

# ANALÝZA VZÁJOMNÉHO VZŤAHU AKCIOVÝCH TRHOV A HDP – GRANGEROV TEST KAUZALITY

**Eduard Baumöhl**

## Úvod

V rámci makroekonomickej fundamentálnej analýzy akciových trhov je za jeden z hlavných indikátorov považovaný hrubý domáci produkt, ako meradlo výkonnosti ekonomiky. Je zrejme, že ak rastie HDP krajiny, rastie aj akciový trh. Zaujímavé je však skúmanie akciových trhov ako predstihových indikátorov vývoja ekonomiky. Logika tejto skutočnosti je pomerne jednoduchá, keďže súčasné ceny akcií zohľadňujú očakávania investorov o budúcich ziskoch podnikov. A ziskovosť podnikov sa odráža na HDP danej krajiny. Indikátory ekonomického vývoja je možné rozdeliť do troch skupín – predstihové, sprievodné a oneskorené indikátory. V USA existuje tzv. Index predstihových indikátorov, pozostávajúci z 10 ukazovateľov, na základe ktorého je možné odhadnúť budúcu ekonomickú aktivitu a predikovať prípadnú krízu. Jedným z týchto ukazovateľov je aj akciový index S&P 500 (ďalej len SP500).

V ďalšom texte sa zameriame na identifikáciu jednosmernej závislosti medzi akciovými indexmi a HDP. Zaujímať nás nebude vzájomná závislosť týchto premenných, ale kauzálny vzťah medzi nimi. Keďže nedisponujeme kvantitatívnym aparátom, ktorý by umožňoval korektné vyjadrenie o kauzalite, využívať budeme Grangerov test kauzality. Na základe tohto testu vieme povedať, že jedna premenná ovplyvňuje druhú v Grangerovom zmysle kauzality, resp. o niečo presnejšie, že súčasné a historické hodnoty jednej premennej nám poskytujú informácie pre vysvetlenie a predikciu druhej premennej. V ďalšom texte pre zjednodušenie budeme uvádzať pojmy ovplyvňuje alebo zapríčiňuje, prípadne budeme hovoriť o jednosmernej závislosti.

## 1. Empirické výskumy

Fama (1981) pri vysvetľovaní vzťahu inflácie a akciových výnosov dospel k záveru, že tieto dve premenné sú negatívne korelované (čo bolo v tej dobe v rozpore s teóriou). Táto skutočnosť je zapríčinená (a) negatívnou koreláciou medzi infláciou a reálnym výstupom ekonomiky a (b) pozitívnou koreláciou akciových výnosov s výstupom ekonomiky. Mnoho ďalších štúdií je zameraných na analýzu vzťahu inflácie a akciového trhu, ako aj vplyvu fiškálnej a monetárnej politiky na tieto dve premenné (napr. Geske – Roll (1983), Kaul (1987)).

Zrejme prvým (nám dostupným) výskumom, ktorý ponímal akciový trh ako predstihový indikátor HDP sa zaoberal Pearce (1983). V jeho práci sa môžeme stretnúť s myšlienkou, že ceny akcií môžu byť signálom budúceho vývoja v ekonomike, ale môže ho aj priamo ovplyvňovať. Za obdobie rokov 1956 až 1983 ceny akcií začali klesať dva až štyri štvrtroky pred recesiou. Rovnako bol potvrdený aj opačný trend, teda rast akciového trhu skôr, ako došlo k ekonomickej expanzii.

Fama (1990) ukázal, že existuje štatisticky významný vzťah medzi mesačnou mierou rastu produkcie a mesačnou výnosnosťou akciového trhu za obdobie 1953–1987.



V zmysle kauzality, že výnosnosť akcií (mesačná, štvrťročná a ročná) ovplyvňuje rast celkovej produkcie. Na jeho prácu nadviazal Schwert (1990) analyzovaním dlhšieho obdobia (1889–1988). Hlavná kritika tejto hypotézy sa opiera o rok 1987, kedy došlo k prepadu na americkom akciovom trhu, ale ekonomika ďalej rástla. Binswanger (2000) dospel k záveru, že štatisticky významný vzťah medzi výnosnosťou amerického akciového trhu a budúcim rastom HDP absentuje v období od roku 1984 až do roku 1995.

Množstvo ďalších autorov ukázalo, že informácie z finančných trhov pomáhajú predpovedať budúci ekonomický vývoj (napr. Estrella – Hardouvelis (1991), Plosser – Rowenhorst (1994), Haubrich – Dombrosky (1996), Dotsey (1998), Hamilton – Kim (2002), Peña – Rodríguez (2006))<sup>1</sup>. Levine a Zervos (1998) empiricky dokázali, že je to najmä likvidita akciových trhov, ktorá je pozitívne korelovaná s budúcim rastom ekonomiky a stáva sa tak dobrým prediktorom HDP. Množstvo ďalších autorov sa zaoberá skúmaním vzájomnej väzby medzi rozvojom finančných trhov a jeho dopadu na rast ekonomiky. Podľa Rousseau – Sylla (2001) je fungujúca burza cenných papierov jedným z piatich základných komponentov zdravého finančného systému, ktorý podporuje ekonomický rast celého hospodárstva. Do pozornosti sme chceli uviesť aj problematiku prehľbovania a rozširovania finančného trhu a jeho pozitívneho dopadu na celkovú ekonomiku krajiny.

Spomenieme ešte Chovancovú (2006), podľa ktorej kopírovanie vývoja HDP akciovým trhom je pozorovateľné len v dlhodobom horizonte. Spomína tiež predbiehanie jednotlivých fáz ekonomického cyklu akciovým trhom v strednodobom horizonte, tzn. že akciový trh o niekoľko mesiacov predbieha HDP. Kohout (2005) na príklade uvádza, že výnosnosť akciového trhu môže byť vyššia, ako je rast HDP krajiny. Zároveň uvádza, že medzi mierou rastu HDP a výnosnosťou akciových indexov neexistuje žiadny vzťah a v prípade, že analyzujeme kratšie obdobie (do 1 roka), existuje medzi týmito premennými štatisticky nevýznamná záporná korelácia.

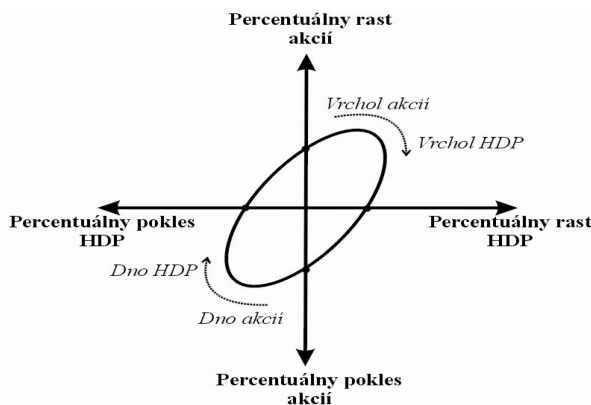
Z hľadiska skúmania vzťahu ekonomického cyklu a akciového trhu je zaujímavé grafické spracovanie, tak ako uvádzame na nasledujúcom obrázku.

