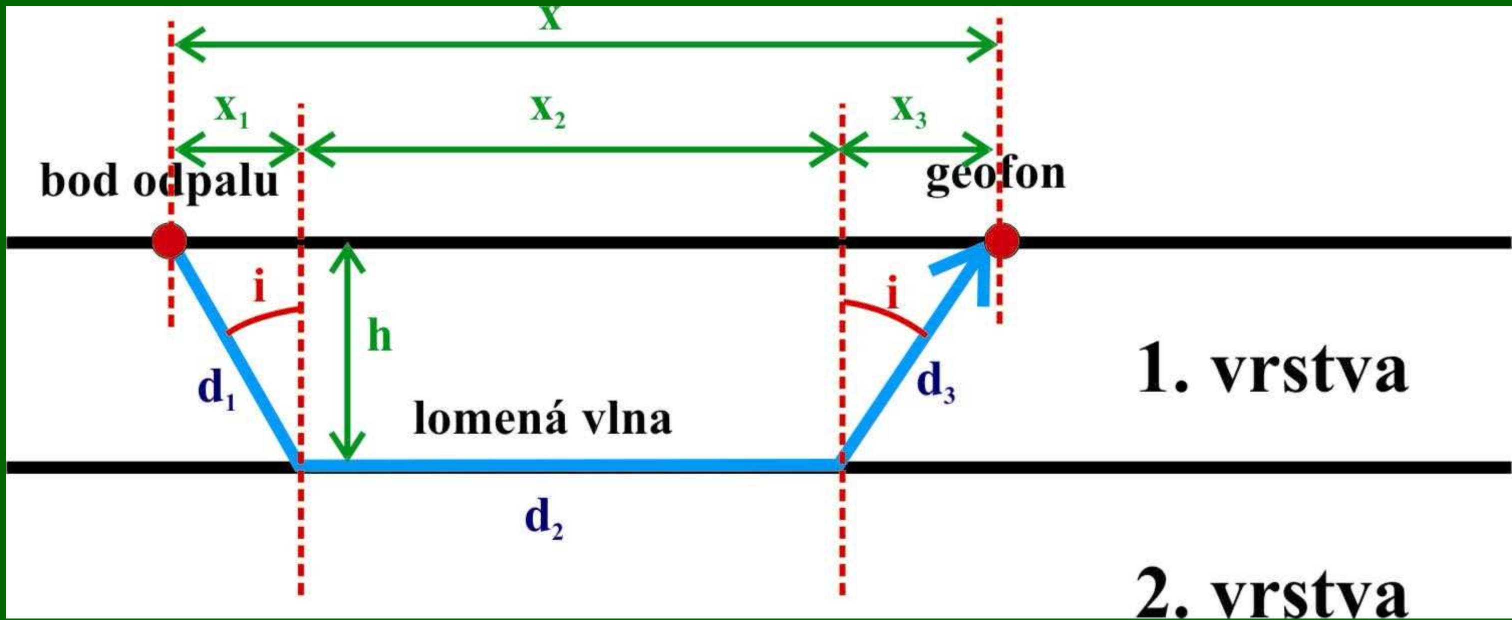


3. Úlohy ze seismiky

Přitom drahami d_1 a d_3 se signál šíří rychlostí v_0, dráhou d_2 se signál šíří rychlostí v_1. Pro čas detekce t tedy platí:

$$t = \frac{d_1}{v_0} + \frac{d_2}{v_1} + \frac{d_3}{v_0}$$

$$d_1 = d_3 \Leftrightarrow t = \frac{2.d_1}{v_0} + \frac{d_2}{v_1}$$



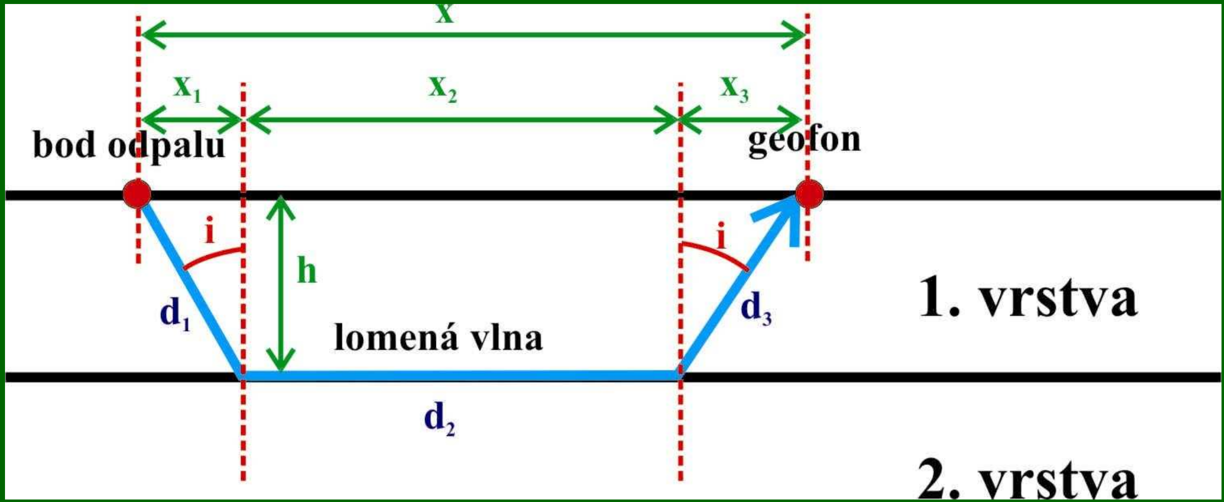
3. Úlohy ze seismiky

Tedy:

$$d_1 = \frac{h}{\cos(i)}$$

$$d_2 = x - (2.h.tg(i))$$

$$t = \frac{2.d_1}{v_0} + \frac{d_2}{v_1} = \frac{2.\dfrac{h}{\cos(i)}}{v_0} + \frac{x - 2.h.tg(i)}{v_1}$$

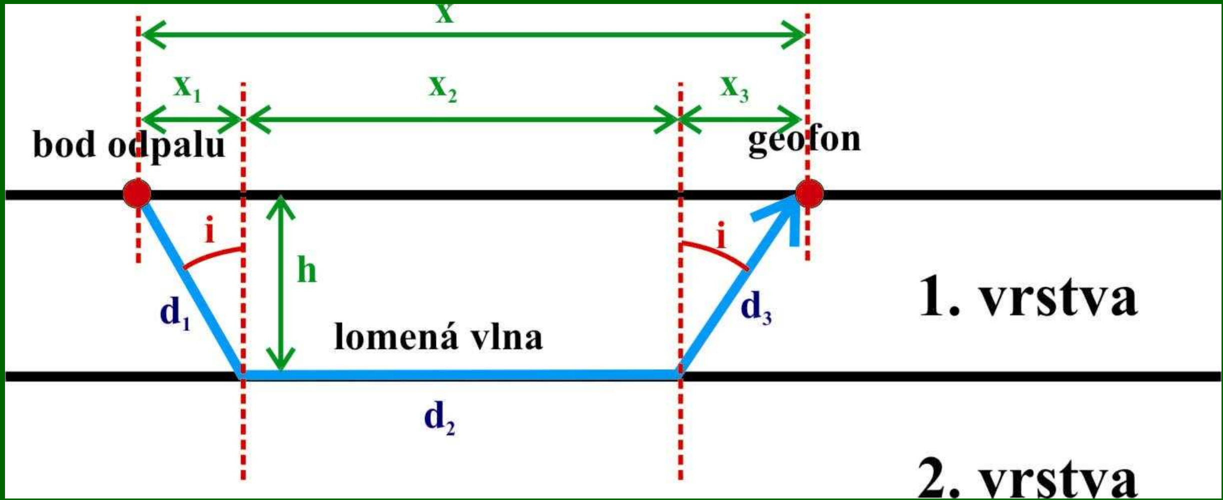


3. Úlohy ze seismiky

Tedy:

