1 Předmět výkladu, pojmy a značení

Předmětem již více než 100 let vyšetřované problematiky indexních čísel je nalezení vhodné konstrukce agregátní veličiny, která by umožnila skalárně (tj. jedním číslem) vyjádřit stav určitého vícedimenzního ekonomického komplexu, pro jehož jednotlivé složky nemusí existovat společná měrná jednotka.

Za příklady takovéhoto komplexu můžeme považovat např.: sociálněekonomickou úroveň v určitém územním celku, stav zemědělské či industriální hladiny rozvoje sledovaného regionu či státu, snad nejtypičtějším příkladem je však úloha stanovení globální cenové úrovně jako je index životních nákladů, míra inflace apod. Velmi frekventovaně se příslušné nástroje využívají rovněž při popisu vývoje určitého výseku kapitálového trhu, a to formou některého z burzovních indexů.

Kategorie uvedeného typu se přirozeně vyskytují i mimo klasické ekonomické prostředí : tak např. úroveň zdravotní péče v určitém státním útvaru může být charakterizována počtem jednotlivých kategorií lékařů, mírou výskytu chorob (s dostatečnou četností v dané lokalitě), úrovní spotřeby léků, případně dalšího zdravotnického materiálu, počtem pacientů hospitalizovaných v nemocnicích, počtem lůžek v léčebných zařízeních a řadou dalších indikátorů úrovně zdravotní péče.

Pokusy o řešení problému výše obecně formulovaného jsou tedy známy již početná desetiletí, přičemž v celé této historii lze vysledovat dvě období (jedno zahrnuje 20.-30. léta, druhé přelom 50.a 60.let našeho století), která přinesla průlomové kvalitativní příspěvky k uspokojivému řešení úlohy. První období je spojeno se jménem amerického, matematicky orientovaného ekonoma Irvinga Fishera (1867 -1947), který se jako první (po předchozích dílčích poznatcích Francise Y. Edgewortha, Alfreda Marshalla či Stanleyho W. Jevonse) pokusil o exaktní formulaci „přirozených" požadavků na konstrukt, který může být pro sledovaný účel uplatněn.

Výsledkem pak byla axiomatickým způsobem formulovaná teorie umožňující jistým způsobem klasifikovat nejrůznější předkládané návrhy podle stupně „rozumnosti" či „kvality" např. právě podle počtu splnění těchto axiomů. V podstatě je jeho teorie bez zásadních výhrad přijímána doposud.

Druhé výrazně „invenční" období pak můžeme s třicetiletým odstupem pozorovat ve výsledcích práce nizozemských ekonomů a statistiků, přičemž zřejmě podněty k vývoji zde byly dány potřebou konkrétní statistické praxe. Vedle jmen jako T. Kloek, G. Stuvel, G.M. de Witt tady vyniká osobnost Henriho Theila. Ten - původem ekonometr - zde uplatnil klasický aparát regresní analýzy ke konstrukci indexních čísel, která lze chápat ve vztahu k dříve převažujícímu srovnání monitorovaného komplexu pouze ve dvou srovnávaných obdobích, obecněji : jde o indexní agregaci za sledované období přes celou množinu vektorů pozorovaných hodnot. Kritéria hodnocení kvality pak vedle tradičních Fisherových postulátů přijímají navíc další, typicky statistická měřítka.

*/ Je ovšem třeba podotknout, že existuje řada dalších nástrojů kvantitativní (ekonomické) analýzy, které umožňují formálně jiným způsobem vyšetřovat stav, vývoj, popř. i strukturální vztahy mezi obdobnými vícedimenzními kategoriemi : tak např. tzv. modely skrytých vztahů („*path models with latent variables*"), rozvíjené od počátku 70.let, nacházející se na pomezí ekonometrie a modelů odvozených z faktorové analýzy, umožňují pomocí konstrukce vícedimenzních latentních veličin formulovat agregátní proměnné, ale i vyšetřovat vztahy mezi nimi. Podobně lze k problematice přistoupit z pozice hledání optimální varianty výběru daných indikátorů (bez nezbytné konstrukce interpretovatelné agregátní proměnné) podle daných kritérií, což je předmětem okruhu metod tzv. komplexního vyhodnocování variant.