---

<sup>1</sup> Z množstva empirických výskumov v tejto oblasti vyberáme samozrejme len niektoré, všetky uvedené boli publikované v karentovaných časopisoch.



Obrázok 1: Cyklus medzi akciovým trhom a ekonomikou



Zdroj: upravené podľa Plummer (2008)

Na uvedenom obrázku môžeme vidieť ľavotočivý sklon, ktorý charakterizuje predbiehanie akciového trhu voči HDP. V prípade priamej závislosti medzi týmito dvoma premennými vyplýva, že čím je ovál užší, tým významnejšie sú výsledky regresnej alebo korelačnej analýzy (zvyšuje sa koeficient determinácie, resp. korelačný koeficient).

## 2. Metodológia

Na overenie jednosmernej závislosti pri analýze časových radov využijeme dynamický regresný model. Dynamika vzťahov medzi premennými je zabezpečená časovými posunmi závislej aj nezávislej premennej.

Konkrétne pôjde o model navrhnutý Grangerom (1969), ktorý predstavuje odklon od ADL<sup>1</sup> v tom, že vysvetľujeme premennú  $y$  ako lineárnu funkciu jej (a) minulých hodnôt a (b) minulých hodnôt vektora premennej  $x$ . Takto zostavený model predstavuje teoretický základ pre testovanie tzv. Grangerovej kauzality. Grangerov model má tvar:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^m \beta_i x_{t-i} + u_t \quad (1)$$

Pri dokazovaní jednosmerného vzťahu testujeme dve pomocné regresie:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_m y_{t-m} + \beta_1 x_{t-1} + \dots + \beta_m x_{t-m} + u_t \quad (2)$$

$$x_t = \gamma_0 + \gamma_1 x_{t-1} + \dots + \gamma_m x_{t-m} + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_m y_{t-m} + u'_t \quad (3)$$

kde  $x, y \in R$ . Regresné parametre  $\alpha_0, \gamma_0, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$  značíme rozdielne, keďže meníme funkčný tvar a dostávame rozdielne odhady parametrov a rozdielne náhodné chyby  $u_t, u'_t$ . Index  $i = 0, 1, 2, \dots, m; i \in N$  nám slúži na vyjadrenie posunutia od času  $t$ . Nulová hypotéza v prvom prípade je, že  $x$  neovplyvňuje v Grangerovom zmysle  $y$ , teda neplatí  $x$

<sup>1</sup> Autoregressive Distributed Lag (autoregresný model s rozloženým oneskorením).

$\Rightarrow y$ . V druhej rovnici potom analogicky, tzn. kauzalita  $y \Rightarrow x$  v Grangerovom zmysle neexistuje. Ak nevieme zamietnuť nulové hypotézy na stanovenej hladine významnosti v oboch rovniciach, potom sú premenné v zmysle Grangerovej kauzality nezávislé<sup>1</sup>.

Pri autoregresných modeloch je zadaný predpoklad, že časové rady (v našom prípade  $x_t$  a  $y_t$ ) sú stacionárne. Hovoríme, že stochastický proces je stacionárny (v slabej forme), ak jeho stredná hodnota a rozptyl sú v čase konštantné a kovariancia medzi dvoma časovými hodnotami závisí len na časovom posune (rozdiel) medzi nimi<sup>2</sup>. Nestacionarita premenných v regresnom modeli môže viesť k nespoľahlivým výsledkom, najmä pri testovacích štatistikách, prípadne k tzv. falošnej regresii (spurious regression)<sup>3</sup>. Na testovanie stacionarity budeme využívať rozšírený Dickey – Fuller test (Augmented Dickey Fuller – ADF), ktorý je využiteľný aj na procesy iné ako AR(1), tzn. aj pre prípady, keď sú korelované oneskorenia vyššieho rádu.

Ďalší problém pri Grangerovom modeli môže predstavovať kointegrácia časových radov. V prípade, že máme k dispozícii nestacionárne časové rady dvoch premenných, stacionaritu môžeme zabezpečiť ich prvou diferenciou. Ich lineárna kombinácia by mala byť potom nestacionárna. Môže sa stať, že ich lineárna kombinácia bude stacionárna. V takom prípade hovoríme, že sú časové rady kointegrované a existuje medzi nimi vzťah dlhodobej rovnováhy. Náhodná chyba vyjadruje odchýlku od tejto rovnováhy, ale pretože nie je pozorovateľná, využívame pri testoch kointegrácie reziduály. Postupovať môžeme rovnako ako pri teste jednotkového koreňa. Na jednej strane kointegrácia dvoch premenných znamená, že ich môžeme využiť v regresnom modeli a nedôjde k falošnej regresii. Na druhej strane však táto skutočnosť predstavuje problém pri autoregresných modeloch. Výskyt kointegrácie môže zapríčiniť skreslenosť Grangerovho testu a musíme využiť ECM (Error Correction Model).

Grangerova veta o reprezentácii hovorí, že ak máme kointegrované dve premenné, ich vzájomný vzťah môžeme vyjadriť ako mechanizmus (model) korekcie chyby, pre ktorý sa ustálilo označenie ECM<sup>4</sup>. Postup vytvorenia modelu je nasledujúci. Uvažujme lineárnu kombináciu dvoch nestacionárnych časových radov  $y_t \sim I(1)$  a  $x_t \sim I(1)$ :

$$u_t = y_t - \beta_0 - \beta_1 x_t \sim I(0) \quad (4)$$

Už sme spomínali, že pri existencii dlhodobej rovnováhy využívame pozorovateľné reziduá, ktoré nám charakterizujú prípadný odklon od tejto rovnováhy. Pri konštrukcii modelu ECM potom reziduá pridáme k autoregresnému modelu s oneskorením ako ďalšiu premennú:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^m \beta_i \Delta x_{t-i} + \phi e_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

<sup>1</sup> Bližšie k danej problematike napr. Campbell – Lo – MacKinlay (1997), Mills (1999), Hatrák (2007).

<sup>2</sup> Gujarati (2004).

<sup>3</sup> Bližšie pozri pôvodnú prácu Granger – Newbold (1974) alebo Hatrák (2007).