$$t = \frac{2.\dfrac{h}{\cos(i)}}{v_0} + \frac{x - 2.h.tg(i)}{v_1} =$$

$$= \frac{2.h}{v_0.\cos(i)} + \frac{x - 2.h.tg(i)}{v_1}$$

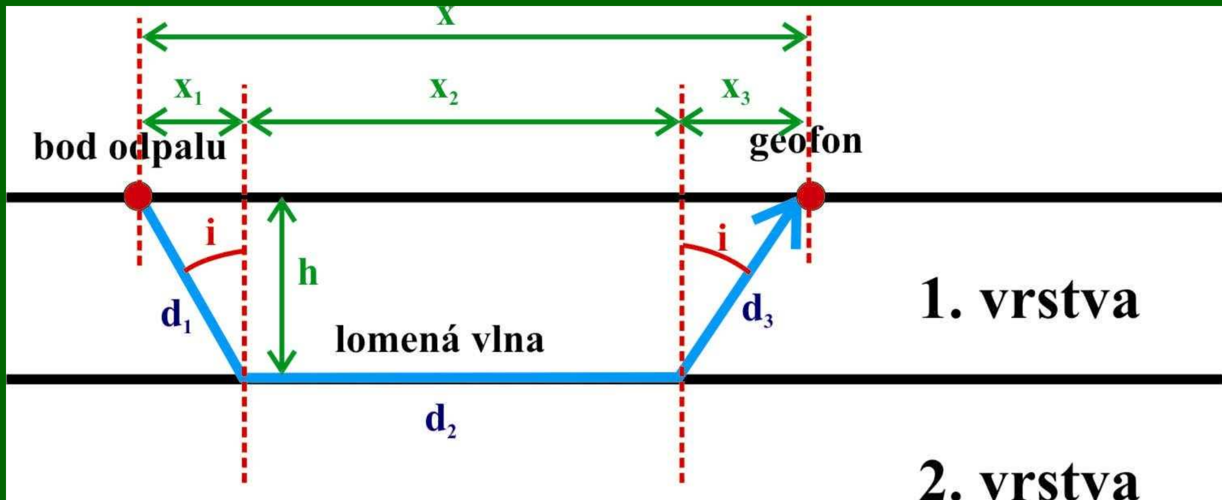


3. Úlohy ze seismiky

Nyní již můžeme dosadit do vzorce hodnoty všech proměnných:

$$t = \frac{2.h}{v_0.\cos(i)} + \frac{x - 2.h.tg(i)}{v_1} =$$

$$= \frac{2.10}{600.\cos(17{,}46°)} + \frac{x - 2.10.tg(17{,}46°)}{2000}$$

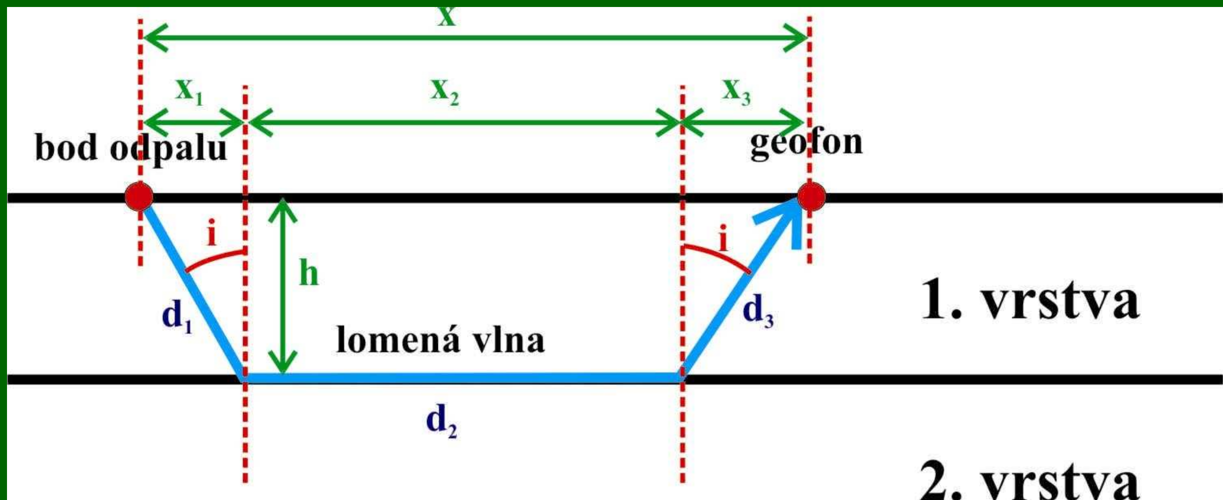


3. Úlohy ze seismiky

Nyní již můžeme dosadit do vzorce hodnoty všech proměnných:

$$t = \frac{2.10}{600.\cos(17{,}46°)} + \frac{x - 2.10.\mathrm{tg}(17{,}46°)}{2000} =$$

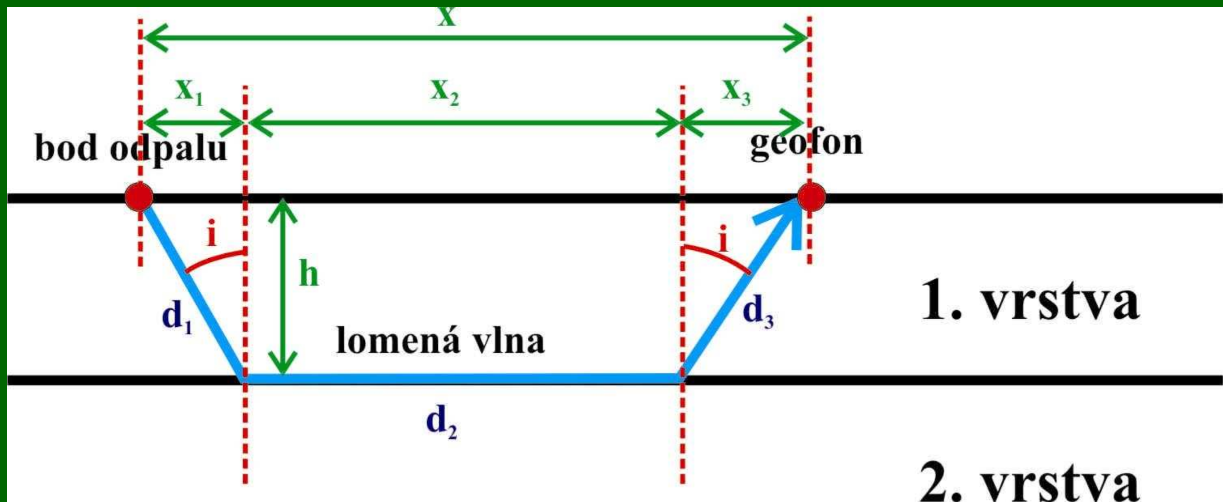
$$\frac{20}{600.0{,}954} + \frac{x - 20.0{,}314}{2000} = 0{,}035 + \frac{x - 6{,}28}{2000}$$



3. Úlohy ze seismiky

Nyní můžeme dosazovat různá x a vypočítat odpovídající časy t, které pak můžeme vynést do grafu.

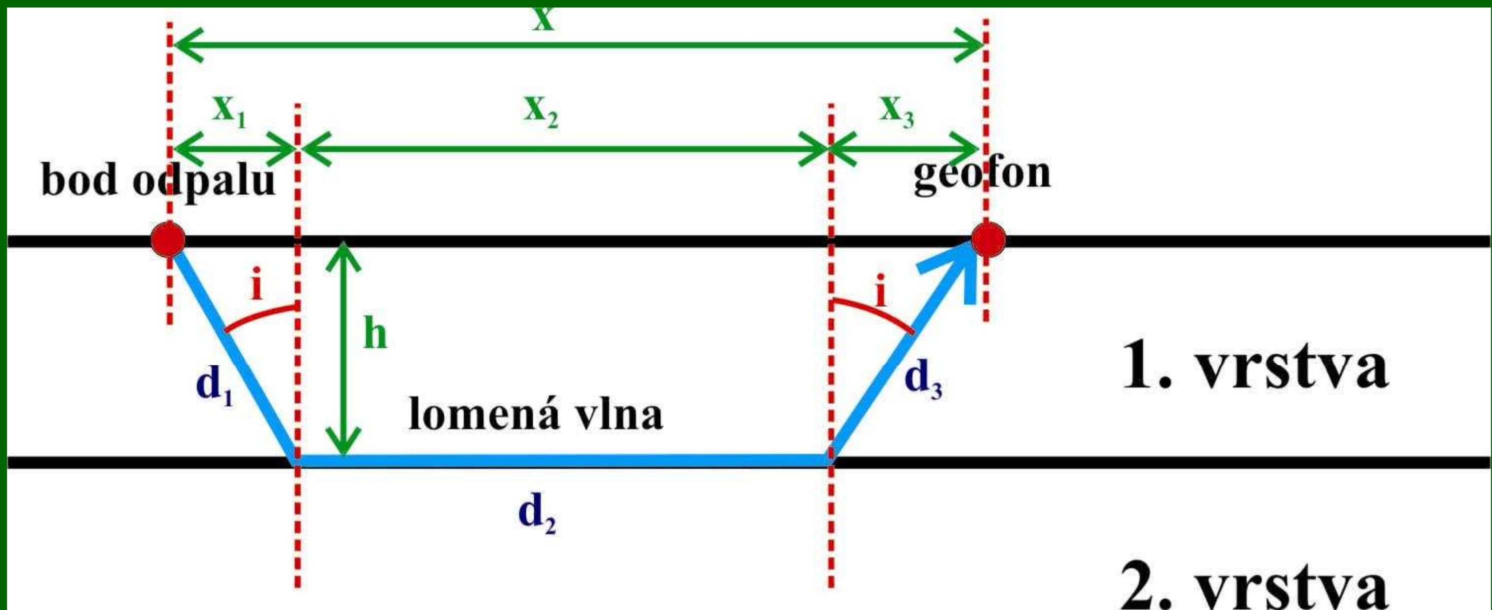
$$t = 0{,}035 + \frac{x - 6{,}28}{2000}$$