1.1 Formulace úlohy, základní pojmy, použité značení

V celém dalším výkladu (nebude-li výslovně uvedeno jinak) budeme předpokládat, že pracujeme se souborem celkem N komodit (rozsahem zpravidla v desítkách či stovkách) zboží či služeb, o nichž máme soustředěny informace následujícího typu :

A. ***Spotřeba (poptávka,*** řidčeji ***výroba) určité komodity*** značená $q_i(*)$ pro i-tou komoditu. Formálně je spotřeba vyjádřena nějakým reálným číslem .

B. ***Cena*** (rozuměno ***jednotková***) ***příslušné komodity*** ve značení $p_i(*)$ pro i-tou komoditu. Tuto cenu budeme vyjadřovat nějakým kladným číslem (tedy při absenci tzv. volných statků).

Symbol „* “ je zde použit pro variantní označení různých období, popř. území, ve kterých jsou údaje o spotřebě, resp. cenách komodit registrovány. Předmět zkoumání ekonomického komplexu může být – podobně jako u jiných komparativních úloh – totiž v podstatě dvojí :

(a) Tentýž věcně a prostorově vymezený komplex srovnáváme v časovém pohledu
(b) Tentýž věcně a časově vymezený komplex srovnáváme z územního (prostorového) hlediska

Poznamenejme, že třetí komparační přístup (věcné srovnání) zde uplatnit nemůžeme, neboť tentýž komplex posuzujeme okruhem komodit, které by se neměly pro sledované účely příliš měnit (v opačném případě bychom porovnávali dvě kvalitativně odlišné vícedimenzní veličiny).

V případě časového srovnání (a) zpravidla (nejméně však) potřebujeme informaci o stavu komplexu ve dvou srovnávaných obdobích. Dřívější z nich ***(období základní) označujeme*** tradičně ***symbolem „0“*** , pozdější období ***(období běžné) označujeme*** pak ***symbolem „1“***.

Jestliže nám naopak půjde o srovnání z hlediska prostorového (územního), nelze v tomto kontextu jednoznačně stanovit, které území (zvláště nemáme-li k žádnému bezprostřední vztah) považovat za základní a které za běžné. Potom tedy symbolické označení „0“ resp. „1“ neznamená žádnou kvalitativní odlišnost a je víceméně věcí konvence nebo pohledu posuzovatele, které území označí za východisko pro srovnání a které za období srovnávané. Příkladem může být porovnání indexů životních nákladů důchodců v Maďarsku a Polsku (z pohledu českého posuzovatele).

Pro potřeby následujícího výkladu budeme vyžadovat, aby o souboru komodit byly k dispozici (přinejmenším) tyto kvantitativní informace :

$q_i(0)$ $i = 1,\dots N$: ***množství (kvantita, spotřeba) i-té komodity v základním období***

$q_i(1)$ $i = 1,\dots N$: ***množství (kvantita, spotřeba) i-té komodity v běžném období***

$p_i(0)$ $i = 1,\dots N$: ***jednotková cena i-té komodity v základním období***

$p_i(0)$ $i = 1,\dots N$: ***jednotková cena i-té komodity v běžném období***

Souhrnně a stručně řečeno, výše uvedené 4 vektory $\boldsymbol{q}(0), \boldsymbol{q}(1), \boldsymbol{p}(0)\ a\ \boldsymbol{p}(1)$ budou základní kvantitativní informační bází, z níž budou čerpány hodnoty pro náplň konstruktů (matematických výrazů) představujících to či ono indexní číslo. Různá indexní čísla se tedy budou lišit právě konkrétní podobou těchto matematických výrazů, které budou obsahovat (ne však nutně všechny) zmíněné vektory $\boldsymbol{q(0), q(1), p(0)}$ **a** $\boldsymbol{p(1)}$**.**

