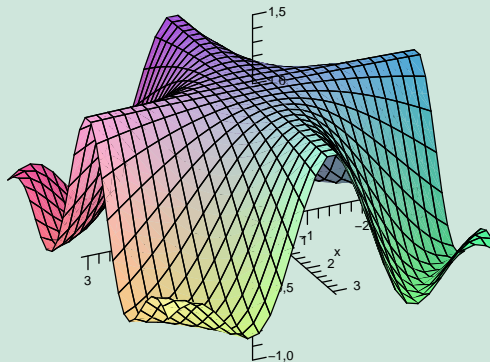


# Diferenciální počet funkcí více proměnných – interaktivní sbírka příkladů a testových otázek

Silvie Kuráňová a Jan Vondra

Prosinec 2008



Podpořeno grantem 1411/2008 FRVŠ ČR.

Parciální a směrové derivace

Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 1 z 18



Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

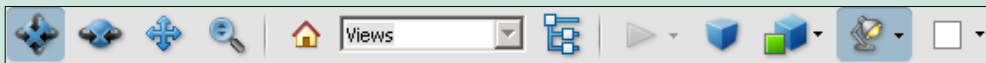
Konec

# Instrukce k testům

## Práce s 3D obrázky

Všechny grafy funkcí dvou proměnných jsou zobrazeny jako 3D obrázky, které je možné ovládat, tj. libovolně natáčet, posunovat, zvětšovat, měnit osvětlení apod.

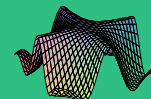
V řešených příkladech slouží k ovládní grafů funkcí panel, v testech pak pravé tlačítka myši. Panel zobrazíme či schováme kliknutím na modrý trojúhelníček v levém horním rohu obrázky, může vypadat například<sup>1</sup> takto:



Ovládání modelu naznačují jednotlivé ikony na panelu. Panel je rozdělen na tři části. První zleva obsahuje tlačítka pro otáčení kolem bodu, otáčení kolem přímky, posunutí a zvětšení či zmenšení objektu. V druhé části panelu nás bude zajímat především tlačítko se symbolem domečku – umožňuje návrat k výchozímu pohledu. Dále je například možné zobrazit z jakých částí je graf složen, popřípadě některé části skrýt. V poslední části najdeme tlačítko na přepínání mezi perspektivním a pravouhlejším promítáním. Tlačítko pro režim vykreslení modelu, zde obzvláště doporučujeme vyzkoušet volby „Průhledné“ a „Drátový model“. Rovněž nabídka osvětlení je velmi bohatá. Poslední tlačítko umožňuje zvolit barvu pozadí, tedy například volbou žluté zvýšit kontrast při promítání ve výuce apod.

Všechny grafy funkcí v tomto textu mají cihlovou barvu, jsou opatřeny souřadnými osami a na každé z os je žlutě vyznačen jednotkový bod. Výjimečně je z technického hlediska volen jiný bod na ose  $z$  (na což je pak v textu upozorněno). U složitějších modelů je vždy uveden popis modelu. Navíc všechny 3D modely (na rozdíl od 2D grafiky) mají bílé pozadí.

<sup>1</sup>Vzhled panelu závisí na verzi a jazyku Acrobat Readeru. Následující obrázek i text se týkají verze 8.1 v češtině.



[Titulní strana](#)

[Instrukce k testům](#)

[Testy ke kapitole](#)

[Reference](#)

[Strana 2 z 18](#)

[Zpět](#)

[Vpřed](#)

[Přepnout režim obrazovky](#)

[Konec](#)

## Práce s testy

Motto: „Cvičení dělá mistra.“

Ověřit si znalost dané látky je možné prostřednictvím interaktivních testů umístěných v závěru každé kapitoly.

Začátek testu je nutno zahájit stisknutím volby **Start testu**. Test nebude možno ukončit dokud nezodpovíte všechny otázky.

