

Absolutní extrémy funkcí dvou proměnných

Lenka Přibyllová

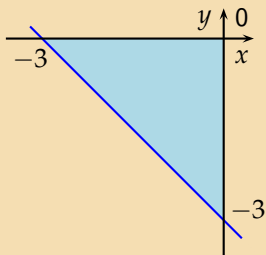
7. února 2007

Obsah

- Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na M . . . 2
- Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na M . . . 24

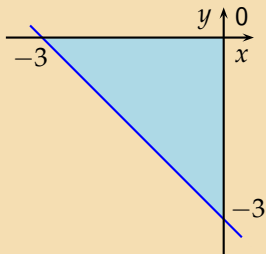
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



Nakreslíme přímky ohraničující množinu.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

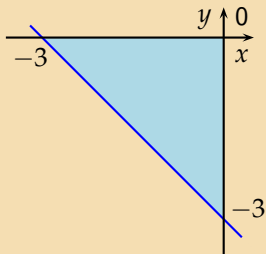


$$f'_x = 2x - y + 1$$

$$f'_y = 2y - x + 1$$

Spočteme první derivace funkce podle obou proměnných.

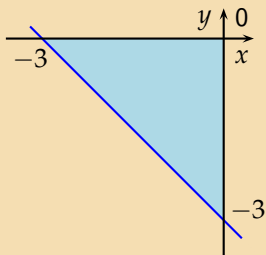
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0$$

Stacionární bod splňuje podmínky $f'_x = 0$ a $f'_y = 0$.

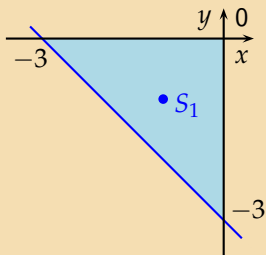
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

Vyřešíme soustavu 2 rovnic o 2 neznámých. Z první rovnice $y = 2x + 1$ dosadíme do druhé: $4x + 2 - x + 1 = 0$, tj. $x = -1$ a $y = -1$.

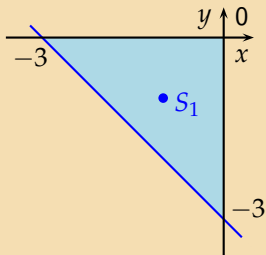
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad S_1 = [-1, -1]$$

Tento bod leží ve zkoumané množině. Zařadíme ho tedy mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

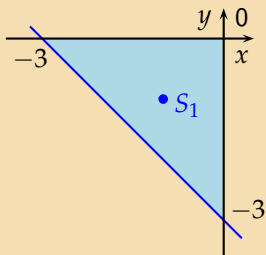


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 + x$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $y = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

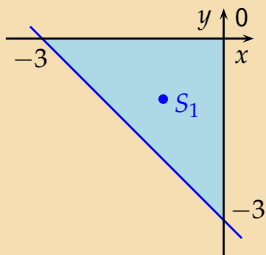


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 + x \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

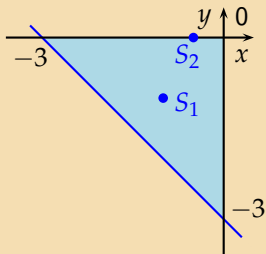


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 + x \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

Stacionárním bodem na hranici $y = 0$ je bod s x -ovou souřadnicí $x = -\frac{1}{2}$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

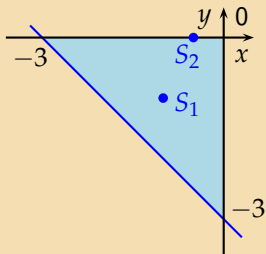


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 + x \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

Bod S_2 leží ve zkoumané množině. Zařadíme ho mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



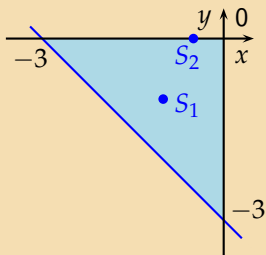
$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 + x \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

$$x = 0: f(0, y) = y^2 + y$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $x = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



