

1. Klasická indexní čísla

1.1. Průměry jako prostředek formulace indexních čísel

Tři klasičtí představitelé moderní formalizované ekonomie **Stanley W. Jevons**, [1865], **Francis Y. Edgeworth** [1881] a **Alfred Marshall** [1887] se snažili nalézt objektivní hlediska, jak řešit formulovaný problém rigorózně, s použitím nemnoha tehdy známých výsledků statistické analýzy. Několik v té době známých konstruktů bylo založeno na prostých nebo vážených průměrech (*aritmetickém* či *geometrickém*) a úlohou bylo vyšetřit, které vlastnosti přisoudit indexnímu číslu jako nutné a pokusit se zdůvodnit návrhy IČ čísel ve světle chování ekonomické reality.

Vůbec první "indexní číslo" navrhl již v r. 1738 století **Charles Dutot** jako **prostý podíl zprůměrovaných cen komodit v běžném a v základním období**, tj. výraz

$$\frac{\sum p_i(1)}{N} \bigg/ \frac{\sum p_i(0)}{N}$$

Byla přitom vyslovena tato úvaha: **Za normálního stavu by se cenový vývoj ekonomického komplexu měl odehrávat tak, že změna (obvykle vzestup) ceny jedné z uvažovaných komodit mezi dvěma obdobími by měl být postupně provázen analogickou změnou (vzestupem) cen ostatních komodit.** Tím by mělo dojít (připustíme malé časové zpoždění) k (téměř) proporční změně cen všech uvažovaných komodit mezi těmito obdobími. **Edgeworth a Jevons usuzovali, že nepravidelnosti, které v realitě u (nestejného) vývoje cen komodit pozorujeme, jsou způsobeny (kromě zpoždění) především chybami v pozorování hodnot (cen) příslušného statistického souboru*!**

Tehdy zastávaný názor vycházel z úvahy, že na vektor podílových změn cen

$$x_i = \frac{p_i(1)}{p_i(0)} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Ize pohlížet jako na konečnou množinu realizací náhodné veličiny X "všeobecná cenová změna", a že každý konkrétně vyšetřovaný soubor podílových cenových změn $p_i(1)/p_i(0)$ má charakter náhodného výběru, jehož prvky jsou vzájemně nezávislé a stejně rozdělené. Přitažlivost tohoto nazírání byla podložena statistickými vývody, neboť je známo, že:

a) jsou-li složky náhodného vektoru $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ nezávisle a stejně normálně rozděleny $N(\mu, \delta^2)$, pak nestrannou odhadovou funkcí (získanou např. metodou maximální věrohodnosti) střední hodnoty μ je aritmetický

průměr prvků výběrového souboru $\bar{x}^A = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

b) jsou-li složky náhodného vektoru $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ nezávisle a stejně logaritmicko-normálně rozděleny $LN(\mu, \sigma^2)$, pak nestrannou odhadovou funkcí (získanou metodou maximální věrohodnosti) střední hodnoty μ je prostý

geometrický průměr prvků výběrového souboru $\bar{x}^G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N (x_i)}$

V Edgeworthově pohledu (nazývaném **varianta stochastického standardního přístupu**) lze zaznamenat snahu po vyjádření přesnosti měření individuálních cenových změn adekvátním váhovým vektorem. Na druhé straně je však tímto přesnosti měření přiřkládán význam nesouvisející s tím, jaká je významnost komodity v analyzovaném spotřebním koši (vyjádřená např. objemem její spotřeby).

Přes inspirativnost byl nicméně záhy tento přístup odmítnut pro zřetelné znásilnění ekonomické reality ve prospěch uvedeného teoreticko-statistického schématu. Jak později ukázali **A.L.Bowley** a **J.M.Keynes**, odporují tomuto pohledu jak empirické tak teoretické důvody: Empirická **šetření nedala za pravdu domněnkám o normalitě ani logaritmické normalitě rozdělení cenových poměrů** (až snad na ojedinělé případy). Podobně, **reálné projevy cenového vývoje různých komodit jsou charakteristické tím, že vývoj cen určité skupiny komodit se zpravidla (v krátkém či delším horizontu) systematicky liší od vývoje cen jiné skupiny** (v závislosti např. na substitučních aspektech) a **ke sblížení trendů nemusí dojít ani po velmi dlouhém období**. Zde hraje zřejmou úlohu provázanost cen se spotřebou charakteristická pro prostředí všeobecné ekonomické rovnováhy : **ceny či jejich podíly nejsou v ekonomickém prostředí rozděleny náhodně**.