### Typy otázek v testech

1. Výběr z možností, právě jedna správná odpověď.

(a) špatně      (b) špatně      (c) správně      (d) špatně

2. Výběr z možností, více správných odpovědí.

správně      špatně      správně      špatně

3. Zápis vlastní odpovědi. *Do pole запиšte výraz vlevo od rovnítka.*

$xy =$

4. Zápis vlastní odpovědi do skupiny polí, tj. tlačítko **Ans** ovládá postupně jednotlivá políčka. *Do pole запиšte výraz vlevo od rovnítka.*

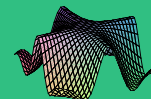
$1 + \frac{1}{2} =$       +

Počet správných odpovědí:

Správná odpověď:

Test ukončíte kliknutím na **Konec testu**. Stisknutím volby **Výsledky** se zobrazí správné odpovědi a u pole pro zápis vlastní odpovědi se objeví tlačítko **Ans** (do té doby neviditelné).

Diferenciální počet  
funkcí více proměnných  
S. Kuráňová, J. Vondra



Parciální a směrové derivace

Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 3 z 18



Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec

## Správné odpovědi

Pokud si práci s testem vyzkoušíte, zjistíte, že správné odpovědi jsou po skončení testu a po stisku tlačítka **Výsledky** vyznačeny symbolem ✓ a nesprávné symbolem ✗. V případě chybné odpovědi je správná varianta zvýrazněna symbolem ●.

Pokud bylo špatně zodpovězeno pole pro vlastní odpověď, objeví se kolem něj červený rámeček a správnou variantu si můžete prohlédnout v poli za textem „**Správná odpověď:**“ po stisknutí tlačítka **Ans**. Toto pole je v rámci testu „Typy otázek v testech“ umístěno na jeho konci a také v pravém panelu obrazovky (viz. str. 3). V testech na konci kapitol je toto pole zobrazováno pouze v pravém panelu obrazovky.

## Bodové hodnocení

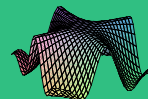
Získané body se zobrazí po ukončení testu červeně vedle každé otázky (případně podotázky). Standardní bodové ohodnocení je 1 bod za správnou odpověď (u otázek typu 1, 3 a 4) a záporné body za výběr chybné varianty u otázky druhého typu.

## Zápis matematiky v testech

K zápisu odpovědí do matematického pole používáme následující notaci:

- Desetinná čísla: Desetinou čárku pište jako tečku, čili 1.2 místo 1,2.
- Ludolfovo číslo  $\pi$  jako pi, Eulerovo číslo jako e.
- Znak dělení: Použijte lomítko /.
- Znak násobení: Symbol \*, např. 4\*x pro 4x.
- Mocnina: Symbol ^, např. 4\*x^3 pro 4x<sup>3</sup>, 12\*x^(-6) pro 12x<sup>-6</sup>.
- Odmocnina:  $\sqrt{x}$  zapište jako sqrt(x) nebo x^(1/2). **Pozor!** výraz x^(1/2) **není**  $\sqrt{x}$ .

Diferenciální počet  
funkcí více proměnných  
S. Kuráňová, J. Vondra



Parciální a směrové derivace

Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 4 z 18

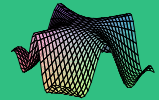


Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec



### Parciální a směrové derivace

- Závorky: Je možno použít kulaté ( ), hranaté [ ] či složené { }. **Závorky je nutné uvádět**, vymezují argumenty funkcí, definují pořadí operací.  
Píšte  $\sin(x)$  raději než  $\sin x$ ,  $4*x*(x^2+1)^3$  pro  $4x(x^2 + 1)^3$ ,  $4^(2*x+1)$  pro  $4^{2x+1}$ .  
**Nepište**  $\sin^2(x)$  pro  $\sin^2(x)$ , ale  $(\sin(x))^2$ .
- Funkce, které můžete použít:
  - Trigonometrické:  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ ,  $\cot$ ,  $\sec$ ,  $\csc$ .
  - Inverzní trigonometrické:  $\text{asin}$ ,  $\text{acos}$ ,  $\text{atan}$ .
  - Logaritmus:  $\log$  či  $\ln$  (přirozený logaritmus), př.  $\ln(x)$ .
  - Exponenciála:  $e^x$  můžete zadat jako  $\exp(x)$  nebo  $e^x$ .

