## Formulace úlohy, základní pojmy, použité značení

V dalším výkladu (nebude-li výslovně uvedeno jinak) budeme předpokládat, že **pracujeme se souborem celkem** $N$ **komodit** (rozsahem zpravidla v desítkách či stovkách) **zboží či služeb**, o nichž máme soustředěny informace následujícího typu :

**A. Spotřeba (poptávka, někdy výroba) určité komodity** značená $q_i(*)$ pro $i$-tou komoditu. Formálně **je spotřeba vyjádřena nezáporným reálným číslem** .

**B. Cena** (rozuměno jednotková) **příslušné komodity** ve značení $p_i(*)$ pro $i$-tou komoditu. Tuto **cenu budeme vyjadřovat nějakým kladným číslem** (tedy při absenci tzv. volných statků).

Symbol „* “ je zde použit pro označení různých období, popř. území, ve kterých jsou údaje o spotřebě, resp. cenách komodit registrovány. Předmět zkoumání ekonomického komplexu může být v podstatě dvojí :

a) **Tentýž věcně a prostorově vymezený komplex srovnáváme v časovém pohledu**
b) **Tentýž věcně a časově vymezený komplex srovnáváme z územního (prostorového) hlediska**

Třetí komparační přístup (věcné srovnání) zde uplatnit nemůžeme, neboť tentýž komplex posuzujeme okruhem komodit, které by se neměly pro sledované účely příliš měnit (v opačném případě bychom porovnávali dvě kvalitativně odlišné vícedimenzní veličiny).

**V případě časového srovnání potřebujeme informaci o stavu komplexu ve dvou srovnávaných obdobích.**

Dřívější z nich (**období základní**) **označujeme** tradičně **symbolem „0“** ,
Pozdější období (**období běžné**) **označujeme** pak **symbolem „1“**.

Jestliže nám naopak půjde o srovnání z hlediska prostorového (územního), nelze v tomto kontextu jednoznačně stanovit, které území (zvláště nemáme-li k žádnému bezprostřední vztah) považovat za základní a které za běžné. Potom tedy symbolické označení **„*0*“ resp. „*1*“** neznamená žádnou kvalitativní odlišnost a je věcí konvence nebo pohledu posuzovatele, které území označí za východisko pro srovnání a které za období srovnávané. Příkladem může být porovnání indexů životních nákladů důchodců v Maďarsku a Polsku (z pohledu českého posuzovatele).

**Budeme vyžadovat, aby o souboru komodit byly k dispozici tyto informace :**

$q_i(0)$ $i = 1,....N$ **: množství (kvantita,spotřeba)** $i$ **-té komodity v zákl. období**

$q_i(1)$ $i = 1,....N$ **: množství (kvantita, spotřeba)** $i$ **-té komodity v běžném období**

$p_i(0)$ $i = 1,....N$ **: jednotková cena** $i$ **-té komodity v základním období**

$p_i(1)$ $i = 1,....N$ **: jednotková cena** $i$ **-té komodity v běžném období**

**4 vektory** $q(0), q(1), p(0)$ *a* $p(1)$ **tvoří základní kvantitativní informační bázi**, z níž jsou čerpány hodnoty pro náplň konstruktů představujících to či ono indexní číslo. Různá indexní čísla budou obsahovat (ne však nutně všechny) zmíněné vektory $q(0), q(1), p(0)$ **a** $p(1)$.

**Předmětem zkoumání lze učinit** jednak :

**- vývoj (popř. prostorové srovnání) cenové stránky ekonomického komplexu ,**
**- vývoj (popř. prostorové srovnání) objemové (množstevní) stránky komplexu.**

V prvém případě konstruujeme tzv. **cenové indexní číslo** (označujeme $P_{01}$), ve druhém případě pak **kvantové (množstevní, objemové) indexní číslo** (označujeme ho obdobně $Q_{01}$ ). Obě tato indexní čísla tvoří určitou duální dvojici. Přechod od jednoho ke druhému je zpravidla proveden formální záměnou cen za kvantity a opačně. Interpretace každého z obou typů je však přirozeně odlišná. Jako příklad lze s jistým předstihem uvést dvojici Laspeyresových indexních čísel , kde

**cenové Laspeyresovo indexní číslo je zapsáno výrazem**

$$P_{01}^{L}=\frac{\sum_{i=1}^{N} p_i(1)\cdot q_i(0)}{\sum_{i=1}^{N} p_i(0)\cdot q_i(0)}$$

**Kvantové (množstevní) Laspeyresovo indexní číslo je dáno zápisem**

$$Q_{01}^{L}=\frac{\sum_{i=1}^{N} q_i(1)\cdot p_i(0)}{\sum_{i=1}^{N} q_i(0)\cdot p_i(0)}$$

$P^{L}_{01}$ **lze uplatnit k vyjádření změny cenové hladiny** mezi základním a běžným obdobím, *zatímco*
$Q^{L}_{01}$ **vyjadřuje objemový vývoje spotřebního koše N komodit** mezi stejnými dvěma obdobími.