3. Úlohy ze seismiky

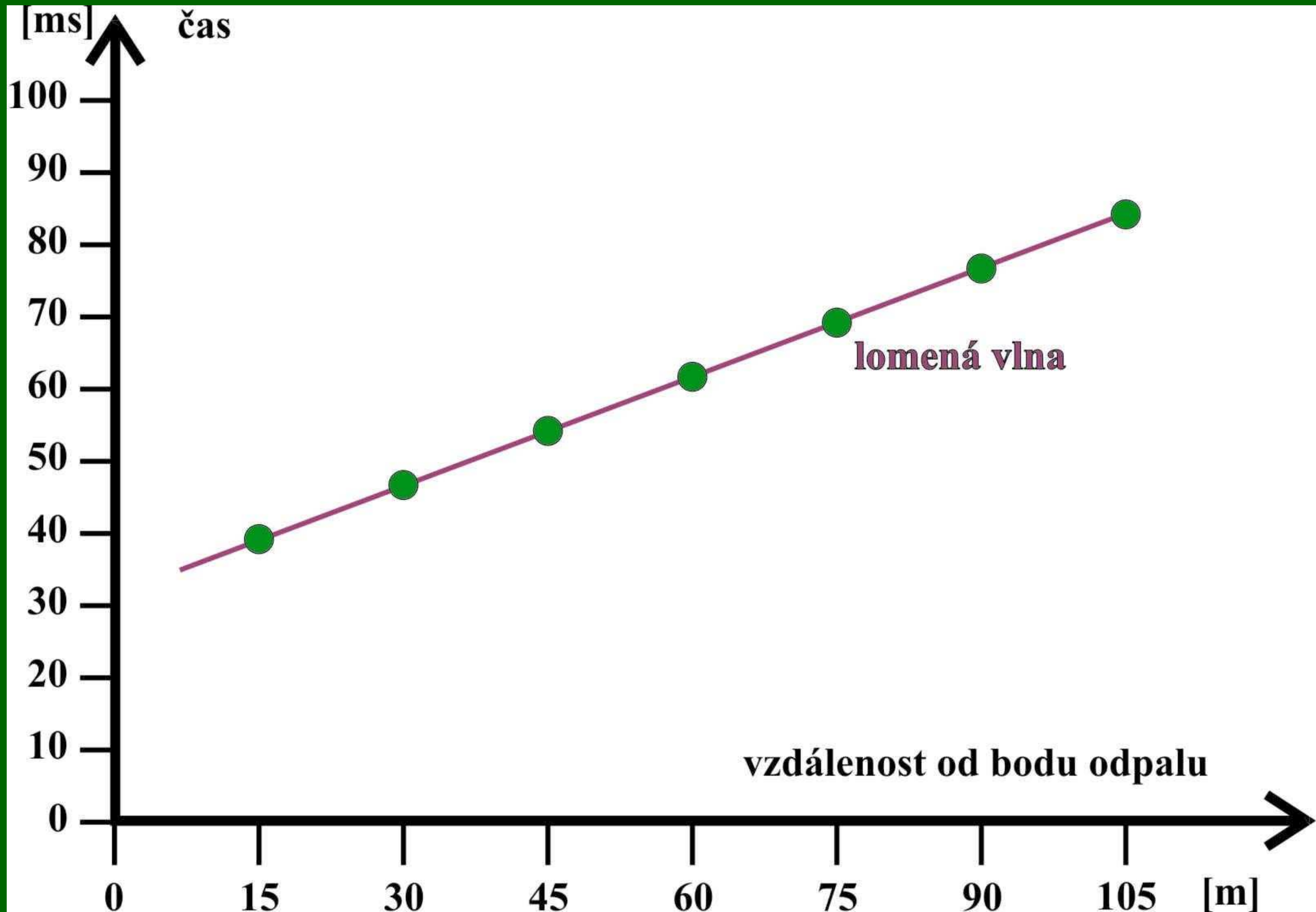
Je zřejmé, že lomená vlna nemůže být detekována již v bodě odpalu, ale že může dosáhnou povrchu nejdříve ve vzdálenosti $x_1+x_3=2.x_1$