Edgeworthův přístup udává nicméně základní motivaci pro racionální konstrukci indexního čísla tím, že usiluje o **vystižení “střední cenové změny”** nějakým **průměrováním podílů** $\frac{p_i(I)}{p_i(0)}$.

Přirozeným způsobem, jak zlepšit vlastnosti průměrování podílů $\frac{p_i(I)}{p_i(0)}$, je **použití vážených typů průměrů**. Přitom můžeme volit jednak z několika typů průměrování, jednak z více možných výběrů vah α_i , které slouží jako míra ohodnocení významnosti jednotlivé komodity (z hlediska ceny či kvantity) na celkovém agregátním vyjádření.

Máme-li **čtyři základní typy průměrů** (aritmetický, geometrický, harmonický a kvadratický), lze dospět ke čtyřem použitelným agregujícím konstruktům :

A. Indexní čísla založená na aritmetickém průměru:
$$P_{0I}^A = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \frac{p_i(I)}{p_i(0)}$$

B. Indexní čísla založená na geometrickém průměru:
$$P_{0I}^G = \prod_{i=1}^N \left(\frac{p_i(I)}{p_i(0)} \right)^{\alpha_i}$$

C. Indexní čísla vycházející z harmonického průměru:
$$\frac{1}{P_{0I}^H} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \left(\frac{p_i(0)}{p_i(I)} \right)$$

D. Indexní čísla založená na kvadratickém průměru:
$$P_{0I}^Q = \sqrt{\sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \left(\frac{p_i(I)}{p_i(0)} \right)^2}$$

Prosté průměry, z nichž se některým též dostalo specifického pojmenování (při operování s podílovými cenovými změnami), dostaneme snadno z vážených volbou rovnoměrných vah tj. při $\alpha_i = \frac{1}{N}$. Kvadratický průměr se oproti třem ostatním používá v prostředí indexních čísel nejméně.

Pro váhy α_i budeme předpokládat standardní omezení spočívající v jejich nezápornosti (též s ohledem na nezápornost kvantit a kladnost cen) a dále **v tom, že jejich součet (uvažovaný přes všech N komodit) je jedničkový,**

$$\alpha_i \geq 0 \quad \text{a} \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$$

Použitelnými způsoby vyjádření odlišnosti váhového podílu každé komodity na celkovém agregátním komplexu jsou např. volby vah následujícího typu :

$$\alpha_i = \frac{q_i(*)}{\sum_{i=1}^N q_i(*)} \quad \alpha_i = \frac{p_i(0) \cdot q_i(*)}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(*)} \quad \alpha_i = \frac{p_i(1) \cdot q_i(*)}{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(*)}$$

Z obecné teorie středních hodnot vyplývá, že pro libovolnou n-tici nezáporných čísel **platí nerovnosti pro vztahy mezi průměry (prostými i váženými)**

$$P_{01}^H \leq P_{01}^G \leq P_{01}^A \leq P_{01}^Q$$

Všechny tyto průměry lze totiž zapsat jako zvláštní formy obecného výrazu pro střední hodnotu řádu ρ .

Tuto **obecnou střední hodnotu lze** pro průměry prostého typu **vyjádřit výrazem**

$$P_{01}^\rho = \left(\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^\rho \right)^{1/\rho}$$

resp. **pro průměry váženého typu** ji lze zapsat analogicky jako

$${}_\alpha P_{01}^\rho = \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^\rho \right)^{1/\rho}$$

Aritmetický průměr je zvláštním případem obecné střední hodnoty při volbě $\rho = 1$, kvadratický průměr při volbě $\rho = 2$, harmonický průměr obdržíme při dosazení $\rho = -1$ a geometrický průměr je limitním případem obecné střední hodnoty řádu ρ , pokud se hodnota ρ limitně blíží k 0.