<sup>4</sup> Hatrák (2007).

Takto zostavený model zahŕňa zmenu premenných  $\Delta y_t, \Delta x_t$ , ale aj úroveň premenných  $y_t, x_t$  prostredníctvom rezíduí  $e_{t-1}$ . Ak je regresný koeficient  $\phi$  rôzny od nuly, zmena premennej  $y_t$  závisí aj od minulej chyby rovnováhy. Z obsahového zamerania predkladanej práce uvádzame len stručný popis využitej metodológie, bližšie k danej problematike napr. Campbell – Lo – MacKinlay (1997), Mills (1999), Greene (2003), Gujarati (2004), Hatrák (2007), Rachev – Mittnik – Fabozzi – Focardi – Jašic (2007).

### 3. Analýza vzťahu HDP a akciových indexov v podmienkach USA

Najprv pristúpime ku kvantifikácii modelu na vzorke z USA. Výber akciových indexov nie je samozrejme samoučelný. Ide o dva najstaršie indexy. DJIA (*Dow Jones Industrial Average*). Index vytvoril Charles H. Dow v roku 1896. Podľa jeho teórie sa indexy vhodne dopĺňajú a fungujú ako indikátor trhového trendu. V súčasnosti DJIA pozostáva z 30 spoločností (napr. American Express, AT&T, Bank of America, Boeing, Coca-Cola, General Electric, General Motors, Intel, IBM, Microsoft, atď.).

Najobchodovanejším indexom je S&P 500 (*Standard & Poor's 500*). Tento index môžeme považovať za štandardné meradlo výkonnosti amerického akciového trhu a je založený na trhovej kapitalizácii firiem, pričom každá z nich má v indexe váhu zodpovedajúcu jej trhovej hodnote. Akcie zahrnuté v tomto indexe tvoria asi 70 % celkovej kapitalizácie amerického akciového trhu. Index S&P 500 vznikol v roku 1957, ale tvorcovia indexu retroaktívne určili jeho hodnotu už od roku 1926. Index neobsahuje 500 najväčších spoločností, ako by mohlo vyplývať z jeho názvu, ale 500 spoločností, ktoré sú vybrané výborom spoločnosti Standard & Poor's.

Využijeme štvrtročné údaje od 1. 1. 1950 do 1. 1. 2008. Celkovo máme k dispozícii 233 pozorovaní. Zo všetkých troch skúmaných premenných – HDP, SP500 a DJIA - vypočítame percentuálnu zmenu, vždy po sebe nasledujúcich štvrtrokoch ( $\% \Delta$ )<sup>1</sup>. Táto transformácia je realizovaná za účelom získania stacionárnych časových radov. Základné charakteristiky polohy, variability a tvaru sú uvedené v nasledujúcej tabuľke. Rovnako uvádzame aj test normality rozdelenia skúmaných premenných.

Z deskriptívnej štatistiky nás zaujíma najmä porovnanie výnosnosti akciových indexov. Môžeme pozorovať len malé rozdiely. Index SP500 dosahuje o niečo vyššiu priemernú výnosnosť, čo vidíme aj na rozpätí medzi maximálnou a minimálnou hodnotou. DJIA vykázal o takmer 2 percentuálne body nižšie maximum aj minimum a vyznačuje sa aj vyššou volatilitou. Dosiahnuté minimálne hodnoty sa vzťahujú k tretiemu kvartálu roku 1987. Z vyšších momentov vyplýva, že výnosnosti oboch indexov sú ľavostranne zošikmené a špicatejšie ako normálne rozdelenie. To implikuje skutočnosť, že nízke kladné a záporné výnosy sa vyskytujú častejšie, ako za predpokladu normálneho rozdelenia<sup>2</sup>. Na testovanie hypotézy o normalite rozdelenia premenných bol použitý test Jarque – Bera, uvedený v posledných dvoch riadkoch tabuľky. Pre oba indexy nie je možné zamietnuť danú hypotézu na hladine významnosti 0,05.

<sup>1</sup> Pri akciových indexoch je bežné vypočítavať spojité výnosy metódou close-to-close, teda prvú diferenciu uzatváracích cien po logaritmickú transformácií. Tento spôsob však v predkladanom príspevku nebol použitý, aby sa nestratila interpretačná schopnosť premenných (najmä HDP).

<sup>2</sup> Normálne rozdelenie má šikmost' 0 a špicatosť 3.

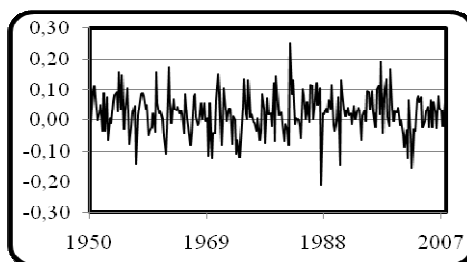
Tabuľka 1: Deskriptívna štatistika a test normality

	%Δ HDP	%Δ DJIA	%Δ SP500
počet pozorovaní	232	232	232
priemer	0,01720	0,02032	0,02133
medián	0,01624	0,02231	0,02097
minimum	-0,01625	-0,22493	-0,20985
maximum	0,06114	0,22647	0,24867
Q1	0,01088	-0,02096	-0,01894
Q3	0,02219	0,05962	0,06323
štand. odchýlka	0,01067	0,06846	0,06702
šikmost'	0,59621	-0,14363	-0,09167
špicatost'	5,39022	3,54099	3,72829
Jarque - Bera	68,9717	3,62685	5,45223
(p - hodnota)	0,00000	0,16309	0,06547

Zdroj: vlastné spracovanie, údaje z *finance.yahoo* a *FRED*

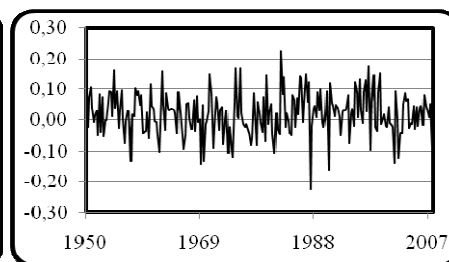
Mali sme možnosť pozorovať len malé rozdiely medzi základnými výberovými charakteristikami vybraných akciových indexov. Je zrejme, že sa ich vývoj pohybuje rovnakým smerom, tzn. existuje medzi nimi pozitívna korelácia. Nás zaujíma najmä index SP500, pretože ten je považovaný za štandardné meradlo akciového trhu v USA. Index DJIA je často kritizovaný kvôli spôsobu jeho výpočtu a kvôli jeho málo meniacej sa štruktúre. Práve z tohto dôvodu sme do vzorky zahrnuli oba indexy. Jednak majú dostatočne dlhú históriu (dostatočný počet pozorovaní), ale bolo by zaujímavé zistiť, že jeden index ovplyvňuje HDP a druhý nie. Uvedieme najprv grafy výnosnosti oboch indexov a následne korelačnú maticu, do ktorej zahrnieme aj HDP.