$$x_1 = h.tg(i) = 10.tg(17{,}46°) = 3{,}14$$
$$2x_1 = 6{,}3m$$



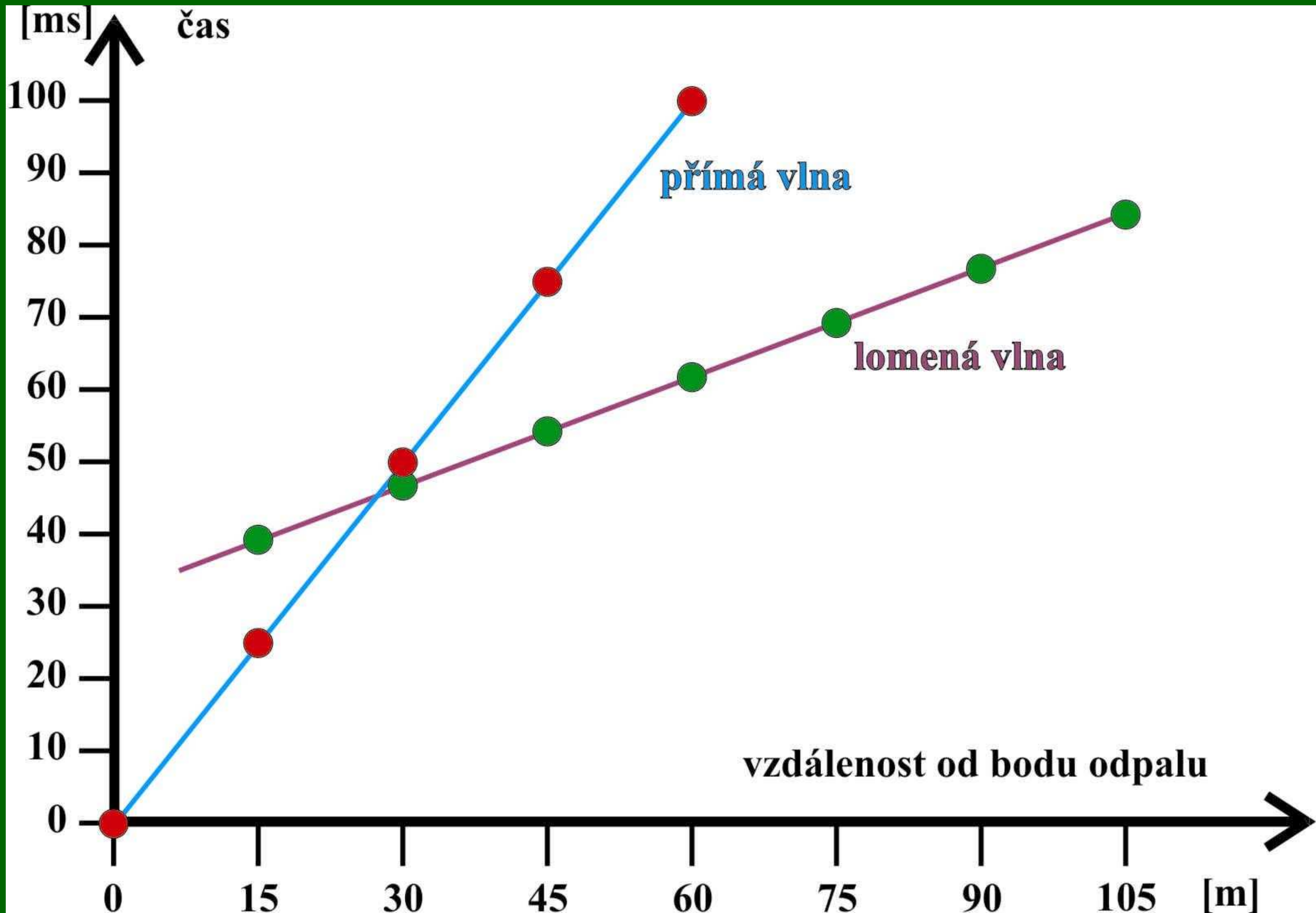
3. Úlohy ze seismiky

Lomená vlna nemůže být detekována již v bodě odpalu a hodochrona lomené vlny neprochází počátkem souřadné soustavy.



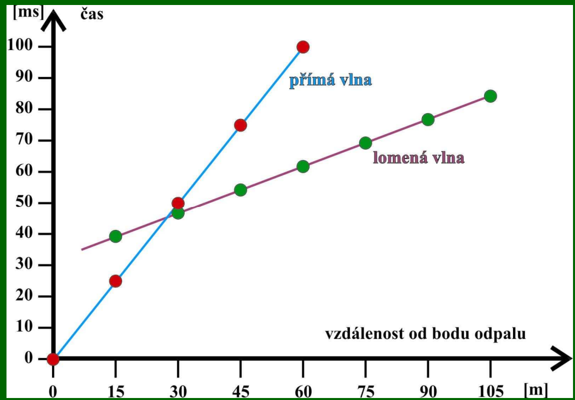
3. Úlohy ze seismiky

Nyní máme sestrojeny hodochrony přímé i lomené vlny.



3. Úlohy ze seismiky

Úlohy vycházející z úvodního problému:



$$\frac{\sin \alpha_0}{v_0} = \frac{\sin \alpha_1}{v_1} \qquad \sin(i) = \frac{v_0}{v_1}$$

Úloha 3.1: Urči úhel, pod kterým se signál bude lámat do druhé vrstvy, jestliže na rozhraní mezi 1. a 2. vrstvou dopadl pod úhlem 20°, rychlost v_0 v 1.vrstvě je 800ms^{-1} a rychlost v_1 ve 2. vrstvě je 1800ms^{-1}.

3. Úlohy ze seismiky

Úloha 3.1: Urči úhel, pod kterým se signál bude lámat do druhé vrstvy, jestliže na rozhraní mezi 1. a 2. vrstvou dopadl pod úhlem 20°, rychlost v_0 v 1.vrstvě je 800ms^{-1} a rychlost v_1 ve 2. vrstvě je 1800ms^{-1}.

Výjdeme ze Snellova zákona:

$$\frac{\sin\alpha_0}{v_0} = \frac{\sin\alpha_1}{v_1}$$

3. Úlohy ze seismiky

Snadno si vyjádříme úhel lomu α_1:

$$\frac{\sin\alpha_0}{v_0} = \frac{\sin\alpha_1}{v_1} \Leftrightarrow \sin\alpha_1 = \frac{v_1.\sin\alpha_0}{v_0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{v_1.\sin\alpha_0}{v_0}\right)$$

3. Úlohy ze seismiky

Nyní snadno dosadíme do vzorce:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{v_1 . \sin \alpha_0}{v_0}\right) = \arcsin\left(\frac{1800 . \sin 20^\circ}{800}\right) =$$

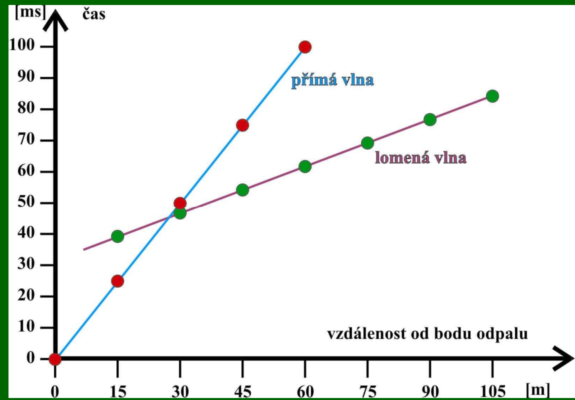
$$= \arcsin(0{,}8) \cong 50{,}3^\circ$$

3. Úlohy ze seismiky

Úlohy vycházející z úvodního problému:

$$\frac{\sin \alpha_0}{v_0} = \frac{\sin \alpha_1}{v_1}$$

$$\sin(i) = \frac{v_0}{v_1}$$



Úloha 3.2: Urči kritický úhel, pod kterým dopadá lomená vlna na rozhraní, jestliže rychlost v_0 v 1.vrstvě je $800 ms^{-1}$ a rychlost v_1 ve 2. vrstvě je $1800 ms^{-1}$.

3. Úlohy ze seismiky

Úloha 3.2: Urči kritický úhel, pod kterým dopadá lomená vlna na rozhraní, jestliže rychlost v_0 v 1.vrstvě je 800ms^{-1} a rychlost v_1 ve 2. vrstvě je 1800ms^{-1}.

Pro kritický úhel i platí toto pravidlo odvozené ze Snellova zákona:

$$\sin(i) = \frac{v_0}{v_1}$$

3. Úlohy ze seismiky

Tj.

$$\sin(i) = \frac{v_0}{v_1} \Leftrightarrow i = \arcsin\left(\frac{v_0}{v_1}\right)$$

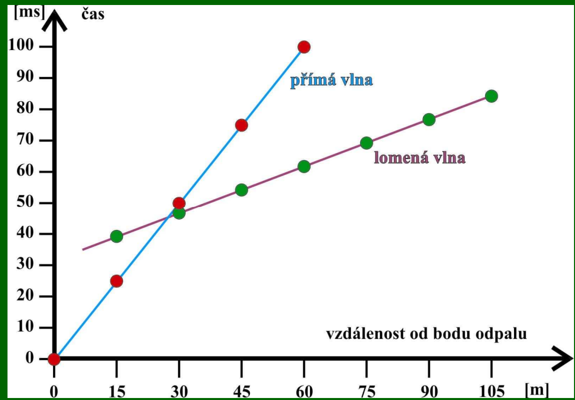
Nyní snadno dosadíme do vzorce:

$$i = \arcsin\left(\frac{v_0}{v_1}\right) = \arcsin\left(\frac{800}{1800}\right) = \arcsin(0{,}4) = 26{,}4°$$

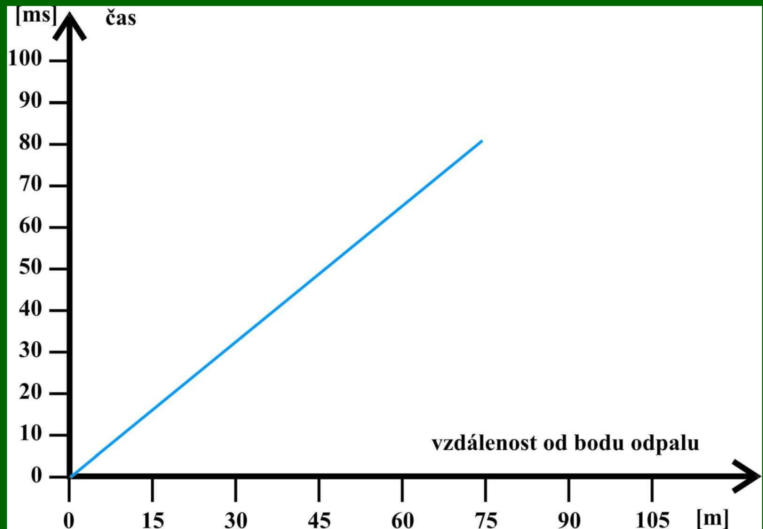
3. Úlohy ze seismiky

Úlohy vycházející z úvodního problému:

$$t = \frac{d}{v}$$



Úloha 3.3: Urči z hodochrony přímé vlny její rychlost.