## Typologie přístupů k indexním číslům

První z nich vychází z počtu období, popř. území, ve vztahu ke kterým je indexní číslo konstruováno, případně i o kombinaci obojího. Zde se rozlišuje jednak

A) **bilaterální** komparace (**zahrnující z níže uvedené klasifikace oblasti a),b),c)**) porovnávající ekonomický komplex ve dvou časových obdobích či na dvou územních jednotkách separátně, nebo o

B) **multilaterální** přístup (**zahrnující především neostatistická indexní čísla**) , **je** přirozeným **zobecněním bilaterálního** pro **případy, kdy pracujeme s větším počtem časových období nebo územních celků než 2.** Pro rozsáhlost tématiky a její vazby na jiné tématické okruhy matematické ekonomie však zde od systematického výkladu upouštíme.

**Druhé členění odráží historický vývoj teorie** a je představováno klasifikací **:**

a) ***axiomatický*** (též ***„testový“*** či ***„statistický“***) **přístup** iniciovaný na konci 20.století ***W.S.Jevons***em a ***F.Y.Edgeworth***em a rozvinutý v první čtvrtině 20.století ***I.Fisher***em, ***C.M.Walsh***em, ***A.L.Bowley***m, ***R.Frisch***em a dalšími ekonomy představuje **pohled na různé konstrukty** /návrhy indexních čísel (za jejich příklady mohou sloužit právě Laspeyresem formulované výrazy (2.1), (2.2) ) **z hlediska „přirozených“ kritérií, kterým by měly tato návrhy vyhovovat**. Okruh těchto konstruktů pokrývá v podstatě všechna „klasická“ indexní čísla. **Návrhy indexních čísel jsou konfrontovány s axiomy/testy -** o vhodnosti toho-kterého návrhu může vypovídat to, jak se osvědčuje z hlediska těchto testů. **Pro axiomatický přístup je charakteristické, že se na vektory cen a kvantit** $\boldsymbol{q}(0), \boldsymbol{q}(1), \boldsymbol{p}(0)\ a\ \boldsymbol{p}(1)$ **pohlíží v podstatě odděleně jako na čtveřici** $N-$**členných vektorů**, bez přihlížení k vzájemném ovlivňování, které v ekonomické realitě nastává. Tato historicky první oblast se zdá být již vcelku uzavřeným tématem a jen sporadicky lze v poslední době zaznamenat zásadně obohacující příspěvek. Další jména: ***Carrado Gini*** (20.léta)**,** ***Georg Stuvel*** (50.léta)**,** ***Wolfgang Eichhorn***, ***Erwin Diewert*** (oba 1975 – souč.).

**b)** ***mikroekonomický*** **(jinak také „*funkcionální*“)** přístup **k indexním číslům** charakterizovaný vazbami na mikroekonomickou teorii spotřebitelské poptávky**. Významnou roli při vývoji této oblasti indexní čísel sehráli ruští statistikové** ***A.A.Koňus*** a ***S.S. Bjušgens*** **a** následně **americký ekonom** ***R.G.D.Allen***. **Pojetí staví** v konstrukci indexního čísla od počátku **na propojení simultánního působení vztahů mezi cenami a poptávkou** po uvažovaných komoditách**. Koncepce je zasazena do prostředí teorie užitku,** přičemž **(v kontextu nepřímé užitkové funkce)** příslušná **indexní čísla se definují s ohledem na změny kvantit** (resp. jim odpovídajících rovnovážných bodů), k nimž dochází **při** vyvolaných cenových změnách **s případnými dalšími preferenčními hledisky. Cenová Indexní čísla jsou konstruována jako podíly hodnotových agregátů pro určité konkrétně zvolené hladiny užitku. Tato hladina je charakterizované zpravidla nepřímou užitkovou funkcí.**

**c) exaktní a superlativní indexní čísla** (pojmy byly zavedeny v 70.letech 20.století). Za rozvoj tohoto okruhu vděčíme zejména německého ekonomu **E.Diewert**ovi a Finovi **Y.Vartia**vi. **Teorie exaktních indexních čísel má** relativně **těsný vztah k některým funkčním tvarům (např. *Cobb-Douglas*ově funkci**, popř. ***TRANSLOG*** funkčnímu tvaru) uplatňujícím se v teorii produkce a příslušná indexní čísla zde hrají roli jistých optimálních konstruktů vystupujících jako agregátní cenové funkce vůči nějak specifikovanému funkčnímu tvaru (např. nákladové funkci).

d) **neostatistická indexní čísla** mají **úzkou *souvislost s multilaterálními indexními čísly*** a byla zavedená v polovině 50.let 20.století století nizozemskými ekonometry, **H.Theil**em a jeho následovníky **Kloek**em a **de Witt**em. **Přístup je charakteristický užitím aparátu regresní analýzy** ; **konstrukce indexního čísla ve smyslu nejlepšího ve vztahu k nadrovině prokládané množinou cenových a kvantových vektorů za více ( obecně T ) období nebo území**. Představují nástroj indexní analýzy v situacích, kdy máme provádět agregaci individuálních hodnot přes množinu N komodit v T různých časových úsecích. Je použitelný jak pro určení agregátních ekonomických komplexů v časovém vývoji, tak pro možnost rigorózní analýzy indexů kapitálových, především akciových trhů.