Obrázok 2: Vývoj výnosnosti S&amp;P500



Zdroj: vlastné spracovanie, údaje z *finance.yahoo*

Obrázok 3: Vývoj výnosnosti DJIA



Zdroj: vlastné spracovanie, údaje z *finance.yahoo*

**Tabuľka 2: Vzťah medzi HDP a indexmi**      **Tabuľka 3: Vzťah medzi HDP a indexmi (% $\Delta$ )**

	<i>HDP</i>	<i>SP500</i>
<i>SP500</i>	0,945	
	(0,000)	
<i>DJIA</i>	0,948	0,995
	(0,000)	(0,000)

	<i>%<math>\Delta</math>HDP</i>	<i>%<math>\Delta</math>SP500</i>
<i>%<math>\Delta</math>SP500</i>	0,142	
	(0,030)	
<i>%<math>\Delta</math>DJIA</i>	0,103	0,944
	(0,119)	(0,000)

Zdroj: vlastné spracovanie, údaje z *finance.yahoo* a *FRED*@

Pozn.: korelačné matice pozostávajú z Pearsonovho korelačného koeficientu, v zátvorke sú uvedené *p* – hodnoty.

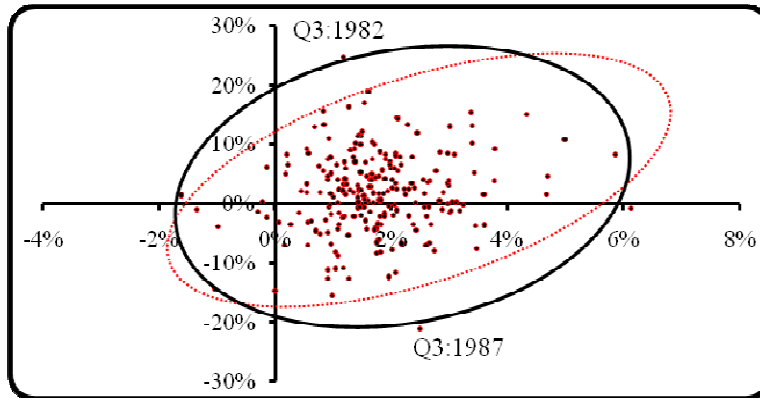
Tabuľka 2 zobrazuje korelačnú maticu medzi HDP v mld. USD a uzatváracími hodnotami indexov (adjusted close). Medzi oboma indexmi existuje takmer dokonalá priama korelácia. O niečo slabšia, ale stále veľmi silná závislosť je medzi celkovým výstupom ekonomiky meraným prostredníctvom HDP a akciovými indexmi. V tabuľke 3 sú zobrazené korelácie medzi percentuálnou zmenou jednotlivých premenných. Zaujímá nás, či výnosnosť indexov je korelovaná s rastom HDP. V tomto prípade môžeme vidieť, že vzťah akciových indexov a HDP nie je taký silný, v prípade DJIA ani štatisticky významný.

Do regresného modelu, v ktorom by HDP vystupovalo ako závislá premenná a akciový index ako nezávislá, by sme na základe korelačných koeficientov mohli zaradiť skúmané premenné v nominálnych hodnotách. Model korektne ošetríme na prítomnosť autokorelácie (prípadne aj heteroskedasticity, aj keď jej výskyt by sa neočakával). Dostali by sme vysoko štatisticky významné regresné koeficienty, vysoký korigovaný koeficient determinácie (90 %) a testovaciu charakteristiku pre Durbin – Watson test 0,05. Takúto regresiu nazvali Granger – Newbold (1974) ako „falošnú regresiu“ (spurious regression). Jej príčina spočíva v nestacionarite časových radov a indikátorom je najmä vyšší koeficient determinácie v porovnaní s testovacou charakteristikou Durbin – Watson testu.

Stacionaritu časových radov sme testovali pomocou testu jednotkového koreňa, rozšíreného Dickey – Fuller testu (ADF), s konštantou a trendom. V prípade, že premenné necháme v nominálnych hodnotách, nevieme zamietnuť hypotézu o existencii jednotkového koreňa. Ak však premenné transformujeme na percentuálnu zmenu, dostávame stacionárne časové rady.

Na nasledujúcom grafe uvidíme závislosť akciového trhu a HDP podľa obrázku uvedeného v teoretických východiskách.



**Obrázok 4: Cyklus medzi akciovým trhom (SP500) a ekonomikou podľa Plummera (2008)**

Zdroj: vlastné spracovanie, údaje z *finance.yahoo* a *FRED*@

Môžeme vidieť, že ovál nie je dostatočne úzky na to, aby nám regresná analýza popísala variabilitu dostatočne. Správnejšie by bolo vymeniť osi, keďže vysvetliť sa snažíme rast HDP pomocou akciového indexu. Pre porovnateľnosť s obrázkom uvedeným v teoretických východiskách sme sa rozhodli tak neurobiť. Na obrázku sú znázornené aj dva štvrťroky, v ktorých akciový index SP500 dosiahol najnižšiu a najvyššiu výnosnosť. Užší ovál zachytáva všetky hodnoty okrem týchto dvoch. Je zrejme, že v prípade jednoduchého lineárneho regresného modelu, v ktorom by sme sa snažili vysvetliť zmenu HDP pomocou jednej vysvetľujúcej premennej (indexu), by sme variabilitu nepopísali dostatočne. Ani prognostická aplikácia modelu by nebola opodstatnená. Na rast HDP vplyva množstvo ďalších faktorov, nás však zaujíma smer vzťahu s akciovým trhom.