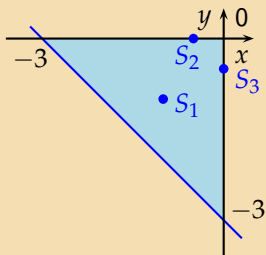
$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 + x \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

$$x = 0: f(0, y) = y^2 + y \Rightarrow f' = 2y + 1 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



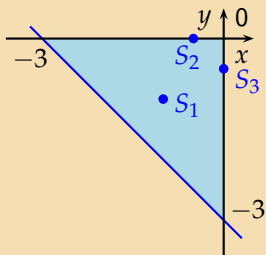
$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 + x \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

$$x = 0: f(0, y) = y^2 + y \Rightarrow f' = 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_3 = \left[0, -\frac{1}{2}\right]$$

Analogicky předchozímu případu dostáváme bod S_3 .

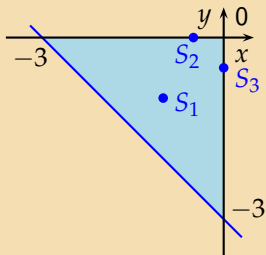
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$y = -x - 3 : f(x, -x - 3) = x^2 + (-x - 3)^2 - x(-x - 3) + x - x - 3$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $y = -x - 3$.

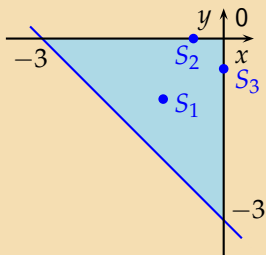
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$y = -x - 3 : f(x, -x - 3) = x^2 + (-x - 3)^2 - x(-x - 3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $y = -x - 3$.

Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

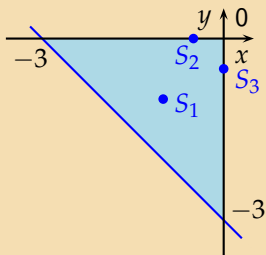


$$y = -x - 3 : f(x, -x - 3) = x^2 + (-x - 3)^2 - x(-x - 3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

$$\Rightarrow f' = 6x + 9 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

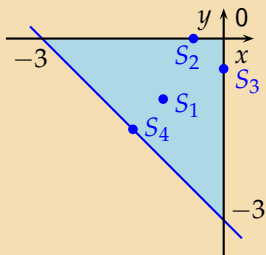


$$y = -x - 3 : f(x, -x - 3) = x^2 + (-x - 3)^2 - x(-x - 3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

$$\Rightarrow f' = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Stacionárním bodem na hranici $y = -x - 3$ je bod s x -ovou souřadnicí $x = -\frac{3}{2}$

Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

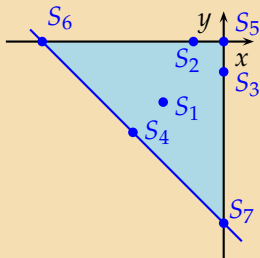


$$y = -x - 3 : f(x, -x - 3) = x^2 + (-x - 3)^2 - x(-x - 3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

$$\Rightarrow f' = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right]$$

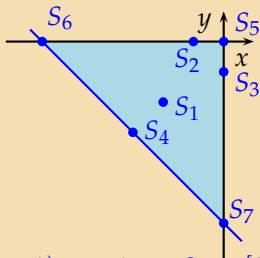
y -ovou souřadnici dostaneme dosazením do hranice $y = -x - 3 = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



Posledními možnými body, kde může nastat absolutní extrém, jsou vrcholy trojúhelníku.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$S_1 = [-1, -1] : f(-1, -1) = -1$$

$$S_5 = [0, 0] : f(0, 0) = 0$$

$$S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right] : f\left(-\frac{1}{2}, 0\right) = -\frac{1}{4}$$

$$S_6 = [-3, 0] : f(-3, 0) = 6$$

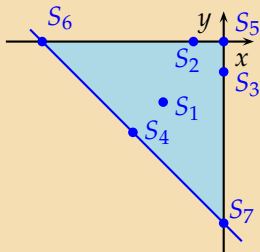
$$S_3 = \left[0, -\frac{1}{2}\right] : f\left(0, -\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$S_7 = [0, -3] : f(0, -3) = 6$$

$$S_4 = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right] : f\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