Vzorce platí jak pro prosté, tak pro vážené průměry, pokud váhy splňují podmínky – platnost nerovností se zachovává i při určitém uvolnění podmínek.

Pro jakékoliv dvě střední hodnoty řádů r,s pro které platí nerovnost řádů, tj. např. $r < s$, vždy platí nerovnosti

$$P_{01}^r < P_{01}^s \quad \text{resp.} \quad {}_\alpha P_{01}^r < {}_\alpha P_{01}^s$$

1.2 Klasická (statistická) indexní čísla

Vůbec nejjednodušší případ “rozumného indexního čísla” představuje

1. CARLI/SAUERBECKovo indexní číslo [Gian-Ricardo Carli 1764, Augustus M.Sauerbeck 1885]

$$P_{01}^S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{p_i(1)}{p_i(0)},$$

kteřé je **prostým aritmetickým průměrem podílových cenových změn**. Jde o nejjednodušší možný přístup k agregaci podílových změn $p_i(1)/p_i(0)$ bez možnosti (průměr je nevážený) uplatnit jakákoliv hlediska k vyjádření rozdílné významnosti jednotlivých komodit v celkovém agregátním vyjádření.

Nahradíme-li aritmetické průměrování geometrickým, lze formulovat jednoduchý výraz nazývaný

2. JEVONSovo indexní číslo [William Stanley Jevons 1865]

$$P_{01}^J = \prod_{i=1}^N \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^{\frac{1}{N}}$$

Tento indexní konstrukt je pojmenován po anglickém ekonomu **Stanley W. Jevonovi**. Tvoří ho **prostý geometrický průměr podílových cenových změn**. Jak vyplývá z již zmíněných obecných zákonitostí pro jednotlivé typy průměrů operujících s nezápornými veličinami, **Jevonsův index poskytuje vždy nižší (nanejvýš stejnou) hodnotu než Carliho/Sauerbeckův index – rovnost nastává jen pro netypický případ, kdy by všechny podílové cenové změny $p_i(1)/p_i(0)$ nabývaly stejnou hodnotu**. Jinými slovy řečeno to znamená, že **geometrický průměr “střední hodnotu” těchto cenových změn podhodnocuje, zatímco aritmetický ji nadhodnocuje**.

Jak **Carliho/Sauerbeckovo** tak **Jevonsovo indexní číslo** vykazují určité slabiny, které je znehodnocují vzhledem k možnosti praktického použití:

- Nutnost výskytu shodných komodity zařazené do příslušných spotřebních košů (to může činit problém v situacích, kdy jsou obě období časově značně vzdálená),
- Vyloučení přítomnosti volných statků (komodit s nulovými cenami) v základním období, u Jevonsova indexu – nemá-li být index identicky nulový – navíc i v běžném období.
- Nemožnost odlišit rozdílnost přínosu cenových podílů různých komodit k hodnotě souhrnného indexu v praktických situacích. (Změna ceny chleba i ceny pepře se v indexu uplatní stejnou vahou navzdory diametrálně odlišné spotřebě těchto komodit u všech spotřebitelů). *Stejnou slabinou by ostatně trpěl i (prostý) harmonický či kvadratický průměr.*

Přirozeným způsobem, jak zlepšit vlastnosti (prostého) průměrování podílů $\frac{p_i(1)}{p_i(0)}$, je

proto použití vážených typů průměrů. Přitom můžeme volit jednak z několika typů průměrování, jednak z více možných výběrů vah α_i , které slouží jako míra ohodnocení významnosti jednotlivé komodity (z hlediska ceny či kvantity) na celkovém agregátním indexním vyjádření.