Korelačná analýza nám neposkytuje informácie o kauzálnych vzťahoch. Väčšinou pri modelovaní ekonomických procesov vychádzame z apriórnej informácie, teda z určitej ekonomickej teórie. Máme k dispozícii empirické výskumy z minulosti, ktoré poukazujú na príčinný vzťah medzi akciovými trhami a reálnym výstupom ekonomiky, pričom akciové trhy by mali predbiehať vývoj HDP o niekoľko mesiacov. Jedným zo spôsobov identifikácie kauzálnej väzby je spomínaný Grangerov model. Pripomenieme, že v takom prípade nehovoríme o kauzalite v pravom slova zmysle, ale že jedna premenná ovplyvňuje druhú v zmysle Grangerovej kauzality. Testujeme dva dynamické regresné modely:

(6)

$$\% \Delta HDP_t = \alpha_0 + \alpha_1 (\% \Delta HDP)_{t-1} + \dots + \alpha_4 (\% \Delta HDP)_{t-4} + \beta_1 (\% \Delta I)_{t-1} + \dots + \beta_4 (\% \Delta I)_{t-4} + u_t$$

(7)

$$\% \Delta I_t = \gamma_0 + \gamma_1 (\% \Delta I)_{t-1} + \dots + \gamma_4 (\% \Delta I)_{t-4} + \delta_1 (\% \Delta HDP)_{t-1} + \dots + \delta_4 (\% \Delta HDP)_{t-4} + u'_t$$

kde  $\% \Delta I_t$  je percentuálna zmena akciového indexu (SP500 alebo DJIA) a  $\% \Delta HDP$  je percentuálna zmena HDP. Ostatné premenné sú charakterizované vo vyššie uvedených



vzťahoch. V prvej rovnici skúmame, či akciový index ovplyvňuje HDP v zmysle Grangerovej kauzality, tzn.  $\% \Delta I \Rightarrow \% \Delta HDP$ . V druhej rovnici naopak, či HDP ovplyvňuje akciový index v zmysle Grangerovej kauzality, tzn.  $\% \Delta HDP \Rightarrow \% \Delta I$ . Nebudeme uvádzať kvantifikovaný výstup z celého modelu, ale len  $p$  – hodnotu vypočítanú na základe Waldovej F štatistiky.

**Tabuľka 4: Výsledok Grangerovho testu**

$H_0$ <sup>9</sup>			$p$ – hodnota			
			lag 1	lag 2	lag 3	lag 4
$\% \Delta DJIA$	$\nRightarrow$	$\% \Delta HDP$	0,08617	0,13772	0,29172	0,48291
$\% \Delta HDP$	$\nRightarrow$	$\% \Delta DJIA$	0,29676	0,31133	0,07004	0,03197
$\% \Delta SP500$	$\nRightarrow$	$\% \Delta HDP$	<b>0,03558</b>	<b>0,04892</b>	0,10899	0,23438
$\% \Delta HDP$	$\nRightarrow$	$\% \Delta SP500$	0,35917	0,40382	0,19203	0,11323
$\% \Delta SP500$	$\nRightarrow$	$\% \Delta DJIA$	0,07161	0,03487	0,05529	0,12755
$\% \Delta DJIA$	$\nRightarrow$	$\% \Delta SP500$	0,10142	0,08177	0,13714	0,26627

Zdroj: výstup z EViews 5.1, údaje z *finance.yahoo* a *FRED*@

Jediný vzťah, ktorý je štatisticky významný pri prvom posunutí (lag 1), je medzi SP500 a HDP, pričom  $SP500 \Rightarrow HDP$ . Inak povedané, akciový index SP500 ovplyvňuje hrubý domáci produkt krajiny v Grangerovom zmysle kauzality. Presnejšie, že index obsahuje informácie, ktoré vysvetľujú budúci rast HDP v troch a šiestich mesiacoch. Deduktívne by bolo možné túto skutočnosť vysvetliť tým, že na akciovom trhu sa sústreďuje veľká pozornosť aj na makroekonomické veličiny. Ak na základe prognóz investori očakávajú spomalenie ekonomickej aktivity, skôr ako dôjde k poklesu HDP, odrazia sa tieto očakávania vo vývoji akciového trhu.

Test sme realizovali aj s ďalšími posunmi (lagmi), aby sme zistili, či výsledok nie je závislý práve od toho. Na druhom lagu sa nám potvrdil predpoklad o jednosmernej závislosti medzi akciovým trhom a reálnym výstupom ekonomiky opäť len pri indexe SP500. Na treťom lagu už vzťah nebol štatisticky významný. Vzhľadom k tomu, že pracujeme s kvartálnymi údajmi, môžeme potvrdiť len závislosť HDP od SP500 medzi dvoma po sebe nasledujúcimi štvrtrokmi.

Na základe uvedených skutočností môžeme konštatovať, že akciový trh predbieha vývoj v ekonomike o 3 až 6 mesiacov (čo je v súlade s uvedenou teóriou). Zaujímavé je tiež štvrté posunutie vysvetľujúcej premennej v prípade DJIA a HDP. Môžeme povedať, že po roku miera rastu HDP ovplyvňuje výnosnosť DJIA. Tento výsledok je možné zdôvodniť len deduktívne. Zaujímavé je však, že pri indexe SP500 sa preukázala jednosmerná závislosť k HDP a pri indexe DJIA nie. Tieto skutočnosti môžu indikovať významnosť indexu SP500 ako benchmarku amerického akciového trhu.

#### 4. Analýza vzťahu HDP a akciového indexu v podmienkach SR

Za účelom overenia jednostrannej závislosti medzi akciovým indexom a HDP v slovenských podmienkach budeme pracovať so štvrtročnými údajmi od roku 1997 do

<sup>9</sup> Symbol  $\nRightarrow$  čítaj ako „Neovplyvňuje v Grangerovom zmysle kauzality“.

roku 2008. Celkovo výskumná vzorka obsahuje 45 pozorovaní. Postupujeme rovnako ako pri vzorke z USA, tzn. všetky údaje sú transformované na percentuálnu mieru rastu.

**Tabuľka 5: Deskriptívna štatistika a test normality**

	%Δ HDP	%Δ SAX
počet pozorovaní	45	45
priemer	0,02624	0,02676
medián	0,03062	0,02064
minimum	-0,06478	-0,23877
maximum	0,13541	0,39314
štand. odchýlka	0,05873	0,13533
Q1	-0,02764	-0,06703
Q3	0,06620	0,05948
šikmost'	0,17209	0,68054
špicatost'	1,90636	3,80910
Jarque - Bera	2,40992	4,59649
(p - hodnota)	0,29970	0,10044

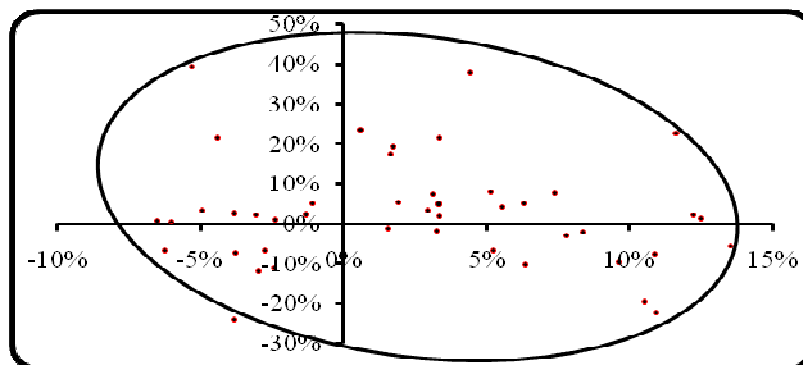
Zdroj: vlastné spracovanie, údaje z bcpb.sk a Slovstat