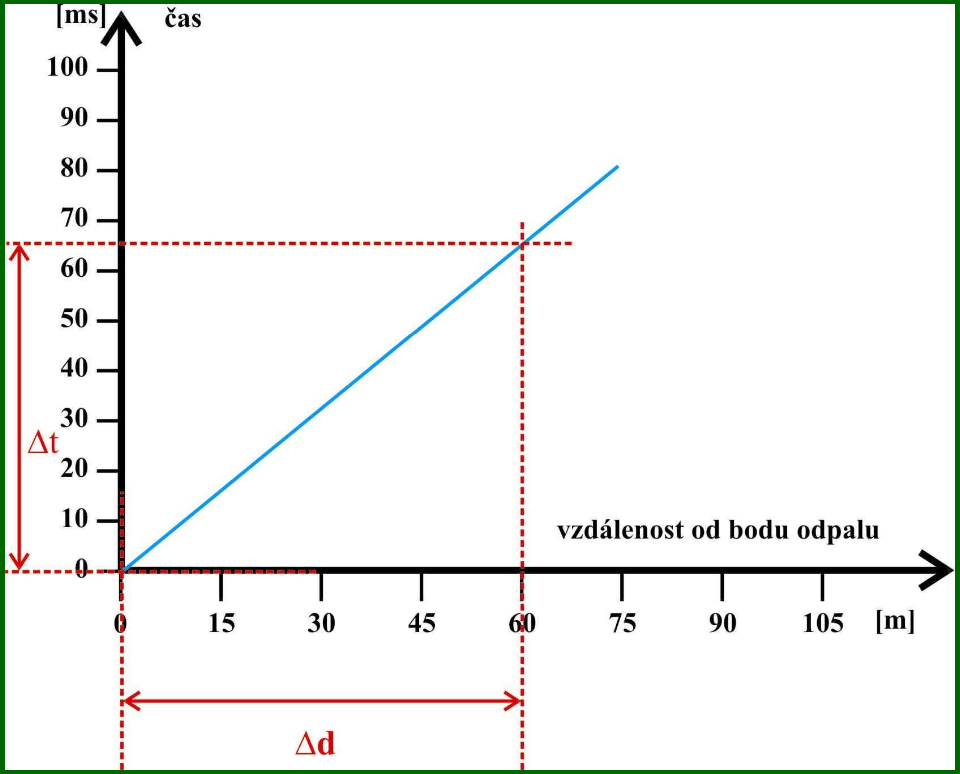


3. Úlohy ze seismiky

Úloha 3.3: Urči z hodochrony přímé vlny její rychlost.

Hodochrona znázorňuje vzdálenost času detekce (šíření) vlny na vzdálenosti. Přímo z grafu tedy můžeme odečist příslušný úsek dráhu a času.

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

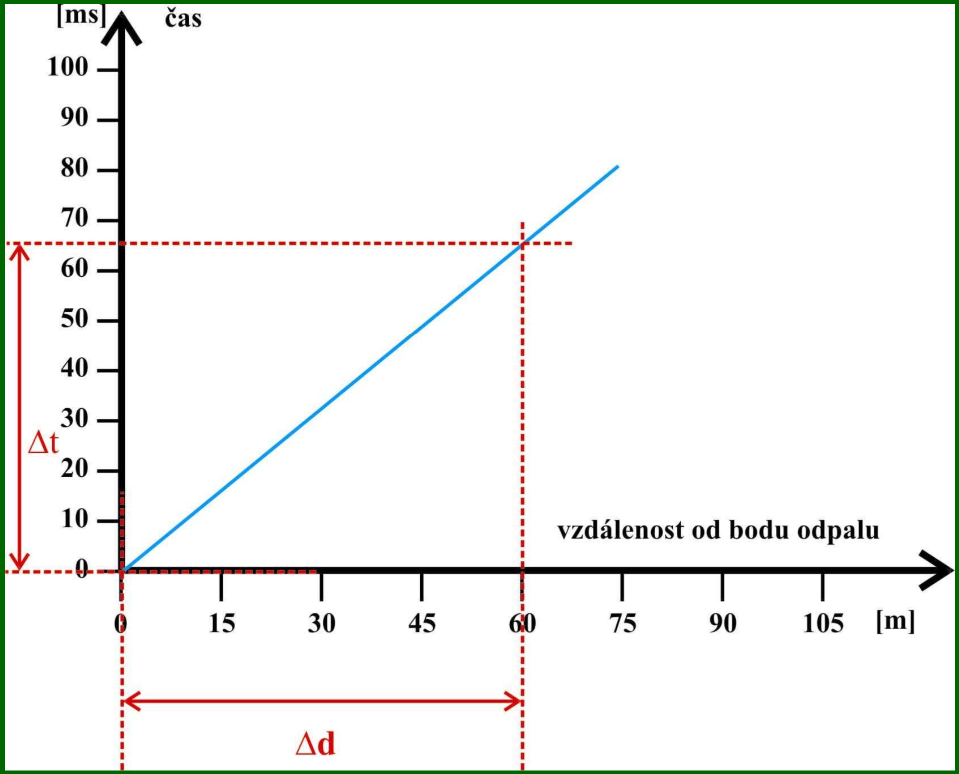


3. Úlohy ze seismiky

Podíl příslušných úseků dráhy a času odpovídá rychlosti:

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} =$$

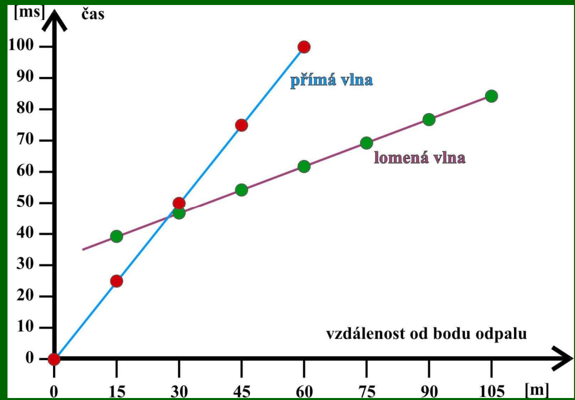
$$= \frac{60}{0{,}065} \cong 923\,\mathrm{ms}^{-1}$$



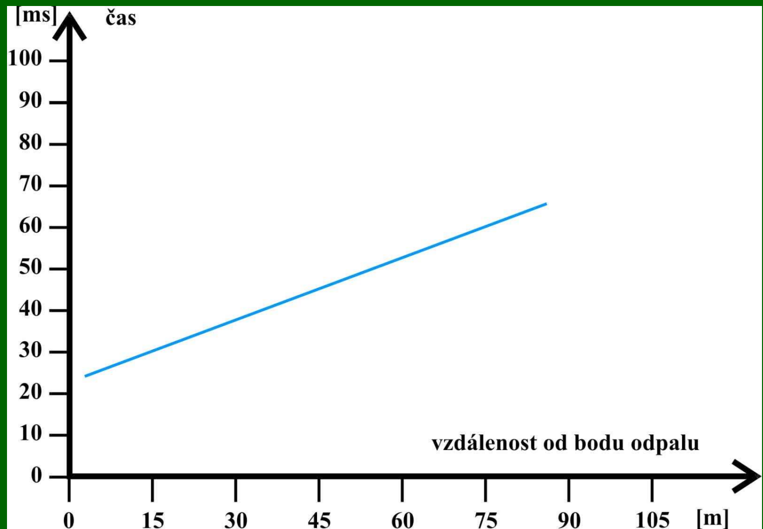
3. Úlohy ze seismiky

Úlohy vycházející z úvodního problému:

$$t = \frac{d}{v}$$



Úloha 3.4: Urči z hodochrony lomené vlny její rychlost.

