

Přímá metoda integrace

Robert Mařík a Lenka Příbylová

28. července 2006

Obsah

$\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$	3
$\int \frac{x+3}{x^2} dx$	20
$\int \frac{1}{(x+6)^3} dx$	26
$\int f(ax+b) dx$	30
$\int \operatorname{tg} x dx$	37
$\int \frac{4x}{x^2-5} dx$	42
$\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$	45
$\int \frac{1}{x^2+2x+3} dx$	49

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$$

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$$

- Integrál ze součtu je součet integrálů.
- Integrál násobku funkce je násobek integrálu.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$$
$$= 2 \int x dx$$

Vytkneme konstantu před integrál.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ = 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx \end{aligned}$$

Vytkneme konstantu a přepíšeme do mocninné funkce.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ = 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx \end{aligned}$$

Vytkneme konstantu a přepíšeme do mocninné funkce.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ = 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx \end{aligned}$$

Vytkneme konstantu -1 .

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ = 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \end{aligned}$$

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ = 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ = 2 \frac{x^2}{2} \end{aligned}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ &= 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ &= 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} \end{aligned}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ &= 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ &= 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} \end{aligned}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ = 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ = 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} - (-\cos x) \end{aligned}$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ = 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ = 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} - (-\cos x) + e^x + c \end{aligned}$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ &= 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ &= 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} - (-\cos x) + e^x + c \\ &= x^2 \end{aligned}$$

Upravíme.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ &= 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ &= 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} - (-\cos x) + e^x + c \\ &= x^2 + \frac{12}{5}x^{5/4} \end{aligned}$$

Upravíme.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} & \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ &= 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ &= 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} - (-\cos x) + e^x + c \\ &= x^2 + \frac{12}{5} x^{5/4} - 3 \frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

Upravíme.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ &= 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ &= 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} - (-\cos x) + e^x + c \\ &= x^2 + \frac{12}{5} x^{5/4} - 3 \frac{1}{x^2} + \cos x \end{aligned}$$

Upravíme.

Najděte $\int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx$.

$$\begin{aligned} & \int (2x + 3\sqrt[4]{x} + \frac{6}{x^3} - \sin x + e^x) dx \\ &= 2 \int x dx + 3 \int x^{\frac{1}{4}} dx + 6 \int x^{-3} dx - \int \sin x dx + \int e^x dx \\ &= 2 \frac{x^2}{2} + 3 \frac{x^{5/4}}{5/4} + 6 \frac{x^{-2}}{-2} - (-\cos x) + e^x + c \\ &= x^2 + \frac{12}{5} x^{5/4} - 3 \frac{1}{x^2} + \cos x + e^x + c \end{aligned}$$

Upravíme.

Najděte $\int \frac{x+3}{x^2} dx$.

$$\int \frac{x+3}{x^2} dx$$

Najděte $\int \frac{x+3}{x^2} dx$.

$$\int \frac{x+3}{x^2} dx = \int \frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2} dx$$

Pro integrování je vhodnější součet, proto zlomek rozdělíme na dva.

Najděte $\int \frac{x+3}{x^2} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{x+3}{x^2} dx &= \int \frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2} dx \\ &= \int \frac{1}{x} dx + 3 \int \frac{1}{x^2} dx\end{aligned}$$

Každý sčítanec integrujeme zvlášť, konstanty vytkneme před integrál.

Najděte $\int \frac{x+3}{x^2} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{x+3}{x^2} dx &= \int \frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2} dx \\ &= \int \frac{1}{x} dx + 3 \int \frac{1}{x^2} dx \\ &= \ln|x| +\end{aligned}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

Najděte $\int \frac{x+3}{x^2} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{x+3}{x^2} dx &= \int \frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2} dx \\ &= \int \frac{1}{x} dx + 3 \int \frac{1}{x^2} dx \\ &= \ln|x| + 3 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + c\end{aligned}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Najděte $\int \frac{x+3}{x^2} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{x+3}{x^2} dx &= \int \frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2} dx \\ &= \int \frac{1}{x} dx + 3 \int \frac{1}{x^2} dx \\ &= \ln|x| + 3 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + c \\ &= \ln|x| - \frac{3}{x} + c\end{aligned}$$

Nakonec výraz upravíme.

Najděte $\int \frac{1}{(x+6)^3} dx$.

$$I = \int \frac{1}{(x+6)^3} dx$$

Najděte $\int \frac{1}{(x+6)^3} dx$.

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{1}{(x+6)^3} dx \\ &= \int (x+6)^{-3} dx \end{aligned}$$

Jedná se o mocninou funkci.

Najděte $\int \frac{1}{(x+6)^3} dx$.

