Přípravný kurz pro zájemce o psychologii 2020

Testy studijních předpokladů – prezentace 3

Logika

Velice stručné základy

Mgr. Markéta Kukaňová, Ph.D.

Dělení

- Formální logika
  - Výroková
  - Predikátová

- Neformální logika
  - Vyjadřování o skutečnosti kolem nás (jak lidé odůvodňují své názory

Výroková logika

- Výrok
  - Každá oznamovací věta, u níž dává smysl, když uvažujeme, zda je *buď* pravdivá, *nebo* nepravdivá

  - Výrok platí…1
  - Výrok neplatí…0

Ukázky výroků?

- Český král a římskoněmecký císař Karel IV. vládl v 18. století.
- Venku prší
- Dvacátého šestého května 2011 udělám maturitu
- Ondřej z 6.B je nejhezčí kluk na škole
- Máme ještě nějaké mléko?
- $2 + 3 = 6$
- $X > 10$

Negace

- Změna pravdivostní hodnoty

Negaci si zapíšeme pomocí tabulky:

A	¬ A
1	0
0	1

- každý je → alespoň 1 není

  žádný není → alespoň 1 je

  je právě n → je nejvýše n+1

  je nejvýše n → je alespoň n+1

Složené výroky (formule)

- Spojené z dvou a více výroků
- Logické spojky

- Konjunkce
- Disjunkce
- Implikace
- Ekvivalence

Konjunkce

- Je pravdivé, pokud jsou oba výroky pravdivé
- Výrok A a současně výrok B

Tabulka pravdivostních hodnot vypadá následovně:

A	B	A ∧ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Disjunkce

- Pravdivé, pokud alespoň jeden je pravdivý
- Výrok A nebo výrok B

Tabulka pravdivostních hodnot vypadá následovně:

A	B	A ∨ B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Implikace

- Nepravdivý, když výrok A je pravdivý a výrok B nepravdivý
- Jestliže A, potom B

Tabulka pravdivostních hodnot:

A	**B**	**A ⇒ B**
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Ekvivalence

- Pravdivý pouze, když mají A a B stejnou hodnotu
- Výrok A právě tehdy, když výrok B

Tabulka pravdivostních hodnot:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Matematizace reálné situace

- užití pravdivostního ohodnocení při řešení slovních úloh
- Postup:

1. převedeme text z běžného jazyka do jazyka výrokové logiky,
2. provedeme pravdivostní ohodnocení,
3. výsledek převedeme zpět do běžného jazyka.

Příklad

V dílně pracují tři stroje podle těchto podmínek:

- Pracuje-li první stroj, pracuje i druhý stroj.
- Pracuje druhý nebo třetí stroj.
- Nepracuje-li první stroj, nepracuje ani třetí stroj.
- Rozhodněte, jaké jsou možnosti pro práci těchto tří strojů.

Řešení 1)

Zavedeme výrokové proměnné:

a .... pracuje první stroj

b .... pracuje druhý stroj

c .... pracuje třetí stroj

Podmínky vyjádřené v textu úlohy zapíšeme jako výrokové formule.

1) $a \Rightarrow b$ 2) $b \vee c$ 3) $\neg a \Rightarrow \neg c$

Řešení 2)

- provedeme pravdivostní ohodnocení výrokových formulí:

a	⇒	b	b	v	c	¬a	⇒	¬c
1	1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1	1

Protože všechny tři podmínky mají být splněny současně, vybereme řádky, ve kterých je u všech formulí pravdivostní hodnota 1. (V tabulce jsou tyto řádky vyznačeny barevně.)

Řešení 3)

Zjistíme, jaké jsou na vyznačených řádcích pravdivostní hodnoty proměnných a, b, c.

Podle toho zformulujeme odpověď:

- Jsou tři možnosti pro práci strojů:

a) pracují všechny tři stroje,

b) pracuje první a druhý stroj, nepracuje třetí,

c) první a třetí stroj nepracují, pracuje druhý stroj.

Logicky ekvivalentní formule

Nechť α, β jsou výrokové formule.

Jestliže $\alpha \Leftrightarrow \beta$ je tautologie (tj. α i β mají stejné sloupce pravdivostních hodnot), říkáme, že α, β jsou logicky ekvivalentní.

Zápis: $\alpha \sim \beta$

Příklad

Zjistěte, zda je výroková formule $\neg (p \wedge q)$ logicky ekvivalentní s výrokovou formulí $\neg p \vee \neg q$.

$\neg$	$(p$	$\wedge$	$q)$	$\Leftrightarrow$	$\neg p$	$\vee$	$\neg q$
0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1

Závěr: Dané výrokové formule jsou logicky ekvivalentní.

Logicky ekvivalentní formule

$\neg (p \wedge q) \sim \neg p \vee \neg q$	de Morganovy zákony
$\neg (p \vee q) \sim \neg p \wedge \neg q$	

$p \wedge q \sim q \wedge p$	komutativnost konjunkce
$p \vee q \sim q \vee p$	komutativnost disjunkce
$(p \wedge q) \wedge r \sim p \wedge (q \wedge r)$	asociativnost konjunkce
$(p \vee q) \vee r \sim p \vee (q \vee r)$	asociativnost disjunkce

Děkuji za pozornost