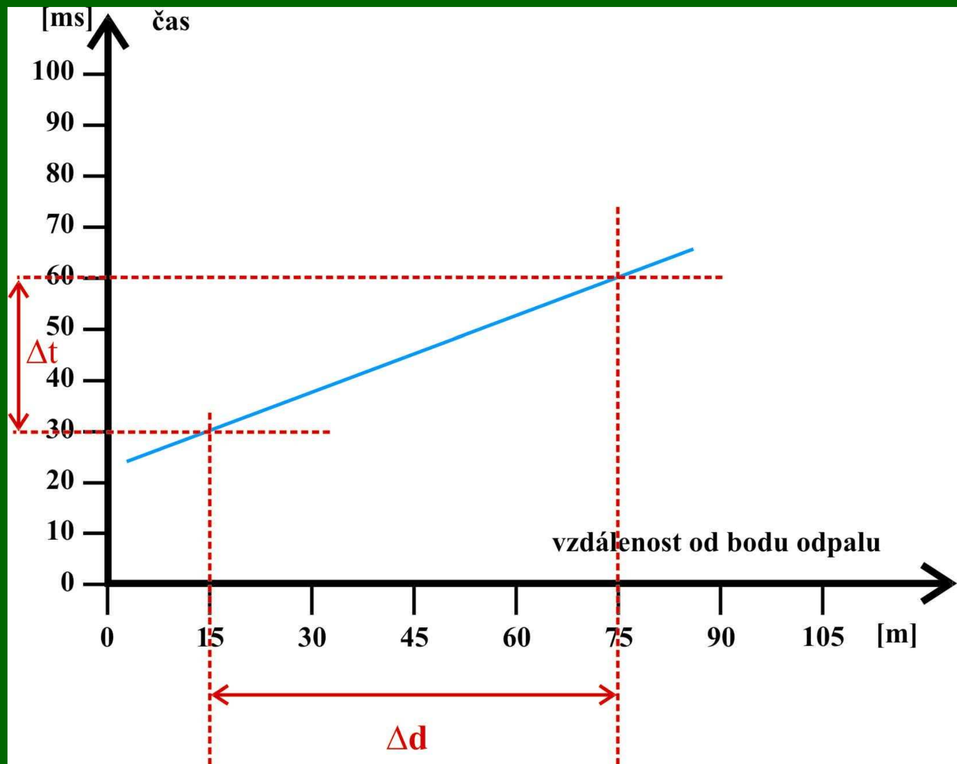


3. Úlohy ze seismiky

Úloha 3.4: Urči z hodochrony lomené vlny její rychlost.

Hodochrona znázorňuje vzdálenost času detekce (šíření) vlny na vzdálenosti. Také u lomené vlny můžeme přímo z grafu odečist příslušný úsek dráhu a času.

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

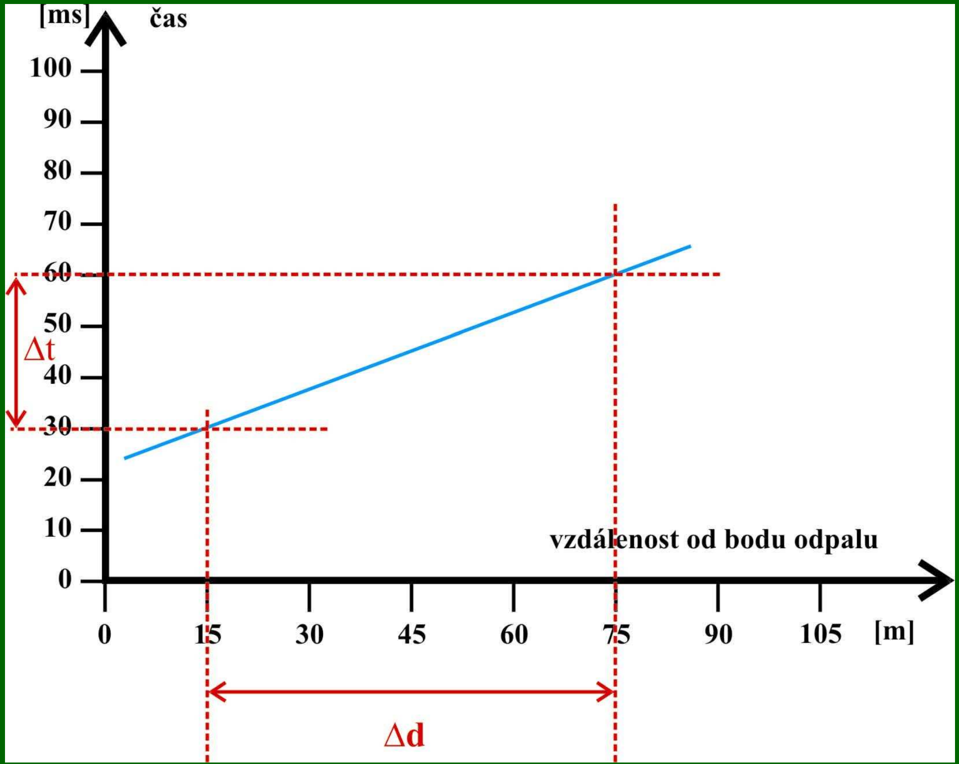


3. Úlohy ze seismiky

Podíl příslušných úseků dráhy a času odpovídá rychlosti:

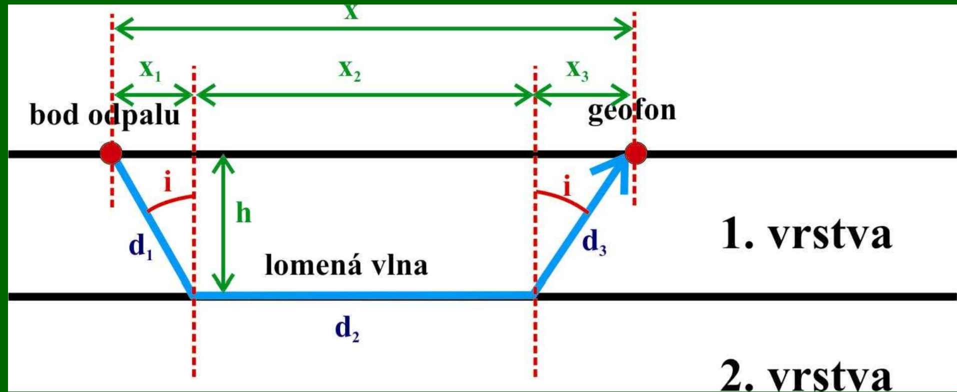
$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} =$$

$$= \frac{60}{0{,}03} = 2000\,ms^{-1}$$



3. Úlohy ze seismiky

Úlohy vycházející z úvodního problému:

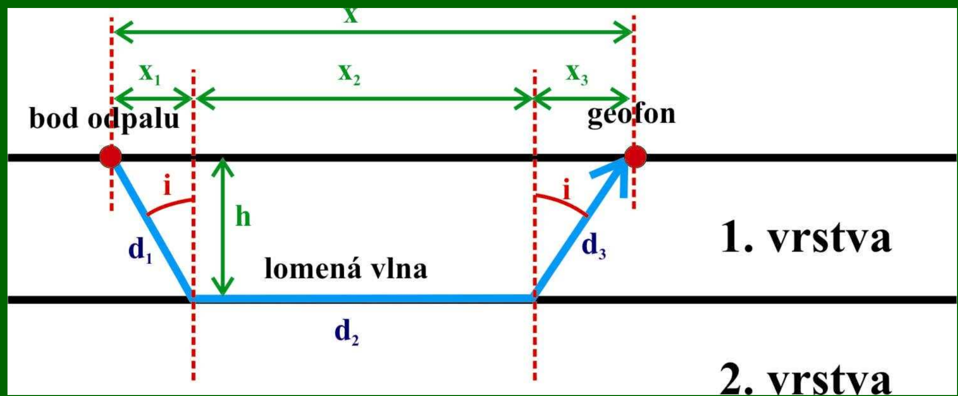


Úloha 3.5: Urči nejmenší vzdálenost od bodu odpalu, ve které může být zaznamenána lomená vlna, jestliže rozhraní mezi 1. a 2. vrstvou se nachází v hloubce 10m, rychlost v_0 v 1.vrstvě je 800ms^{-1} a rychlost v_1 ve 2. vrstvě je 1800ms^{-1}..

3. Úlohy ze seismiky

Úloha 3.5: Urči nejmenší vzdálenost od bodu odpalu, ve které může být zaznamenána lomená vlna, jestliže rozhraní mezi 1. a 2. vrstvou se nachází v hloubce 10m, rychlost v_0 v 1.vrstvě je 800ms^{-1} a rychlost v_1 ve 2. vrstvě je 1800ms^{-1}.