Zaujímavé je porovnanie slovenského akciového indexu SAX s americkými SP500 a DJIA, ktorých výnosnosti boli uvedené vyššie (aj keď pracujeme s rozličným rozsahom časových údajov). V jednotlivých výberových charakteristikách sa výrazne neodlišujú. SAX vykazuje vyššiu volatilitu a vyššiu dosiahnutú maximálnu výnosnosť (až 39,31 %). Podľa šikmosti vidíme, že častejšie dosahuje kladné výnosy. Rovnako ako pri amerických indexoch, ani pri slovenskom nemôžeme zamietnuť hypotézu o normálnom rozdelení výnosnosti. Čo sa týka HDP, tak zaujímavá je hlavne dosiahnutá maximálna hodnota percentuálneho rastu (13,54 %, 2. kvartál roku 2000). V porovnaní s americkým HDP, je slovenský rast HDP menej stabilný, vykazuje vyššie minimálne aj maximálne hodnoty. V tabuľke je v posledných riadkoch uvedený tiež Jarque – Bera test, pomocou ktorého testujeme normalitu rozdelenia skúmaných premenných. Pri oboch časových radoch nie je možné zamietnuť hypotézu, že údaje majú normálne rozdelenie.

Pred skúmaním Grangerovej kauzality, spomenieme ešte korelačné koeficienty medzi HDP a SAX. V prípade, že vezmeme do úvahy absolútne hodnoty, dostávame štatisticky významný korelačný koeficient vo výške 0,862. Ak počítame koreláciu medzi percentuálnymi zmenami premenných, korelačný koeficient je 0,280 a nie je významný na hladine významnosti 0,05. Opäť však z dôvodu nestacionárnych časových radov v prípade nominálneho vyjadrenia premenných, do modelu zahrnieme transformované hodnoty časových radov, tzn. percentuálne zmeny.

Na nasledujúcom obrázku sa pozrieme opäť na obe premenné (ako v prípade vzorky z US) a ich vzájomný vzťah, resp. či by bolo možné modelovanie pomocou regresnej analýzy.



**Obrázok 5: Cyklus medzi akciovým trhom (SP500) a ekonomikou podľa Plummera (2008)**

Zdroj: vlastné spracovanie, údaje z *bcpb.sk* a *Slovstat*

V porovnaní s americkou vzorkou je ovál ešte širší a na prvý pohľad je zrejmé, že tieto dve premenné nie sú silne korelované. Opäť však pripomenieme, že našim cieľom nie je zostaviť regresný model, ktorý by vhodne popisoval dané dáta, ale chceme určiť smer závislosti.

**Tabuľka 6: Výsledok Grangerovho modelu**

$H_0$			$p$ – hodnota			
			lag 1	lag 2	lag 3	lag 4
$\% \Delta$ HDP	$\Rightarrow$	$\% \Delta$ SAX	0,00963	0,03271	0,11099	0,18917
$\% \Delta$ SAX	$\Rightarrow$	$\% \Delta$ HDP	0,09058	0,33580	0,48937	0,46928

Zdroj: výstup z *EViews 5.1*, údaje z *bcpb.sk* a *Slovstat*

Pri skúmaní korelácie sa slovenské podmienky výrazne neodlišovali od amerických, bolo možné pozorovať len nižšiu koreláciu medzi indexom a HDP v absolútnych hodnotách. Výsledky Grangerovho modelu sú však značne odlišné. Zatiaľ čo pri skúmaní americkej vzorky sa nám potvrdila hypotéza o ovplyvňovaní HDP akciovým indexom, pri slovenskej vzorke je výsledok opačný. Pri prvom posunutí (lag 1) zmena HDP Grangerovsky zapríčiňuje zmenu vo výnosnosti indexu. Rovnaký vzťah platí aj pri druhom posunutí. To znamená, že 6 mesiacov trvá, kým zmena v reálnom výstupe z ekonomiky ovplyvní výnosnosť akciového trhu.

Výsledok je síce zaujímavý, ale nie prekvapujúci. Slovenský akciový trh je prakticky nefunkčný, preto nemôžeme predpokladať, že by jeho vývoj ovplyvňoval celú ekonomiku. Na Burze cenných papierov v Bratislave, a. s. (BCPB) sa v roku 2007 uskutočnili obchody v celkovom objeme 352,887 mld. Sk. Objem obchodov s akciami a podielovými listami predstavoval 722,538 mil. Sk, pričom tieto obchody boli realizované v 5 851 transakciách. Objem v akom sa akcie v roku 2007 obchodovali predstavuje 0,2 % z celkového objemu obchodov na BCPB. Podobná situácia bola aj v prvom štvrtroku roku 2008.

Na tomto mieste spomenieme, že z hľadiska ďalšieho výskumu by bolo zaujímavé pridať do vzorky ostatné krajiny V4, ktoré disponujú vyspelejším kapitálovým trhom. Otázkou ostáva do akej miery sú tieto trhy efektívne a či je možné skúmanie akciových indexov PX, WIG a BUX ako predstihových indikátorov reálneho výstupu z ekonomiky.

### 5. Kointegrácia a ECM model

Pre korektnosť musíme zistiť, či skúmané časové rady nie sú kointegrované. V takom prípade môžu byť vyššie uvedené výsledky nesprávne (najmä pri prvom posune). Ak sa potvrdí výskyt kointegrácie, kvantifikujeme model s korekčným členom (ECM). Engle a Granger (1987) navrhli niekoľko testov na zisťovanie kointegrácie a následného zostavenia ECM. Využijeme ADF (Augmented Dickey – Fuller) test. Z kointegračnej rovnice vyjadríme rezíduá:

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + u_t, \quad (8)$$

kde  $X_t$  a  $Y_t$  nominálna hodnota premennej (HDP alebo akciového indexu) v čase  $t$ ,  $\alpha_0, \alpha_1$  sú regresné koeficienty a  $u_t$  je náhodná chyba. Následne kvantifikujeme pomocnú regresiu:

$$e_t - e_{t-1} = \beta_1 e_{t-1} + \mu_t, \quad (9)$$

kde  $e_t, e_{t-1}$  sú rezíduá zo vzťahu (8) a  $\mu_t$  je náhodná chyba. Nulová hypotéza pre regresný koeficient je v tvare  $\beta_1 = 0$ , teda že časové rady premenných nie sú kointegrované.