### Vyzkoušejte si zápis matematiky!

- 1, 5 =
- $\sin(2x)^3 =$                       není totéž jako                       $\sin^3 2x =$
- $(x^2 - 1)(x^2 + 1) =$
- $\ln \frac{x}{2} =$
- $\frac{y}{1+x^2y^2} =$
- $e^{x^2} + 3y =$
- $-2x^4 + x^2y + y^2x + 1 =$
- $(\log a)^2 =$

Počet správných odpovědí:

Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 5 z 18



Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec

### 3. Parciální a směrové derivace

**Příklad 3.1.** Vypočtete parciální derivace 1. a 2. řádu funkce  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ .

**Řešení.** Při výpočtu parciální derivace podle proměnné  $x$  považujeme proměnnou  $y$  za konstantu, tj. derivujeme jako obyčejnou derivaci podle  $x$ :

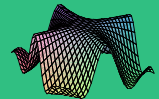
$$z_x = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot 2x = \frac{x}{x^2 + y^2},$$

$$z_{xx} = \frac{1(x^2 + y^2) - x \cdot 2x}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{-x^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad z_{xy} = x \cdot (-1) \cdot \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} \cdot 2y = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Analogicky:

$$z_y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot 2y = \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad z_{yy} = \frac{1(x^2 + y^2) - y \cdot 2y}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Na obrázku 1 je zobrazena šedá rovina  $y = \text{konst.}$ , žlutě její průnik s grafem funkce. V modře vyznačeném bodě počítáme parciální derivaci podle  $x$ , což je tangens úhlu, který svírá tečna s rovinou  $xy$  (úhel mezi černými přímkami).



[Titulní strana](#)

[Instrukce k testům](#)

[Testy ke kapitole](#)

[Reference](#)

[Strana 6 z 18](#)

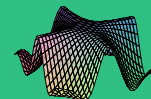


[Zpět](#)

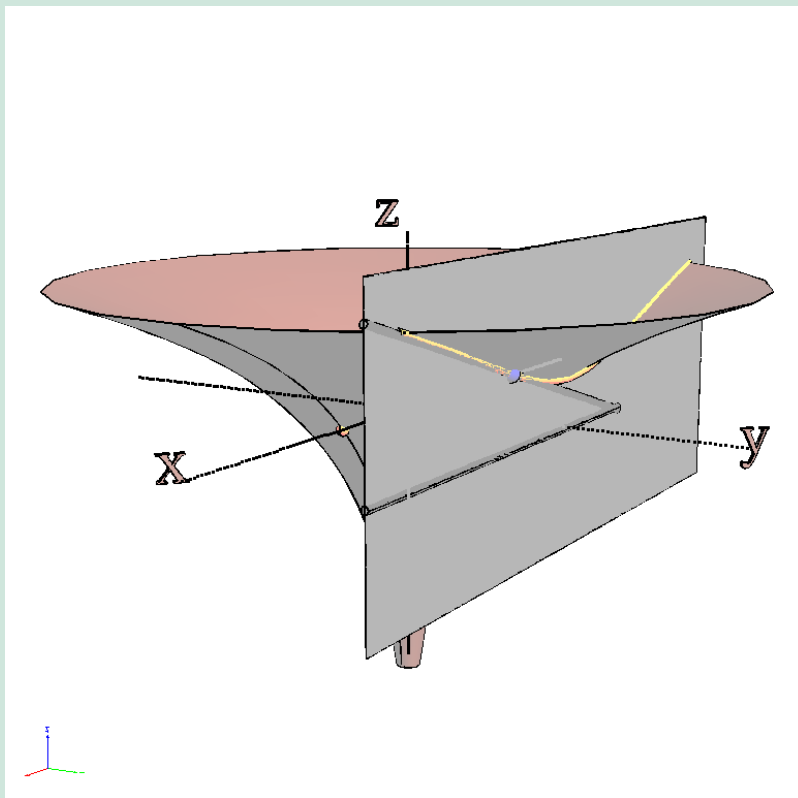
[Vpřed](#)

[Přepnout režim obrazovky](#)

[Konec](#)



Parciální a směrové derivace



Obrázek 1: Graf funkce  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ , geometrický význam parciální derivace podle  $x$  v bodě.

[Titulní strana](#)

[Instrukce k testům](#)

[Testy ke kapitole](#)

[Reference](#)

[Strana 7 z 18](#)



[Zpět](#)

[Vpřed](#)

[Přepnout režim obrazovky](#)

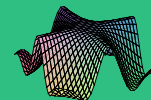
[Konec](#)

**Příklad 3.2.** Vypočtěte směrovou derivaci funkce  $f(x, y) = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$  v bodě  $[-1, 1]$  ve směru vektoru  $u = (1, 2)$ .

