

Numerický experiment

Robert Mařík

27. července 2006

Příklad . Odhadneme hodnotu limity $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x}$ pomocí numerického experimentu. Budeme hledat hodnoty funkce $\frac{\sin x}{x}$ na posloupnosti hodnot x , které konvergují k nule zprava. Dostáváme

x	0.5	0.2	0.1	0.01	0.005	0.00001
$\frac{\sin x}{x}$	0.95885	0.99334	0.99833	0.999983	0.9999958	1

Odtud se zdá být rozumné domnívat se, že

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

Nicméně, tato domněnka může být zavádějící.

- Kalkulátor zaokrouhluje. Z tabulky se zdá, že hodnota funkce je přesně jedna, pro x dost blízké nule. Bohužel, není tomu tak. Ve skutečnosti

hodnota funkce $\sin(x)/x$ není rovna jedné nikde. Rovnice $\frac{\sin x}{x} = 1$ nemá řešení.

- Z tabulky je pravděpodobné, že $\sin(x)/x$ se přibližuje číslu 1 pokud se x přibližuje k číslu 0. Avšak tímto faktem si nemůže být zcela jisti. Žádné množství konkrétních dat neukazuje, že hodnoty nemohou být zcela jiné, pokud jsou hodnoty x ještě blíže k nule, než je zachyceno v tabulce.

Numerický experiment dává dobrou představu, jaká by mohla hodnota limity být, nemůže však být použit pro důkaz existence limity. Je nutno odvodit přesnou teorii pro výpočet limit, jak bude provedeno níže.