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{1}{(x+6)^3} dx \\ &= \int (x+6)^{-3} dx \\ &= \frac{(x+6)^{-2}}{-2} \end{aligned}$$

- $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b)$, kde F je integrál z f .
- V našem případě je $f(x) = x^{-3}$, $F(x) = \frac{x^{-2}}{-2}$ a $a = 1$.

Najděte $\int \frac{1}{(x+6)^3} dx$.

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{1}{(x+6)^3} dx \\ &= \int (x+6)^{-3} dx \\ &= \frac{(x+6)^{-2}}{-2} \\ &= -\frac{1}{2(x+6)^2} + C \end{aligned}$$

Upravíme.

Najděte následující integrály.

$$\int \frac{1}{2x+5} dx =$$

$$\int \frac{1}{(2-x)^5} dx =$$

$$\int e^{-x} dx =$$

$$\int e^{3x} dx =$$

Najděte následující integrály.

$$\int \frac{1}{2x+5} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+5| + C$$

$$\int \frac{1}{(2-x)^5} dx =$$

$$\int e^{-x} dx =$$

- $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x|$
- $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b)$, v našem případě $a = 2$.

Najděte následující integrály.

$$\int \frac{1}{2x+5} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+5| + C$$

$$\int \frac{1}{(2-x)^5} dx = \int (2-1 \cdot x)^{-5} dx$$

$$\int e^{-x} dx =$$

$$\int e^{3x} dx =$$

Přepíšeme na mocninou funkci.

Najděte následující integrály.

$$\int \frac{1}{2x+5} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+5| + C$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(2-x)^5} dx &= \int (2-1 \cdot x)^{-5} dx \\ &= \frac{(2-x)^{-4}}{-4} \cdot \frac{1}{-1} \end{aligned}$$

$$\int e^{-x} dx =$$

- $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$
- $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b)$, v našem případě $a = -1$.

Najděte následující integrály.

$$\int \frac{1}{2x+5} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+5| + C$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(2-x)^5} dx &= \int (2-1 \cdot x)^{-5} dx \\ &= \frac{(2-x)^{-4}}{-4} \cdot \frac{1}{-1} \\ &= \frac{1}{4(2-x)^4} + C \end{aligned}$$

$$\int e^{-x} dx =$$

$$\int e^{3x} dx =$$

Najděte následující integrály.

$$\int \frac{1}{2x+5} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+5| + C$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(2-x)^5} dx &= \int (2-1 \cdot x)^{-5} dx \\ &= \frac{(2-x)^{-4}}{-4} \cdot \frac{1}{-1} \\ &= \frac{1}{4(2-x)^4} + C \end{aligned}$$

$$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$$

- $\int e^x dx = e^x$

- $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b)$, v našem případě $a = -1$.

Najděte následující integrály.

- $\int e^x dx = e^x$

- $\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a}F(ax + b)$, v našem případě $a = 3$.

$$= \frac{1}{4(2-x)^4} + C$$

$$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$$

$$\int e^{3x} dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$$

Najděte $\int \operatorname{tg} x \, dx$.

$$\int \operatorname{tg} x \, dx$$

Najděte $\int \operatorname{tg} x \, dx$.

$$\int \operatorname{tg} x \, dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx$$

V případě, že je v integrálu funkce tangens vždy jej rozepisujeme pomocí sinus a cosinus.

Najděte $\int \operatorname{tg} x \, dx$.

$$\begin{aligned}\int \operatorname{tg} x \, dx &= \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx \\ &= - \int \frac{-\sin x}{\cos x} \, dx\end{aligned}$$

- Platí $(\cos x)' = -\sin x$. Čitatel se tedy liší od derivace jmenovatele jenom konstantím násobkem.
- Vynásobíme a vydělíme integrál tímto násobkem.

Najděte $\int \operatorname{tg} x \, dx$.

$$\begin{aligned}\int \operatorname{tg} x \, dx &= \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx \\ &= - \int \frac{-\sin x}{\cos x} \, dx \\ &= - \int \frac{(\cos x)'}{\cos x} \, dx\end{aligned}$$

Formálně použijeme vztah $(\cos x)' = -\sin x$, abychom viděli vzorec

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln |f(x)| + c.$$

Najděte $\int \operatorname{tg} x \, dx$.

$$\begin{aligned}\int \operatorname{tg} x \, dx &= \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx \\ &= - \int \frac{-\sin x}{\cos x} \, dx \\ &= - \int \frac{(\cos x)'}{\cos x} \, dx \\ &= - \ln |\cos x| + c\end{aligned}$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln |f(x)| + c$$

Najděte $\int \frac{4x}{x^2 - 5} dx$.

$$\int \frac{4x}{x^2 - 5} dx$$

Najděte $\int \frac{4x}{x^2 - 5} dx$.

$$\int \frac{4x}{x^2 - 5} dx = 2 \int \frac{2x}{x^2 - 5} dx$$

V případě jednoduché ryze lomené racionální funkce je vhodné použít vzorec $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c$. Funkce $f(x) = x^2 - 5$, proto v čitateli potřebujeme $f'(x) = 2x$. Vytkneme před integrál 2.