*Řešení.* Přímým dosazením do definice a využitím l'Hospitalova pravidla dostáváme

$$\begin{aligned} f_{(1,2)}(1, 1) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}[(1+t)^2 + (-1+2t)^2] - \operatorname{arctg} 2}{t} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2 - 2t + 5t^2) - \operatorname{arctg} 2}{t} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-2 + 10t}{1 + (2 - 2t + 5t^2)^2} = -\frac{2}{5}. \end{aligned}$$

Situace je zobrazena na obrázku 2. V modrém bodě  $[1, -1]$  počítáme směrovou derivaci ve směru vektoru  $u = (1, 2)$ . Šedá rovina je určena modrým bodem, směrem  $u$  a směrem osy  $z$ . Žlutě je označen její průnik s grafem funkce. Tečna k průniku svírá s rovinou  $xy$  úhel, jehož tangens je roven námi počítané derivaci v bodě (v obrázku se jedná o úhel mezi černými přímkami).



[Titulní strana](#)

[Instrukce k testům](#)

[Testy ke kapitole](#)

[Reference](#)

[Strana 8 z 18](#)



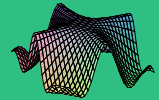
[Zpět](#)

[Vpřed](#)

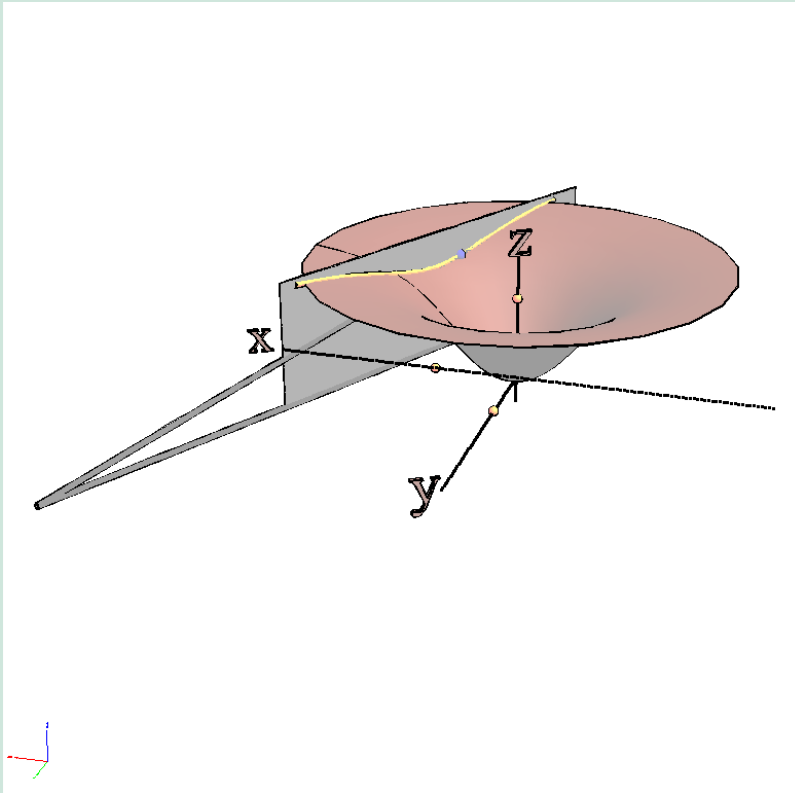
[Přepnout režim obrazovky](#)

[Konec](#)





Parciální a směrové derivace



[Titulní strana](#)

[Instrukce k testům](#)

[Testy ke kapitole](#)

[Reference](#)

[Strana 9 z 18](#)



[Zpět](#)

[Vpřed](#)

[Přepnout režim obrazovky](#)

[Konec](#)

Obrázek 2: Graf funkce  $f(x, y) = \arctg(x^2 + y^2)$ , geometrický význam směrové derivace v bodě.

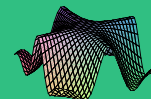
**Příklad 3.3.** Vypočítejte směrovou derivaci funkce  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$  v bodě  $[1, 1]$  ve směru vektoru  $u = (1, 0)$ .