**Tabuľka 7: Zisťovanie kointegrácie**

Smer závislosti			$\beta_1$	<i>p</i> - hodnota
DJIA	=>	HDP	-0,02766	0,05063
HDP	=>	DJIA	-0,02940	0,11859
SP500	=>	HDP	-0,02538	0,22073
HDP	=>	SP500	-0,02980	0,30525
SP500	=>	DJIA	-0,06933	0,20934
DJIA	=>	SP500	-0,07189	0,20428
SAX	=>	HDP	-0,23713	0,00006
HDP	=>	SAX	-0,21967	0,00010

Zdroj: výstup z Gretl, údaje z *finance.yahoo* a *FRED@*

(Pozn.: OLS s využitím HAC)

Výsledky v uvedenej tabuľke nám nepotvrdili existenciu dlhodobej rovnováhy medzi skúmanými premennými v prípade vzorky z USA. Odhadnuté regresné koeficienty zo vzťahu (9) sú blízke nule a sú štatisticky nevýznamné (t – test). Grangerov test môžeme považovať za opodstatnený, keďže sa nepreukázala kointegrácia časových radov. Naopak vo vzorke zo SR sa potvrdil výskyt kointegrácie časových radov.

Pre porovnanie a korektnosť uvidíme aj kvantifikáciu ECM modelu, pretože výsledky testu kointegrácie v prípade americkej vzorky nie sú jednoznačné. Zaujímať nás bude

slovenská vzorka, keďže v tomto prípade sme vyhodnotili premenné ako kointegrované, tzn. mohli by sme očakávať zmenu vo výstupe.

Rezíduá zo vzťahu (8) zakomponujeme do Grangerovho modelu ako ďalšiu premennú:

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \beta_1 Y_{t-1} + \theta_1 e_{t-1} + \varepsilon_t \quad (10)$$

$$Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 Y_{t-1} + \delta_1 X_{t-1} + \varphi_1 e'_{t-1} + \varepsilon'_t, \quad (11)$$

kde  $X_t$  a  $Y_t$  je percentuálna zmena premennej (HDP alebo akciového indexu) v čase  $t$ . Výrazy  $e_{t-1}, e'_{t-1}$  predstavujú oneskorenú chybu rovnováhy. Čiarka ako horný index naznačuje, že nejde o rovnaké hodnoty. Keďže funkčný tvar kointegračnej rovnice obrátíme, dostávame aj rozdielne rezíduá. Rovnako značíme aj náhodnú chybu  $\varepsilon_t$ .

**Tabuľka 8: Výsledok ECM modelu (lag 1)**

$H_0$			$p$ – hodnota
% $\Delta$ DJIA	$\neq >$	% $\Delta$ HDP	0,08661
% $\Delta$ HDP	$\neq >$	% $\Delta$ DJIA	0,22267
% $\Delta$ SP500	$\neq >$	% $\Delta$ HDP	<b>0,03598</b>
% $\Delta$ HDP	$\neq >$	% $\Delta$ SP500	0,28072
% $\Delta$ SP500	$\neq >$	% $\Delta$ DJIA	0,11136
% $\Delta$ DJIA	$\neq >$	% $\Delta$ SP500	0,11715
% $\Delta$ HDP	$\neq >$	% $\Delta$ SAX	<b>0,02172</b>
% $\Delta$ SAX	$\neq >$	% $\Delta$ HDP	0,12702

Zdroj: výstup z Gretl, údaje z finance.yahoo a FRED@

Vo vyššie uvedenej tabuľke môžeme vidieť, že hoci sa v modeli s korekčným členom  $p$  – hodnoty počítané na základe Waldovej  $F$  – štatistiky zmenili, výsledky dosiahnuté z Grangerovho modelu sa nám potvrdili aj po zohľadnení výskytu dlhodobej rovnováhy medzi časovými radami premenných. Zistené skutočnosti preto považujeme za relevantné.

### Záver

V predkladanej práci sme na základe dynamických regresných modelov časových radov ukázali, že existuje jednostranná závislosť od amerického akciového indexu SP500 smerom k HDP krajiny. Presnejšie, že index obsahuje informácie, ktoré vysvetľujú budúci rast HDP v troch a šiestich mesiacoch. V podmienkach SR je tento vzťah opačný. Empirické výskumy spomenuté vyššie sa zaoberali aj meraním kauzálnych vzťahov počas finančných kríz, najmä počas krachu v roku 1987. V našej výskumnej vzorke je možné identifikovať technologickú bublinu (rok 2000) a hypotekárnu krízu (leto 2007), ktorá doznieva aj v súčasnosti (leto 2008). Aj keď vzorku rozdelíme na parciálne časti, obdobie pred krízami, počas nich a po krízach, dospejeme k rovnakým výsledkom. Tieto čiastkové výsledky sme z rozsahového obmedzenia predkladanej práce neuviedli.

Z vyššie uvedeného vyplýva, že skúmanie vyspelého akciového trhu ako predstihového indikátora celkového ekonomického vývoja je opodstatnené. Do vzorky sme zahrnuli

dva indexy, ale len v prípade indexu SP500 sa potvrdila štatisticky významná jednosmerná závislosť. Z hľadiska ďalšieho výskumu by bolo zaujímavé zahrnúť do vzorky viac akciových indexov, napr. S&P 1500, Wilshire 5000, prípadne ešte aj rozdeliť indexy do štyroch skupín podľa kapitalizácie (celotrhové, s veľkou, strednou a malou kapitalizáciou).

Poslednú skutočnosť, ktorú je nutné zdôrazniť, je nízky koeficient determinácie vo využitých regresných modeloch. Tým, že z dôvodu korektného metodologického hľadiska sme neskúmali indexy v nominálnych hodnotách (nestacionárne časové rady), ale vo forme percentuálnej zmeny (stacionárne časové rady), použité modely popisovali približne 10 % celkovej variability. Pre účely zistenia jednostrannej závislosti to nepredstavovalo problém, pri prognostickej aplikácii by bolo nutné pridať ďalšie vysvetľujúce premenné.

#### **Použitá literatúra:**

BINSWANGER, M. 2000. Stock Returns and Real Activity: Is There Still a Connection? In: *Applied Financial Economics*, 2000, vol. 10, no. 4, p. 379-387. ISSN 0960-3107.

CAMPBELL, J. – LO, A. – MACKINLAY, C. 1997. *The Econometrics of Financial Markets*. New Jersey: Princeton University Press, 1997. ISBN 0-691-04301-9.