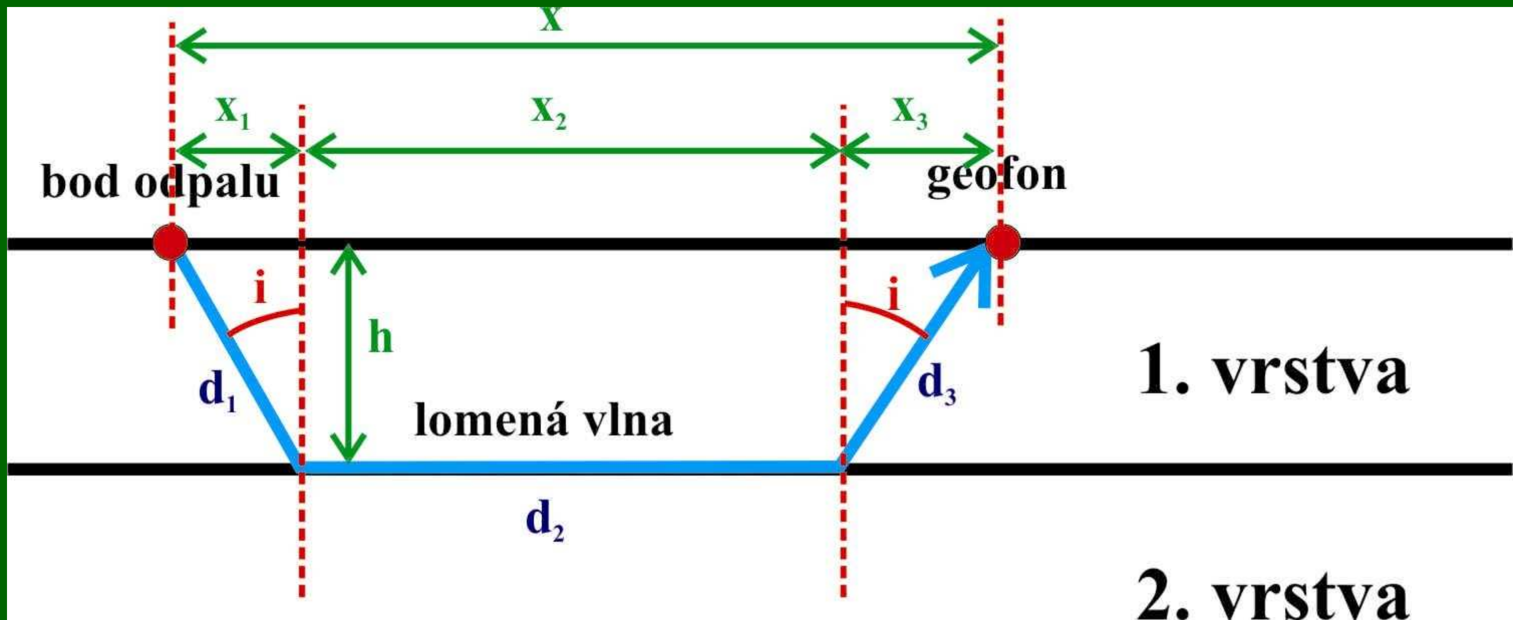
Je zřejmé, že lomená vlna nemůže být detekována již v bodě odpalu, ale že může dosáhnou povrchu nejdříve ve vzdálenosti $x_1+x_3=2.x_1$



3. Úlohy ze seismiky

Pro úsek x_1 platí:

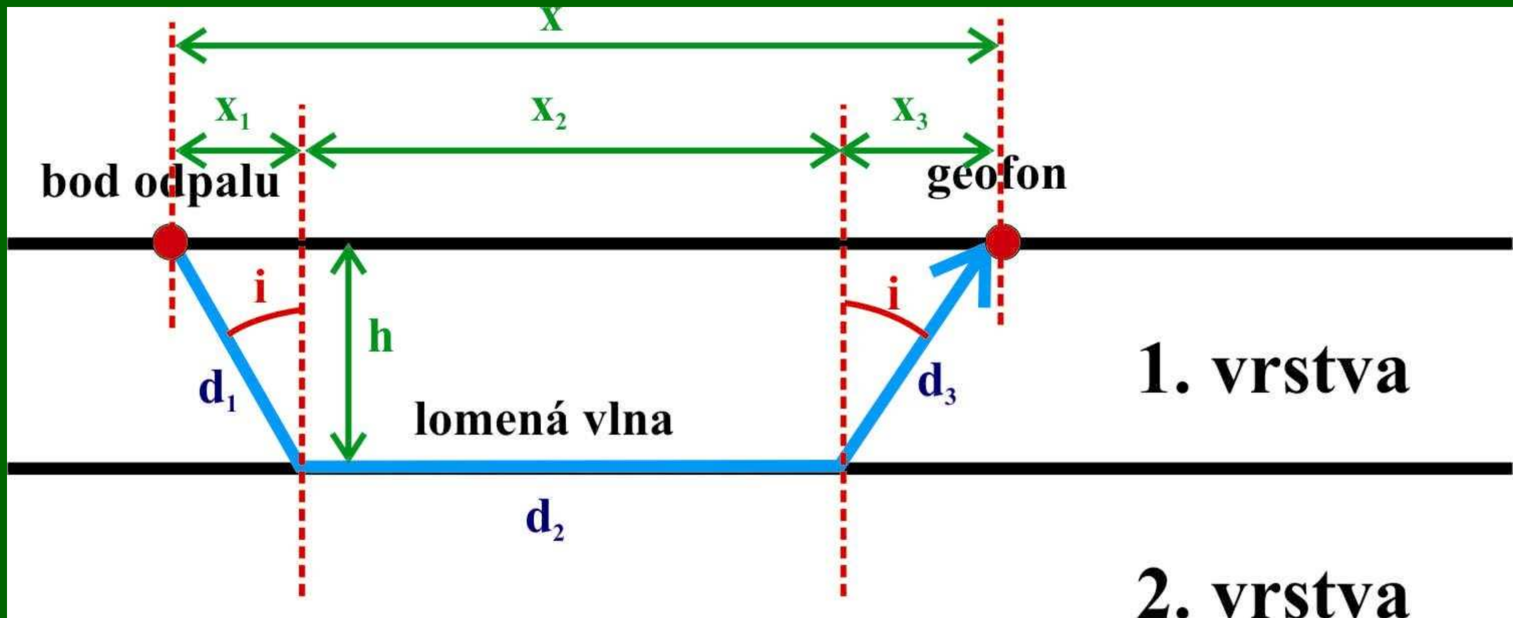
$$\operatorname{tg}(i) = \frac{x_1}{h} \Leftrightarrow x_1 = h.\operatorname{tg}(i)$$