**Řešení.** Přímým dosazením do definice a následným využitím l'Hospitalova pravidla dostáváme

$$\begin{aligned} f_{(1,0)}(1, 1) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(1+t)^2 + 1^2} - \sqrt{1^2 + 1^2}}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2t+t^2+1} - \sqrt{2}}{t} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+2t+t^2} - \sqrt{2}}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2+2t+t^2}} (2t+2)}{1} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

V tomto příkladu jsme počítali směrovou derivaci v bodě ve směru  $(1, 0)$ . Všimněme si, že obrázek 3 je obdobný jako obrázek 1. Jinými slovy:

*Parciální derivace podle  $x$  je směrová derivace ve směru  $(1, 0)$  a parciální derivace podle  $y$  je směrová derivace ve směru  $(0, 1)$ .*



Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 10 z 18

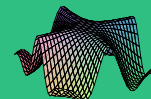


Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec



Parciální a směrové derivace

[Titulní strana](#)

[Instrukce k testům](#)

[Testy ke kapitole](#)

[Reference](#)

[Strana 11 z 18](#)

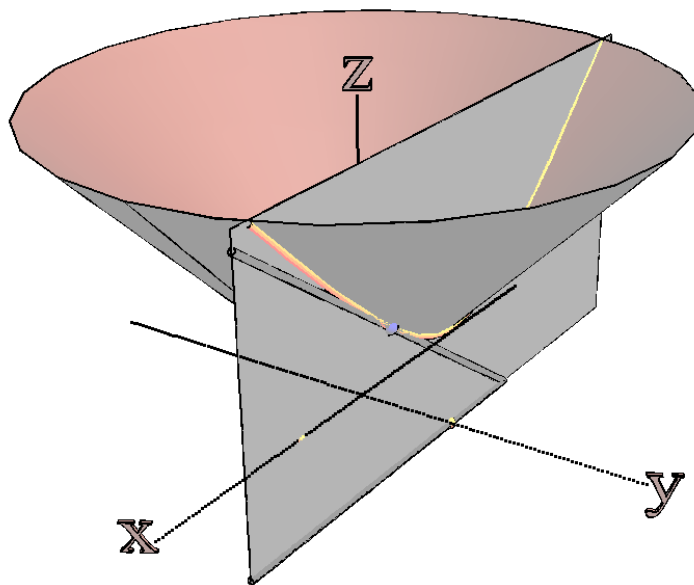


[Zpět](#)

[Vpřed](#)

[Přepnout režim obrazovky](#)

[Konec](#)



Obrázek 3: Graf funkce  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

## Parciální derivace – test 1

1. Rozhodněte, zda platí:

Nechť funkce  $f$  má v okolí bodu  $[x_0, y_0]$  parciální derivace  $f_x, f_y$  a smíšenou parciální derivaci  $f_{xy}$ , která je v bodě  $[x_0, y_0]$  spojitá.

Pak existuje také smíšená parciální derivace  $f_{yx}(x_0, y_0)$  a platí:

$$f_{xy}(x_0, y_0) = f_{yx}(x_0, y_0)$$

- (a) ano, tvrzení platí      (b) ne, tvrzení neplatí

2. Najděte parciální derivace 1. řádu funkce  $z = x^3 + 2x^2y + 3xy^2 + 4x - 5y + 100$ .

$$z_x =$$

$$z_y =$$

3. Najděte všechny parciální derivace prvního řádu funkce  $f(x, y) = \sin(x\sqrt{y})$  a vyhodnoťte je v bodě  $[\frac{\pi}{3}, 4]$ .

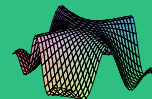
$$f_x = f_x\left(\frac{\pi}{3}, 4\right) =$$

$$f_y = f_y\left(\frac{\pi}{3}, 4\right) =$$

4. Odpovězte:

- (a) Kolik smíšených parciálních derivací třetího řádu může mít funkce dvou proměnných?  
(b) Jestliže jsou všechny její smíšené derivace spojitě, kolik různých hodnot mohou mít v daném bodě?

