Cramerovo pravidlo

Lenka Přibylová

26. září 2006

Obsah

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $$\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 7x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 7x_2 &= 3 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$$

Nejdříve spočteme determinant matice soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 7x_2 &= 3 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

Matice je řádu 2, můžeme tedy použít křížové pravidlo.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + \ 7x_2 &= 3 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_1, který vznikne záměnou 1. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 7x_2 &= 3 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 35 - 39 = -4$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + \ 7x_2 &= 3 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 35 - 39 = -4$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_1.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + \ \ 7x_2 &= 3 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 35 - 39 = -4$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + \ 7x_2 &= 3 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_2, který vznikne záměnou 2. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + \ \ 7x_2 &= 3 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 18 - 10 = 8$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 6x_1+13x_2 &= 5 \\ 2x_1+\ \ 7x_2 &= 3 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 18 - 10 = 8$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_2.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $$\begin{aligned} 6x_1 + 13x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 7x_2 &= 3 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4}, \; x_2 = \frac{1}{2}.$$

Máme výsledek.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1 + \;\; 5x_2 &= 2 \\ 2x_1 + 10x_2 &= 7 \end{aligned}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1+\ \ 5x_2 &= 2 \\ 2x_1+10x_2 &= 7 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}$$

Nejdříve spočteme determinant matice soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+\ \ 5x_2 &= 2 \\ 2x_1+10x_2 &= 7 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 10 - 10$$

Matice je řádu 2, můžeme tedy použít křížové pravidlo.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1 + \ 5x_2 &= 2 \\ 2x_1 + 10x_2 &= 7 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 10 - 10 = 0$$

Matice je singulární.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+\ \ 5x_2 &= 2 \\ 2x_1+10x_2 &= 7 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 10 - 10 = 0$$

Cramerovým pravidlem nemůžeme tuto úlohu řešit, protože je matice soustavy singulární. Stejně tak bychom nemohli soustavu řešit Cramerovým pravidlem v případě, kdyby nebyla matice soustavy čtvercová. Pro výpočet musíme použít Frobeniovu větu a případně Gaussovu eliminační metodu. Zde evidentně soustava nemá řešení.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2 \end{aligned}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Nejdříve spočteme determinant matice soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

Matice je řádu 3, můžeme tedy použít Sarrussovo pravidlo.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_1, který vznikne záměnou 1. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1-4+12-2+6+4 = 15$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+2x_2-\ \ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ \ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ \ x_3 &= -2 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_1.

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1-4+12-2+6+4 = 15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4=5$$

$x_1 = 3,$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1-4+12-2+6+4=15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_2, který vznikne záměnou 2. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2-4-6-2 = -14$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_2.

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 6 - 2 = -14$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = -\frac{14}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{array}{r} x_1+2x_2-\ x_3=1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3=2 \\ 2x_2-\ x_3=-2 \end{array}$

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-1+4+6-4=5$$

$$x_1=3,\ x_2=-\frac{14}{5},$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}=-2-4-6-2=-14$$

$$\Rightarrow x_2=\frac{D_2}{D}=-\frac{14}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1\\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2\\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1\\ -2 & 1 & -3\\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1\\ -2 & 1 & 2\\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_3, který vznikne záměnou 3. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 4 - 8 = -18$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_3.

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -2-4-4-8 = -18$$

$$\Rightarrow x_3 = \frac{D_3}{D} = -\frac{18}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} x_1+2x_2-\ x_3 &= 1 \\ -2x_1+\ x_2-3x_3 &= 2 \\ 2x_2-\ x_3 &= -2 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1+4+6-4 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},\ x_3 = -\frac{18}{5}.$$

Máme výsledek.

KONEC