Jak naznačuje jistá symetrie (ve vztahu cen a kvantit), ***lze předmětem zkoumání učinit*** jednak

- ***vývoj (popř. prostorové srovnání) cenové stránky ekonomického komplexu*** , jednak
- ***vývoj (popř. prostorové srovnání) objemové (množstevní) stránky téhož komplexu.***

V prvém případě konstruujeme tzv. ***cenové indexní číslo*** (označujeme P_{01}), ve druhém případě pak ***kvantové (množstevní, objemové) indexní číslo*** (označujeme ho obdobně Q_{01}). Obě tato indexní čísla tvoří určitou duální dvojici, kdy přechod od jednoho ke druhému je zpravidla proveden formální záměnou cen za kvantity a vice versa. Interpretace každého z obou typů indexních je však přirozeně odlišná. S s jistým předstihem lze uvést jako příklad dvojici Laspeyresových indexních čísel, kde

cenové Laspeyresovo indexní číslo je zapsáno výrazem

$$P_{01}^{L} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_i(1) \cdot q_i(0)}{\sum_{i=1}^{N} p_i(0) \cdot q_i(0)} \tag{1.1}$$

zatímco kvantové (množstevní) Laspeyresovo indexní číslo je dáno zápisem

$$Q_{01}^{L} = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i(1) \cdot p_i(0)}{\sum_{i=1}^{N} q_i(0) \cdot p_i(0)} \tag{1.2}$$

Je patrné, že ${P_{01}}^{L}$ lze uplatnit k vyjádření změny cenové hladiny mezi základním a běžným obdobím, zatímco ${Q_{01}}^{L}$ vyjadřuje (jeden z možných způsobů vystižení) vývoje spotřebního koše N komodit mezi stejnými dvěma obdobími.

1. 2 Základní typologie přístupů k indexním číslům

Členění, kategorizace či typologie indexních čísel může vycházet z více různých odůvodněných hledisek. Za jedno z reprezentativních můžeme považovat členění prezentované Erwinem Diewertem v **[7]** , ve kterém se mj. rozlišují dvě klasifikační roviny :

První z nich vychází z počtu období, popř. území, ve vztahu ke kterým je indexní číslo konstruováno, případně i o kombinaci obojího. Zde se rozlišuje jednak

A) ***bilaterální*** komparace (zahrnující z výše uvedené klasifikace oblasti (a),(b),(c) porovnávající ekonomický komplex ve dvou časových obdobích či na dvou územních jednotkách separátně, nebo o

B) ***multilaterální*** přístup, který je přirozeným zobecněním bilaterálního a jehož jedním z představitelů jsou právě neostatistická indexní čísla (d) vykládaná v 6.kapitole textu - podrobněji opět viz např. **[7]**, **[9]**. Pro rozsáhlost tématiky a její vazby na jiné tématické okruhy matematické ekonomie však zde od systematického výkladu upouštíme. Omezujeme se pouze na výklad partii, které vystačí s aparátem regresní a faktorové analýzy.

Druhé členění, které do značné míry odráží historický vývoj teorie, je představováno klasifikací:

(a) ***axiomatický*** (též ***„testový“*** či ***„statistický“***) ***přístup*** iniciovaný na konci 19. století W.S. Jevonsem a F.Y.Edgeworthem a rozvinutý v první čtvrtině 20.století I.Fisherem, C.M.Walshem, A.L.Bowleym, R.Frischem a dalšími soudobými ekonomy představuje pohled na různé konstrukty/návrhy indexních čísel (za jejich příklady mohou sloužit právě Laspeyresem formulované výrazy (1.1), (1.2)) z hlediska „přirozených“ kritérií, kterým by měly tato návrhy vyhovovat. Okruh těchto konstruktů pokrývá v podstatě všechna „klasická“, dříve i nyní v ekonomické praxi se uplatňující indexní čísla. Jednotlivé návrhy indexních čísel jsou zde konfrontovány právě s těmito axiomy/testy, přičemž o vhodnosti toho-kterého návrhu může vypovídat právě to, jak se osvědčuje z hlediska splnění těchto testů. Pro testový přístup je též charakteristické, že se na vektory cen a kvantit $\boldsymbol{q}(0), \boldsymbol{q}(1), \boldsymbol{p}(0)\ a\ \boldsymbol{p}(1)$ pohlíží v podstatě odděleně jako na čtveřici $N-$členných vektorů, bez přihlížení k případnému vzájemném ovlivňování, které může ekonomické realitě nastat a zpravidla také nastává.