5. Smíšená parciální derivace 2. řádu funkce  $z = \frac{\cos x^2}{y}$  je .



Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 12 z 18



Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec

6. Rozhodněte zda funkce  $z = \frac{x+y}{x-y}$  vyhovuje rovnici  $x \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

(a) vyhovuje      (b) nevyhovuje

7. Rozhodněte zda funkce  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  vyhovuje rovnici  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$ .

(a) vyhovuje      (b) nevyhovuje

8. Najděte všechny parciální derivace druhého řádu funkce  $z = x^2(1 + y^2)$ .

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} =$$

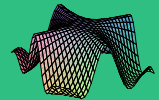
9. Vypočtete směrovou derivaci funkce  $f(x, y) = xy$  ve směru vektoru  $u = (1, 2)$  v bodě  $[x_0, y_0] = [1, 1]$ .

$$f_{(1,2)}(1, 1) =$$

10. Vypočtete směrovou derivaci funkce  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  ve směru vektoru  $u = (1, 0, 1)$  v bodě  $[x_0, y_0, z_0] = [0, 1, 0]$ .

$$f_{(1,0,1)}(0, 1, 0) =$$

Počet správných odpovědí:



Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 13 z 18



Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec

## Parciální derivace – test 2

1. Rozhodněte, zda platí:

Má-li funkce  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  obě parciální derivace v bodě  $[x_0, y_0]$ , pak je v tomto bodě spojitá.

(a) ano, věta platí                      (b) ne, věta neplatí

2. Najděte parciální derivace 1. řádu funkce  $z = x \sin(x + 2y)$ .

$$z_x =$$

$$z_y =$$

3. Najděte všechny parciální derivace prvního řádu funkce  $z = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$  a vyhodnotte je v bodě  $[-1, 1]$ .

$$z_x =$$

$$z_x(-1, 1) =$$

$$z_y =$$

$$z_y(-1, 1) =$$

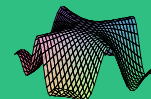
4. Zodpovězte:

(a) Kolik parciálních derivací třetího řádu může mít funkce dvou proměnných?

(b) Jestliže jsou všechny tyto smíšené derivace spojitě, kolik různých hodnot mohou mít v daném bodě?

5. Rozhodněte zda funkce  $w = x^2 + yz$  vyhovuje rovnici  $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} = 2w$ .

(a) vyhovuje                      (b) nevyhovuje



Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 14 z 18

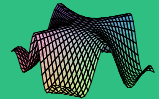


Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec



Parciální a směrové derivace

6. Rozhodněte zda funkce  $z = xe^y$  vyhovuje rovnici  $x \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y}$ .

(a) vyhovuje                      (b) nevyhovuje

7. Najděte všechny parciální derivace druhého řádu funkce  $w = x^3y^3z^3$ .

$$\begin{array}{l} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \\ \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} = \end{array}$$

8. Smíšená parciální derivace 2. řádu funkce  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$  je

9. Vypočtěte směrovou derivaci funkce  $f(x, y) = \sqrt{\ln(x^2 + y^2)}$  ve směru vektoru  $u = (2, 1)$  v bodě  $[x_0, y_0] = [1, 1]$ .

$$f_{(1,1)}(2, 1) =$$

10. Vypočtěte směrovou derivaci funkce  $f(x, y, z) = xy + yz + zx$  ve směru vektoru  $u = (3, 4, -12)$  v bodě  $[x_0, y_0, z_0] = [-1, 1, 7]$ .

$$f_{(-1,1,7)}(3, 4, -12) =$$

Počet správných odpovědí:

Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 15 z 18



Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec

## Parciální derivace – test 3

1. Rozhodněte, zda platí:

Nechť funkce  $f$  má v okolí bodu  $[x_0, y_0]$  parciální derivace  $f_x, f_y$  a smíšenou parciální derivaci  $f_{xy}$ . Pak existuje také smíšená parciální derivace  $f_{yx}(x_0, y_0)$  a platí:

$$f_{xy}(x_0, y_0) = f_{yx}(x_0, y_0)$$

- (a) ano, tvrzení platí      (b) ne, tvrzení neplatí

2. Najděte parciální derivace 1. řádu funkce  $z = \arctan \frac{x-y}{1+xy}$ .

$$z_x =$$

$$z_y =$$

3. Najděte všechny parciální derivace prvního řádu funkce  $f(x, y) = \sqrt{y} \sin x$  a vyhodnotte je v bodě  $[\frac{\pi}{3}, 4]$ .

$$f_x =$$

$$f_x\left(\frac{\pi}{3}, 4\right) =$$

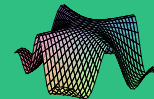
$$f_y =$$

$$f_y\left(\frac{\pi}{3}, 4\right) =$$

4. Nechť existují všechny parciální derivace třetího řádu funkce tří proměnných a jsou spojitě. Kolik různých hodnot mohou mít tyto derivace v daném bodě?