Najdeme všechny funkční hodnoty v podezřelých bodech a vybereme maximální a minimální hodnotu.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$S_1 = [-1, -1] : f(-1, -1) = -1$$

$$S_5 = [0, 0] : f(0, 0) = 0$$

$$S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right] : f\left(-\frac{1}{2}, 0\right) = -\frac{1}{4}$$

$$S_6 = [-3, 0] : f(-3, 0) = 6$$

$$S_3 = \left[0, -\frac{1}{2}\right] : f\left(0, -\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

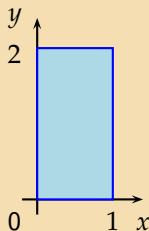
$$S_7 = [0, -3] : f(0, -3) = 6$$

$$S_4 = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right] : f\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

Funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ má tedy dvě **absolutní maxima** v bodech S_6 a S_7 a **absolutní minimum** v bodě S_1 .

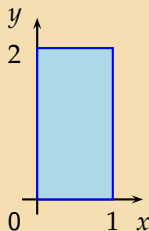
Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



Nakreslíme množinu M . Je to obdélník.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

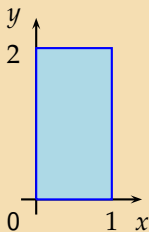


$$f'_x = 2x + 2y - 4$$

$$f'_y = 2x + 8$$

Spočteme první derivace funkce podle obou proměnných.

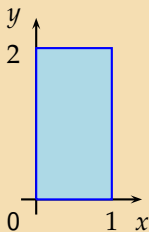
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0$$

Stacionární bod splňuje podmínky $f'_x = 0$ a $f'_y = 0$.

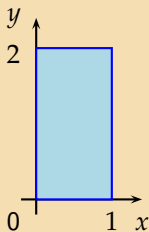
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6]$$

Vyřešíme soustavu 2 rovnic o 2 neznámých. Z druhé rovnice $2x + 8 = 0$ dostáváme $x = -4$, odtud z první: $-8 + 2y - 4 = 0$, tj. $y = 6$.

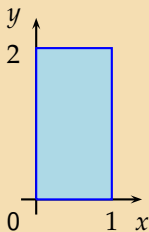
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

Tento bod ale **neleží ve zkoumané množině**. Nezařadíme ho tedy mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

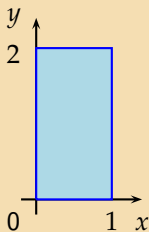


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 - 4x$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $y = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

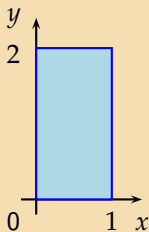


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0 : f(x, 0) = x^2 - 4x \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

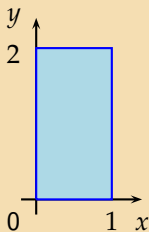


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 - 4x \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = [2, 0]$$

Stacionárním bodem na hranici $y = 0$ je bod s x -ovou souřadnicí $x = 2$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

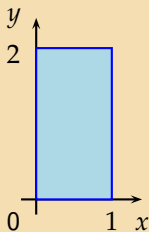


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0 : f(x, 0) = x^2 - 4x \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = [2, 0] \notin M$$

Tento bod také **neleží ve zkoumané množině**, a proto jej nezařadíme mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



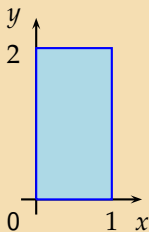
$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 - 4x \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = [2, 0] \notin M$$

$$x = 0: f(0, y) = 8y$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $x = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



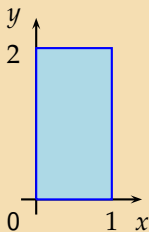
$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0 : f(x, 0) = x^2 - 4x \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = [2, 0] \notin M$$

$$x = 0 : f(0, y) = 8y \Rightarrow f' = 8 \neq 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



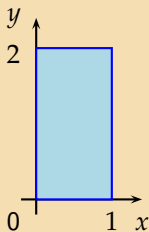
$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: f(x, 0) = x^2 - 4x \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = [2, 0] \notin M$$

$$x = 0: f(0, y) = 8y \Rightarrow f' = 8 \neq 0 \quad \text{zde nejsou žádné stacionární body}$$

Žádný takový bod neexistuje.