Najděte $\int \frac{4x}{x^2 - 5} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{4x}{x^2 - 5} dx &= 2 \int \frac{2x}{x^2 - 5} dx \\ &= 2 \ln |x^2 - 5| + c\end{aligned}$$

Najděte $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$.

$$\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$$

Najděte $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$.

$$\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x+4}{x^2+4x+5} dx$$

- Platí $(x^2 + 4x + 5)' = 2x + 4$. Čítel se tedy liší od derivace jmenovatele jenom konstantím násobkem.
- Vynásobíme a vydělíme integrál tímto násobkem.

Najděte $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx &= \frac{1}{2} \int \frac{2x+4}{x^2+4x+5} dx \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{(x^2+4x+5)'}{x^2+4x+5} dx\end{aligned}$$

Přepíšeme do tvaru $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$.

Najděte $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx &= \frac{1}{2} \int \frac{2x+4}{x^2+4x+5} dx \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{(x^2+4x+5)'}{x^2+4x+5} dx \\ &= \frac{1}{2} \ln(x^2+4x+5) + c\end{aligned}$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c$$

Najděte $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$.

$$\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$$

Najděte $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$.

$$\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$$

Tentokrát předchozí postup nelze použít. V čitateli je konstanta.

Použijeme proto vzorec $\int \frac{1}{x^2 + A^2} dx = \frac{1}{A} \operatorname{arctg} \frac{x}{A}$

Najděte $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$.

$$\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{(x+1)^2 + 2} dx$$

Jmenovatel prepíšeme do tvaru $(x + \text{něco})^2 + \text{zbylá konstanta}$. Tomuto triku říkáme doplnění na čtverec:

$$x^2 + ax + b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$$

Najděte $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$.

$$\begin{aligned}\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx &= \frac{1}{2} \int \frac{1}{(x+1)^2 + 2} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}} + c\end{aligned}$$

Nyní použijeme vzorec $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + c$ pro $f(x) = \frac{1}{x^2+2}$, tedy

$$\int f(x+1) dx = F(x+1) + c = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}} + c.$$

Najděte následující integrály.

$$\int (e^x + e^{-x})^2 dx$$

$$\int \sin x \cos x dx$$

$$\int \sin^2 x dx$$

Najděte následující integrály.

$$\int (e^x + e^{-x})^2 dx = \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) dx$$

$$\int \sin x \cos x dx$$

$$\int \sin^2 x dx$$

Upravíme podle vzorce $(a + b)^2$:

$$(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + 2e^x e^{-x} + e^{-2x} = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$$

Najděte následující integrály.

$$\begin{aligned}\int (e^x + e^{-x})^2 dx &= \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) dx \\ &= \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C\end{aligned}$$

$$\int \sin x \cos x dx$$

Integrujeme podle vzorců

$$\int e^x dx = e^x,$$

$$\int 1 dx = x,$$

$$\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a}F(ax + b), \text{ kde } \int f(x) dx = F(x).$$

Najděte následující integrály.

$$\begin{aligned}\int (e^x + e^{-x})^2 dx &= \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) dx \\ &= \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C\end{aligned}$$

$$\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x) dx$$

$$\int \sin^2 x dx$$

Použijeme vzorec

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

Najděte následující integrály.

$$\begin{aligned}\int (e^x + e^{-x})^2 dx &= \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) dx \\ &= \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C\end{aligned}$$

$$\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x) dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-\cos 2x) + C$$

$$\int \sin^2 x dx$$

Integrujeme podle vzorců

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

a

$$\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b), \text{ kde } \int f(x) dx = F(x).$$

Najděte následující integrály.

$$\begin{aligned}\int (e^x + e^{-x})^2 dx &= \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) dx \\ &= \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C\end{aligned}$$

$$\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x) dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-\cos 2x) + C$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos(2x)) dx$$

Vzorec

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

Najděte následující integrály.

$$\int (e^x + e^{-x})^2 dx = \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) dx$$

$$= \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$$

$$\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x) dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-\cos 2x) + C$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos(2x)) dx = \frac{1}{2} \left[x - \frac{1}{2} \sin(2x) \right] + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

$$\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b)$$

KONEC