5. Vyhovuje funkce  $w = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$  rovnici  $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} = -2w$ ?

- (a) vyhovuje      (b) nevhovuje



Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 16 z 18



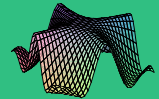
Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec





[Titulní strana](#)

[Instrukce k testům](#)

[Testy ke kapitole](#)

[Reference](#)

[Strana 17 z 18](#)



[Zpět](#)

[Vpřed](#)

[Přepnout režim obrazovky](#)

[Konec](#)

6. Rozhodněte zda funkce  $z = \arccos \sqrt{\frac{x}{y}}$  vyhovuje rovnici  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .

(a) vyhovuje      (b) nevyhovuje

7. Najděte všechny parciální derivace druhého řádu funkce  $z = xe^y - ye^x$ .

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} =$$

8. Smíšená parciální derivace 2. řádu funkce  $z = x^{x+y}$  je

9. Vypočtete směrovou derivaci funkce  $f(x, y) = 4xy + 3y^2$  ve směru vektoru  $u = (2, -1)$  v bodě  $[x_0, y_0] = [1, 1]$ .

$$f_{(1,1)}(2, -1) =$$

10. Vypočtete směrovou derivaci funkce  $f(x, y, z) = z - e^x \sin(y)$  ve směru vektoru  $u = (1, 2, 2)$  v bodě  $[x_0, y_0, z_0] = [\ln 3, \frac{3\pi}{2}, -3]$ .

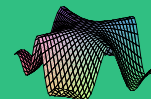
$$f_{(\ln 3, \frac{3\pi}{2}, -3)}(1, 2, 2) =$$

Počet správných odpovědí:

## Reference

- [1] Došlá, Z., Došlý, O.: *Diferenciální počet funkcí více proměnných*. 3. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2006. iv, 144 s. ISBN 80-210-4159-5.
- [2] Došlá, Z., Plch, R., Sojka P.: *Matematická analýza s programem Maple. Díl 1, Diferenciální počet funkcí více proměnných*. MU, Brno 1999. CD-ROM.
- [3] Kolektiv autorů VŠCHT: *Sbírka příkladů Matematiky II pro strukturované studium, Kapitola 7*, Praha. <http://www.vscht.cz/mat/sbirka/KapitolaII7.pdf>, 2008 [online].
- [4] Mařík, R.: *Interactive Mathematics*, Brno. <http://user.mendelu.cz/~marik/index.php?item=42>, 2008 [online].
- [5] Kuráňová, S., Vondra, J.: *Diferenciální počet funkcí více proměnných – interaktivní sbírka příkladů a testových otázek*. Sborník konference Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2008, Plzeň, 2008, s. 199–203.
- [6] Plch, R., Šarmanová, P.: *Interaktivní 3D grafika v HTML a PDF dokumentech*. Zpravodaj CSTUG, Konvoj Praha, **18**, č. 1–2, 2008, s. 76–92.
- [7] Plch, R., Šarmanová, P.: *An Interactive Presentation of Maple 3D Graphics in PDF Documents*. Electronic Journal of Mathematics and Technology, Mathematics and Technology, LLC, Blacksburg, Volume 2, Number 3, 2008, s. 281–290.
- [8] AcroTeX eEducation Bundle (oficiální stránky): <http://www.acrotex.net>, 2008 [online].
- [9] Story, D. P.: AeB website, <http://www.math.uakron.edu/~dpstory/webeq.html>, 2008 [online].

Diferenciální počet  
funkcí více proměnných  
S. Kuráňová, J. Vondra



Parciální a směrové derivace

Titulní strana

Instrukce k testům

Testy ke kapitole

Reference

Strana 18 z 18

◀

▶

Zpět

Vpřed

Přepnout režim obrazovky

Konec