Příkladem indexů “váženého typu” je dvojice indexních čísel, **Laspeyresovo a Paascheho**, která využívají aritmetický popř. harmonický způsob vážení:

3. LASPEYRESovo indexní číslo [Ernst Louis Etienne Laspeyres 1871]¹

$$P_{01}^L = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(0)}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(0)}$$

tz. jde o **vážený aritmetický průměr cenových změn**, s vahami $\alpha_i = \frac{p_i(0) \cdot q_i(0)}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(0)}$

$$\text{Pak } \alpha P_{01}^A = \sum_{i=1}^N \frac{p_i(0)q_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(0)q_j(0)} \cdot \frac{p_i(1)}{p_i(0)} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(0) \cdot q_j(0)} = P_{01}^L$$

Laspeyresův index obdržíme také jako **vážený harmonický průměr**, pokud zvolíme

$$\alpha_i = \frac{p_i(1) \cdot q_i(0)}{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(0)}, \text{ protože } \frac{1}{\alpha P_{01}^H} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i(1) \cdot q_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(1) \cdot q_j(0)} \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^{-1} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(1) \cdot q_j(0)} = \frac{1}{P_{01}^L}$$

Index uplatnil v roce 1871 německý ekonom **E.Laspeyres** k analýze cenových relací **při zbožních výměnách v Německu**. Laspeyresovo indexní číslo je využíváno v české (stejně jako dříve v československé) statistické praxi, zejména k měření vývoje inflace (**CPI - index spotřebitelských cen**, **PPI – index cen průmyslových výrobců**) a **indexů životních nákladů** (u různých sociálních kategorií).

Záměnou cen za kvantitiny a *vice versa* získáme **Laspeyresovo kvantové (množstevní, objemové) indexní číslo** ve tvaru

$$Q_{01}^L = \frac{\sum_{i=1}^N q_i(1) \cdot p_i(0)}{\sum_{i=1}^N q_i(0) \cdot p_i(0)},$$

ve kterém se uplatňují opět tři z vektorů, tentokrát $p(0), q(0), q(1)$.

Vezmeme-li místo spotřeb komodit $q_i(0)$ spotřeby z běžného období $q_i(1)$, dostaneme

4. PAASCHEho indexní číslo [Hermann von Paasche 1874]²

¹ Laspeyres, E.L.E.: Die Berechnung einer mittleren Warenpreissteigerung. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 16, s.296-314.

² Paasche, von H.: Über der Preisentwicklung der Letzte Jahre nach den Hamburger

$$P_{01}^P = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(1)}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(1)}$$

Jde o obdobu předchozího, avšak váhy α_i jsou zde dány jako $\alpha_i = \frac{p_i(0) \cdot q_i(1)}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(1)}$

Uplatníme-li tyto váhy ve **váženém aritmetickém průměru**, dostaneme

$$P_{01}^A = \sum_{i=1}^N \frac{p_i(0)q_i(1)}{\sum_{j=1}^N p_j(0)q_j(1)} \cdot \frac{p_i(1)}{p_i(0)} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(1)}{\sum_{j=1}^N p_j(0) \cdot q_j(1)} = P_{01}^P$$

P_{01}^P lze interpretovat i jako **vážený harmonický průměr** s vahami $\alpha_i = \frac{p_i(1) \cdot q_i(1)}{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(1)}$

Index má jméno po německém ekonomu **H. von Paaschem**, který jej použil *při analýze vývoje cenových kursů na hamburské burze*. Paascheho indexní číslo je (zejména v anglosaské jazykové oblasti a v Japonsku) používáno k charakterizaci **vývoje burzovních indexů na kapitálových trzích**.

Záměnou cen za kvantit a *vice versa* získáme **Laspeyresovo kvantové (množstevní, objemové) indexní číslo** ve tvaru

$$Q_{01}^P = \frac{\sum_{i=1}^N q_i(1) \cdot p_i(1)}{\sum_{i=1}^N q_i(0) \cdot p_i(1)}$$

Poznámka: Údajně prvním ekonomem, který uvedl a podpořil postupy vedoucí k definicím **Paascheho a Laspeyresova indexního čísla** byl rovněž v roce 1871 německý ekonom **Wilhelm Moritz Drobisch**. Jeho jméno je nicméně vztaženo k indexu jiného tvaru.