3. Úlohy ze seismiky

Tj. pro $2x_1$ platí: $$x_1 = h.tg(i) \Leftrightarrow 2x_1 = 2.h.tg(i)$$

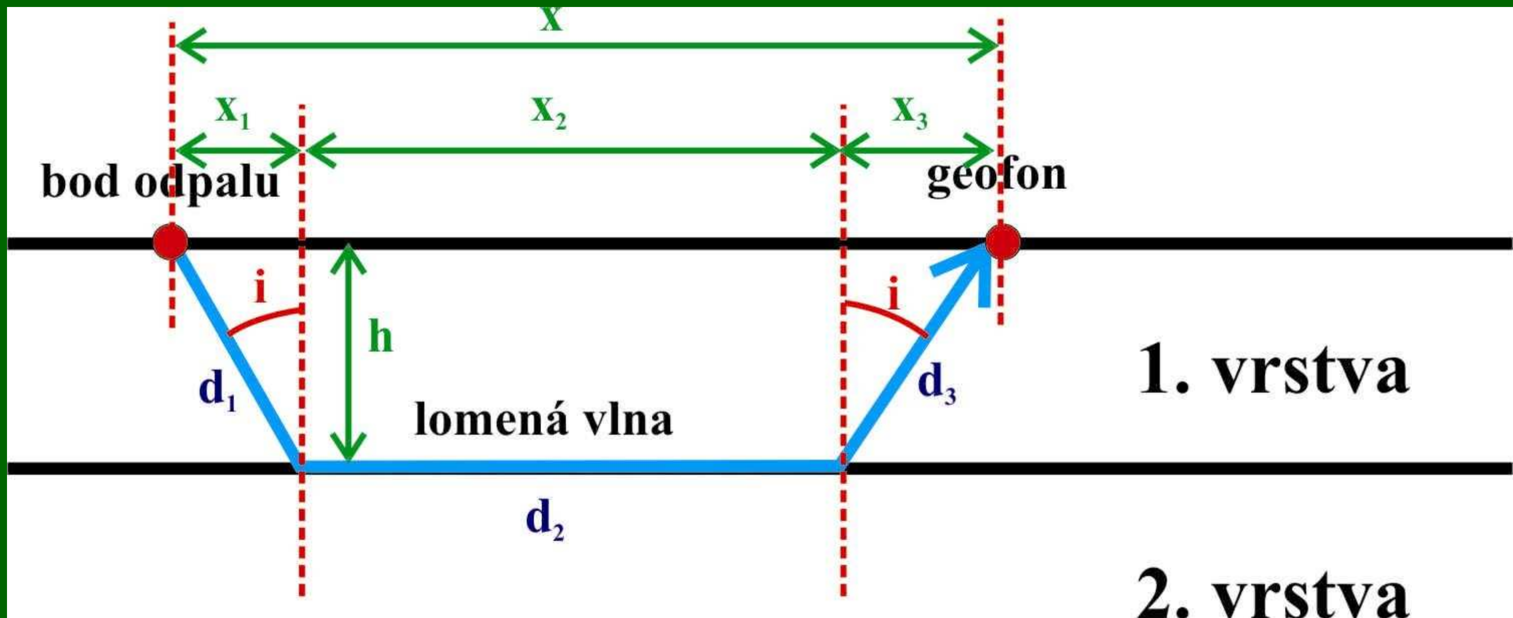
Ze Snellova zákona plyne, že: $$\sin(i) = \frac{v_0}{v_1}$$



3. Úlohy ze seismiky

Snadno si můžeme tedy vypočítat hodnotu sin(i):

$$\sin(i) = \frac{v_0}{v_1} = \frac{800}{1800} = 0{,}4$$



3. Úlohy ze seismiky

Nebo můžeme využít vztahů mezi goniometrickými funkcemi:

$$\mathrm{tg}(i) = \frac{\sin(i)}{\cos(i)}$$

$$\sin^2(i) + \cos^2(i) = 1 \Leftrightarrow \cos(i) = \sqrt{1 - \sin^2(i)}$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{tg}(i) = \frac{\sin(i)}{\sqrt{1 - \sin^2(i)}} = \frac{0{,}4}{\sqrt{1 - 0{,}4^2}} = 0{,}5$$

3. Úlohy ze seismiky

Pro výpočet vzdálenost $2x_1$ ale potřebujeme znát tg(i).

Můžeme si buď odvodit přímo velikost kritického úhlu i a aplikovat funkci tg:

$$\sin(i) = 0{,}4 \Leftrightarrow i = 26{,}4° \Leftrightarrow \mathrm{tg}(i) = 0{,}5$$

Nebo můžeme využít vztahů mezi goniometrickými funkcemi:

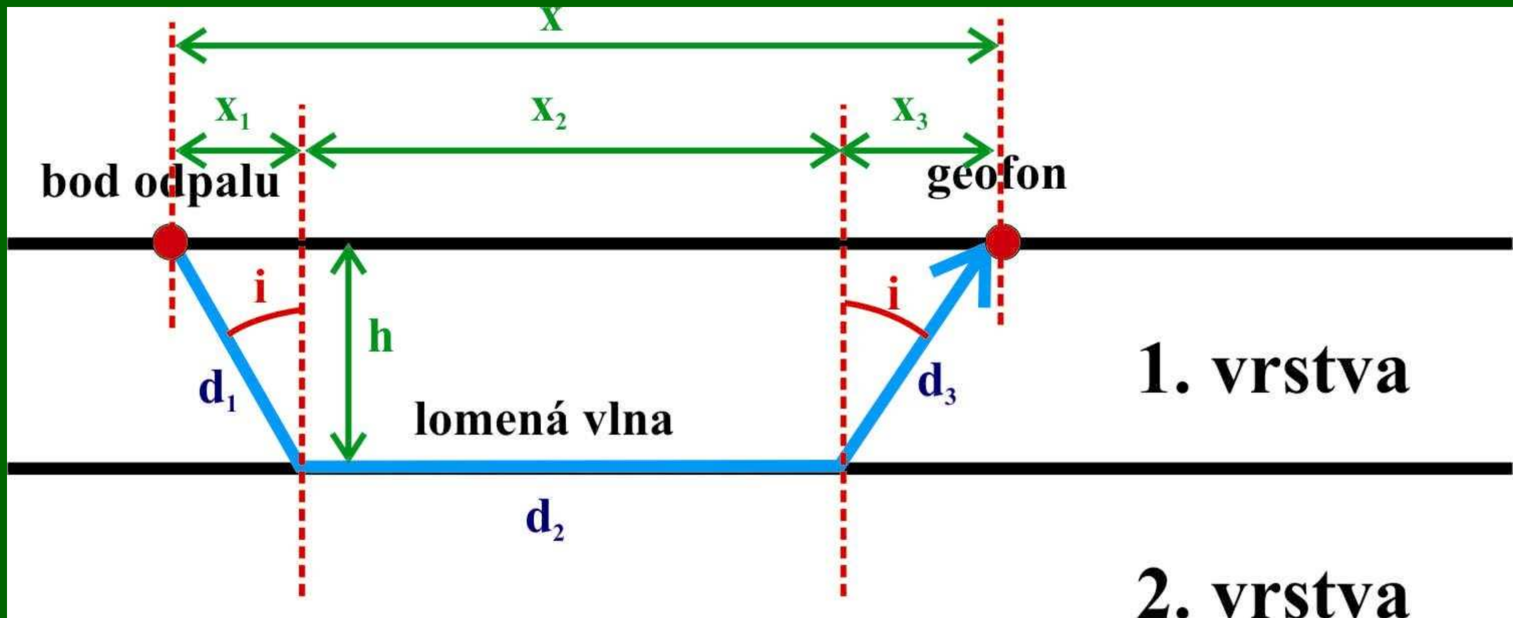
$$\mathrm{tg}(i) = \frac{\sin(i)}{\cos(i)}$$

$$\sin^2(i) + \cos^2(i) = 1 \Leftrightarrow \cos(i) = \sqrt{1 - \sin^2(i)}$$

3. Úlohy ze seismiky

Nyní můžeme snadno dosadit do vzorce pro $2x_1$:

$$2x_1 = 2.h.tg(i) = 2.10.0,5 = 10m$$



3. Úlohy ze seismiky

Řešení úloh:

verze	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	verze	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
1	58,8°	23,6°	600 m/s	2000 m/s	10,7m	11	71,3°	21,2°	600 m/s	2000 m/s	12,7m
2	49,5°	26,7°	500 m/s	1900 m/s	12,5m	12	61,6°	22,9°	500 m/s	1900 m/s	15,2m
3	77,7°	20,5°	400 m/s	1750 m/s	11,5m	13	55,2°	24,6°	400 m/s	1750 m/s	20,8m
4	65,8°	22,0°	700 m/s	2200 m/s	9,8m	14	46,4°	28,2°	700 m/s	2200 m/s	19,3m
5	53,6°	25,2°	800 m/s	2500 m/s	13,5m	15	43,2°	30,0°	800 m/s	2500 m/s	11,9m
6	54,3°	24,9°	600 m/s	2000 m/s	11,5m	16	46,6°	28,1°	600 m/s	2000 m/s	13,9m
7	46,2°	28,3°	500 m/s	1900 m/s	8,7m	17	56,2°	24,3°	500 m/s	1900 m/s	16,1m
8	68,2°	21,6°	400 m/s	1750 m/s	9,2m	18	50,8°	26,2°	400 m/s	1750 m/s	13,1m
9	60,0°	23,2°	700 m/s	2200 m/s	10,7m	19	43,2°	30,0°	700 m/s	2200 m/s	11,2m
10	49,9°	26,6°	800 m/s	2500 m/s	17,3m	20	40,2°	32,0°	800 m/s	2500 m/s	15,1m