(b) ***mikroekonomický*** (také *„**funkcionální**“)* ***přístup*** k indexním číslům charakterizovaný vazbami na mikroekonomickou teorii spotřebitelské poptávky. Významnou roli při vývoji této sféry oblasti indexní čísel sehráli ruští statistikové A.A.Koňus a S.S. Bjušgens a následně americký ekonom R.G.D.Allen. Toto pojetí staví v konstrukci indexního čísla od počátku na propojení simultánní působení vztahů mezi cenami a poptávkou po uvažovaných komoditách. Celá koncepce je zasazena do prostředí teorie užitku, přičemž se (v kontextu nepřímé užitkové funkce) příslušná indexní čísla definují s ohledem na změny kvantit (resp. jim odpovídajících rovnovážných bodů), k nimž dochází při dříve vyvolaných cenových změnách s případným uvažováním dalších preferenčních hledisek.

(c) ***exaktní a superlativní indexní čísla*** (první pojem byly užit Andrejem A. Koňusem v 20., druhý Erwinem Diewertem v 70.letech 20.století). Za teoretické příspěvky zde vděčíme zejména v kanadském Vancouveru působícímu německému ekonomu Erwinu.Diewertovi a Finovi Yrjö Vartiovi. Teorie *superlativních indexních čísel* má těsný vztah k některým nelineárním funkčním tvarům (např. ke *Cobb-Douglasově funkci*, popř. k *TRANSLOG funkčnímu tvaru*) uplatňujícím se *v teorii produkce*, přičemž příslušná indexní čísla zde hrají roli jistých optimálních konstruktů vystupujících jako *agregátní cenové funkce* vůči vhodně specifikovanému funkčnímu tvaru (obvykle *užitkové* nebo *výdajové funkci*).

(d) ***neostatistická indexní čísla*** (mající těsnou souvislost s indexními čísly multilaterálního typu) zavedená v polovině 50.let 20.století nizozemskými ekonometry, především H.Theilem. a jeho následovníky T.Kloekem a G.M.de Wittem. Přístup je charakteristický užitím aparátu regresní analýzy usilující o konstrukci indexního čísla v jistém smyslu nejlepšího vůči odchylkám k nadrovině prokládané množinou cenových a kvantových vektorů dostupných za několik (obecně T) období nebo území.

Historicky prvotní oblast **(a)** se zdá být ze současného pohledu již téměř teoreticky uzavřeným tématem a jen sporadicky lze v poslední době zaznamenat k ní zásadně obohacující příspěvek. Za její první rigorózní počátky lze považovat období po roce 1870, kdy byly navrženy tři dodnes užívané (jakkoliv jednoduché) návrhy "plnohodnotných" indexních čísel: Jevonsovo, Laspeyresovo a Paascheho. O přednostech, slabinách a vzájemných vztazích mezi těmito, jakož i několika dalšími „klasickými“ indexními čísly pojednáme podrobně v kapitolách [2] a [3]. Výklad je doplněn stručným přehledem vybraných pozdějších příspěvků Carrada Giniho (30.léta 20.století), Georga Stuvela (50.léta 20.století) a Erwina Diewerta (70-80.léta 20.století).