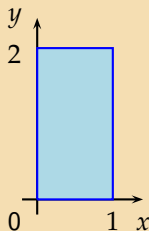
Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $y = 2$.

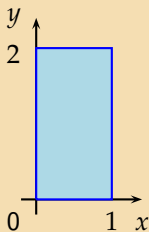
Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $y = 2$.

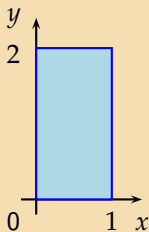
Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

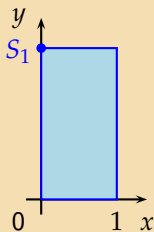
Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Stacionárním bodem na hranici $y = 2$ je bod s x -ovou souřadnicí $x = 0$

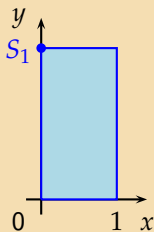
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow S_1 = [0, 2] \in M$$

Bod S_1 leí v množině M , je to vrchol obdélníku. Zařadíme ho mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

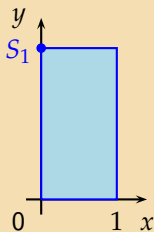


$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow S_1 = [0, 2] \in M$$

$$x = 1: f(1, y) = 1 + 2y - 4 + 8y = 10y - 3$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x, y)$ na hranici $x = 1$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

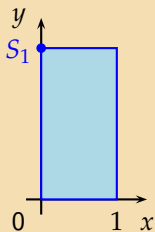


$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow S_1 = [0, 2] \in M$$

$$x = 1: f(1, y) = 1 + 2y - 4 + 8y = 10y - 3$$
$$\Rightarrow f' = 10 \neq 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

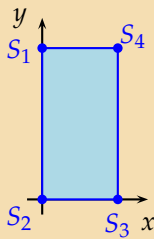


$$y = 2: f(x, 2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16 \\ \Rightarrow f' = 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow S_1 = [0, 2] \in M$$

$$x = 1: f(1, y) = 1 + 2y - 4 + 8y = 10y - 3 \\ \Rightarrow f' = 10 \neq 0 \quad \text{zde nejsou stacionární body}$$

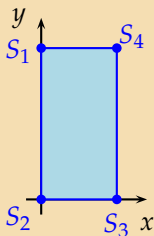
Žádný takový bod neexistuje.

Najděte absolutní extrémů funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



Posledními možnými body, kde může nastat absolutní extrém, jsou vrcholy obdélníku.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$S_1 = [0, 2] : f(0, 2) = 16$$

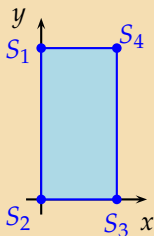
$$S_2 = [0, 0] : f(0, 0) = 0$$

$$S_3 = [1, 0] : f(1, 0) = -3$$

$$S_4 = [1, 2] : f(1, 2) = 17$$

Najdeme všechny funkční hodnoty v podezřelých bodech a vybereme maximální a minimální hodnotu.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.



$$S_1 = [0, 2] : f(0, 2) = 16$$

$$S_2 = [0, 0] : f(0, 0) = 0$$

$$S_3 = [1, 0] : f(1, 0) = -3$$

$$S_4 = [1, 2] : f(1, 2) = 17$$

Funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ má tedy **absolutní maximum v bodě S_4** a **absolutní minimum v bodě S_3** .

KONEC