ESTRELLA, A. – HARDOUVELIS, G. A. 1991. The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity. In: *The Journal of Finance*, 1991, vol. 46, no. 2, p. 555-576. ISSN 0022-1082.

FAMA, E. F. 1981. Stock Returns, Real Activity, Inflation, and Money. In: *The American Economic Review*, 1981, vol. 71, no. 4, p. 545-565. ISSN 0022-8282.

FAMA, E. F. 1990. Stock Returns, Expected Returns, and Real Activity. In: *The Journal of Finance*, 1990, vol. 45, no. 4, p. 1089-1108. ISSN 0022-1082.

GESKE, R. – ROLL, R. 1983. The Monetary and Fiscal Linkage Between Stock Returns and Inflation. In: *The Journal of Finance*, 1983, vol. 38, no. 1, p. 1-33. ISSN 0022-1082

GRANGER, C. W. – NEWBOLD, P. 1974. Spurious Regressions in Econometrics. In: *Journal of Econometrics*, 1974, vol. 2, no. 2, p. 111-120. ISSN 0304-4076.

GRANGER, C. W. 1969. Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross - Spectral Methods. In: *Econometrica*, 1969, vol. 37, no. 3, p. 424-438. ISSN 0012-9682.

GREENE, W. H. 2003. *Econometric Analysis. Fifth Edition*. New Jersey: Prentice Hall, 2003. ISBN 0-13-066189-9.

GUJARATI, D. N. 2004. *Basic Econometrics. 4th Economy Edition*. New York: McGraw - Hill, 2004. ISBN 0-070-59793-6.

HAMILTON, J. D. – KIM, D. H. 2002. Re-examination of the Predictability of Economic Activity Using the Yield Spread, In: *Journal of Money Credit and Banking*, 2002, vol. 34, no. 2, p. 340-60. ISSN 0022-2879.



- HATRÁK, M. 2007. *Ekonometria*. Bratislava: IURA EDITION, 2007. ISBN 978-80-8078-150-7.
- HAUBRICH, J. G. - DOMBROSKY A. M. 1996. Predicting Real Growth Using the Yield Curve. In: *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 1996, vol. 32, no. 1, p. 26-35. ISSN 0014-9187.
- CHOVANCOVÁ, B. 2006. *Finančný trh. Nástroje, transakcie, inštitúcie*. Bratislava: Iura Edition, 2006. ISBN 80-8078-089-7.
- KAUL, G. 1987. Stock Returns and Inflation: The Role of the Monetary Sector. In: *The Journal of Financial Economics*, 1987, vol. 18, no. 2, p. 253-276. ISSN 0304-405X.
- KOHOUT, P. 2005. *Investiční strategie pro třetí tisíciletí*. Praha: Grada Publishing, 2005. ISBN 80-247-1438-8.
- LEVINE, R. – ZERVOS, P. 1998. Stock Markets, Banks, and Economic Growth. In: *The American Economic Review*, 1998, vol. 88, no. 3, p. 537-558. ISSN 0002-8282
- MAHDAVI, P. – SOHRABAIN, A. 1991. The Link Between the Rate of Growth of Stock Prices and the Rate of Growth of GNP in the United States. In: *American Economist*, 1991, vol. 35, no. 2, p. 41-48. ISSN 0569-4345.
- MILLS, T. C. 1999. *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. ISBN 0-521-62413-4.
- PEARCE, D. K. 1983. Stock Prices and the Economy. In: *Economic Review*, 1983, no. 9, p. 7-22. ISSN 0161-2387.
- PEŇA, J. – RODRÍGUEZ, R. 2006. On the Economic Link Between Asset Prices and Real Activity. In: *Journal of Business Finance and Accounting*, 2006, vol. 34, no. 5/6, p. 889-916. ISSN 0306-686X.
- PLOSSER, CH. – ROWENHORST, K. G. 1994. International Term Structures and Real Economic Growth. In: *Journal of Monetary Economics*, 1994, vol. 33, no. 1, p. 133-155. ISSN 0304-3932.
- RACHEV, P. – MITTNIK, P. – FABOZZI, F. – FOCARDI, P. – JAŠIĆ, T. 2007. *Financial Econometrics*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007. ISBN 0-471-78450-8.
- ROUSSEAU, P. L. – SYLLA, R. 2001. *Financial Systems, Economic Growth, and Globalization*. NBER Working Paper 8323, 2001.
- SCHWERT, W. 1990. Stock Returns and Real Activity: A Century of Evidence. In: *The Journal of Finance*, 1990, vol. 45, no. 4, p. 1237-1257. ISSN 0022-1082.
- STOCK, J. H. – WATSON, M. W. 1990. *New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators*. NBER Working paper, 1990.



## THE RELATIONSHIP BETWEEN STOCK MARKETS AND GDP – GRANGER CAUSALITY TEST

**Eduard Baumöhl**

Podnikovohospodárska fakulta v Košiciach, Ekonomická univerzita v Bratislave, Tajovského 13, 041 30 Košice (eduard.baumohl@euke.sk)

**Abstrakt:** V predkladanom príspevku sme sa zaoberali skúmaním vzťahu medzi akciovým trhom a reálnym výstupom ekonomiky, meraným hrubým domácim produktom (HDP). Ako benchmark amerického akciového trhu sme zvolili dva indexy - S&P 500 (Standard and Poor's 500) a DJIA (Dow Jones Industrial Average). Za účelom overenia vzájomného vzťahu medzi akciovým trhom a HDP v slovenských podmienkach bol využitý akciový index SAX. Cieľom bolo zistiť výskyt jednosmernej závislosti pomocou Grangerovho modelu a v prípade kointegrácie premenných pomocou modelu ECM. Zistili sme, že akciový index S&P 500 predbieha HDP v USA o 3 až 6 mesiacov. V podmienkach Slovenskej republiky je tento vzťah opačný.

**Kľúčové slová:** analýza akciových trhov, akciový index, predstihový indikátor, HDP, Grangerov model, kointegrácia, ECM

**Abstract:** In this paper we analyze the lead – lag relationship between stock market indices and gross domestic product (GDP). As a benchmark of US stock market we decided to choose two indices – S&P 500 (Standard and Poor's 500) a DJIA (Dow Jones Industrial Average). To estimate the lead – lag relationship in Slovak conditions we applied SAX. The aim of this paper was to determine the existence of unidirectional impact using Granger Causality Test, and ECM in the case of time series cointegration. We found out that S&P 500 lead GDP in 3 to 6 months. In Slovak Republic is this relation exactly opposite.

**Key words:** Stock Markets Analysis, Stock Indices, Leading Indicator, GDP, Granger Causality Test, Cointegration, ECM