Okruh **(b)** *mikroekonomických indexních čísel* , tradičně spojovaný se jmény ruských statistiků 20 a 30.let 20.století S.S:Bjušgense a zejména A.A. Koňuse, vymezuje definice indexních čísel (cenových i kvantových) s ohledem na adaptaci spotřebitelova chování podle cenového vývoje sledovaných komodit mezi obdobími. Uplatňuje se zde porovnávání výdajů (peněžních agregátů) vynakládaných spotřebitelem v různých cenových situacích s předpokladem, že spotřebitel pružně reaguje hledáním pro sebe optimální (nejlevnější) varianty nákupu jednotlivých komodit. Porozumění výkladu je zde podmíněno osvojením si základních pojmů z oblasti teorie užitku (*též teorie spotřebitelské poptávky*), neboť indexní čísla (cenová) jsou konstruována jako podíly hodnotových agregátů pro určité konkrétně zvolené hladiny užitku. Tato hladina je charakterizované zpravidla nepřímou užitkovou funkcí.

Exaktní a *superlativní indexní čísla* představující okruh **(c)** a jejíchž stručnému přiblížení je věnován výklad v kapitole **[7]** nepředstavují samostatnou kategorii (patří mezi ně mj. Fisherův či Törnquistův index), nicméně pro exaktní pochopení významu pojmů je nutno se obeznámit s poněkud pokročilejšími partiemi látky z teorie produkce (např. s tzv. flexibilními funkčními tvary). Jeden z jejich představitelů, tzv. *TRANSLOG* indexní tvar zde hraje významnou úlohu. Proto kromě této kratičké zmínky podrobný výklad o nich vynecháváme – zájemce odkazujeme zejména na práce **[2]**, **[5]**, a **[8]**. Za pojem *"exaktní"* indexní číslo vděčíme opět A.A. Koňusovi, za pojem *"superlativní"* pak E.Diewertovi.

Konečně *neostatistická (Theilova) indexní čísla* zařazená do poslední **(d)** skupiny představují užitečný nástroj indexní analýzy v situacích, kdy máme provádět *agregaci individuálních pozorovaných hodnot* přes množinu N komodit v T různých časových úsecích. Je použitelný (i když praxí poměrně málo využívaný) jak pro určení agregátních ekonomických komplexů v časovém vývoji, tak pro možnost rigorózní analýzy indexů kapitálových, především akciových trhů. Přístup využívá *aparát regresní analýzy* v jeho rozvinutější podobě a lze ho charakterizovat jako hledání dvou T-tic (jedné pro cenová, druhé pro kvantová indexní čísla), které minimalizují součet čtverců odchylek pozorovaných vektorů cen a kvantit jednotlivých komodit od dvou hledaných „posloupností" indexních čísel. Jako jediná ze čtyř uváděných skupin představují příklad multilaterálního přístupu. Za rozvoj vděčíme především nizozemským statistikům zabývajících se problematikou v 50.letech 20.století. Formálnímu výkladu bude věnována kapitola [6] tohoto textu.

Pokud jde o notace, které jsou v oblasti užívány, drží se autor „konzervativnějšího" značení P_{01}^{V} pro cenová indexní čísla, v němž oba dolní indexy udávají srovnávaná období (popř. území) a horní index „V" je vztažen – zpravidla iniciálou příjmení autora, který jej navrhl nebo se o něj jinak zasloužil – ke konkrétnímu výrazu, který indexní číslo představuje. Důvod preference tohoto značení je v podstatě jediný, a to úspornost. I když většina soudobých specializovaných textů užívá v současné době „čtyřvektorové" notace indexních čísel, totiž $P(p(0), p(1), q(0), q(1))$ nebo $P_V(p^0, p^1, q^0, q^1)$ - opět s iniciálou původce tentokrát v dolním indexu (pro cenová indexní čísla), domnívá se autor, že pro sledovaný účel (jde především o podklad k výuce) je vhodnější právě stručnější značení P_{01}^{V}. Účelnost čtyřvektorové notace převažuje totiž až při zacházení s multilaterálními indexy, kterým je v tomto studijním materiálu z přirozených důvodů věnována jen vcelku okrajová pozornost. K označení kvantových (množstevních) indexní čísla užijeme konvenční duální symboliku Q_{01}^{V}.

Značení cen p, kvantit q je přijímané všeobecně a symbolika zaváděných nástrojů výkladu z teorie užitku potřebných pro formulaci pojmů 5. kapitoly je také obvyklá.