Obě tato indexní čísla tvoří určité rozmezí (s dolní hranicí P_{01}^P a horní hranicí P_{01}^L), v rámci něhož lze považovat posouzení vývoje poměrů sledovaných veličin (cen, kvantit) za realistické. **Hodnoty převyšující P_{01}^L a hodnoty menší než P_{01}^P za realistické považovat nelze** a případný výsledek (získaný jiným indexním číslem) je třeba posuzovat již jako zřetelné nadhodnocení, resp. podhodnocení skutečného stavu.

Nevýhodou obou těchto indexních čísel (kromě jiných teoretických vad) je skutečnost, že **nezacházejí symetricky s informacemi získanými v základním resp. v běžném období**. Tuto nevýhodu odstraňují jiná indexní čísla, která **váží cenové podíly $p_i(1)/p_i(0)$ vahami, zacházejícími s kvantitami základního nebo běžného období "neutrálně"**. Jde o

Börsennotirungen. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 23, s.168-178.

5. MARSHALL-EDGEWORTHovo indexní číslo [Alfred Marshall, Francis Y. Edgeworth 1887]

$$P_{01}^E = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot [q_i(0) + q_i(1)]}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot [q_i(0) + q_i(1)]}$$

V něm jsou váženy jednotlivé cenové poměry aritmetickým průměrem kvantit vzatým ze základního a běžného období. Také toto indexní číslo může být interpretováno jako vážený aritmetický průměr s vahami

$$\alpha_i^E = \frac{p_i(0) \cdot [q_i(0) + q_i(1)]}{\sum_{j=1}^N p_j(0) [q_j(0) + q_j(1)]}$$

6. WALSHovo indexní číslo [Correa Moylan Walsh 1921]

$$P_{01}^W = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot \sqrt{q_i(0) \cdot q_i(1)}}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot \sqrt{q_i(0) \cdot q_i(1)}}$$

ve kterém jsou s kvantitami neutrálně průměrovány geometricky. C.M. Walsh argumentoval pro tento návrh právě potřebou zacházet „symetricky“ s informacemi převzatými ze základního a běžného období, nejsou-li jiná vodítka, kterému z těchto období dát přednost. I jeho index je speciálním případem váženého aritmetického průměru, pokud za váhy α_i vezmeme výrazy

$$\alpha_i^W = \frac{p_i(0) \cdot \sqrt{q_i(0) \cdot q_i(1)}}{\sum_{j=1}^N p_j(0) \cdot \sqrt{q_j(0) \cdot q_j(1)}}$$

Ve snaze dospět k „optimálnímu“ indexnímu konstrukt, byl mj. uveden návrh známý jako

7. FISHERovo (ideální) indexní číslo [Irving Fisher 1922] $P_{01}^F = \sqrt{P_{01}^L \cdot P_{01}^P}$,

Index je definován jako (prostý) geometrický průměr Laspeyresova a Paascheova indexního čísla. Index je pojmenován po Američanovi Irvingu Fisherovi, ač byl již dříve zmiňován Arthurem Leonem Bowleyem [1899] a Arthurem Cecilem Pigouem [1912]. Z konstrukce tohoto indexního čísla je zřejmé, že *jeho hodnota se musí nacházet mezi Paascheho a Laspeyresovým indexním číslem.*

Jak se při praktickém uplatnění ukazuje, hodnoty Fisherova, Edgeworthova a Walshova indexního čísla jsou často velmi blízké a všechna mohou dobře vyjadřovat „neutrální“ hodnocení vývoje či územního srovnání stavů posuzovaného komplexu.

Proti Laspeyresovu a Paascheho indexním číslům operují, jak patrně, Walshův, Edgeworthův a Fisherův index s celou čtveřicí vektorů $p(0)$, $p(1)$, $q(0)$, $q(1)$,

1.3 Některá další statistická indexní čísla

Další indexní číslo, kterému se dostalo teoretické pozornosti, je

8. TÖRNQUISTovo indexní číslo [Leo Törnquist 1936]³

$$P_{01}^T = \prod_{i=1}^N \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^{w_i}$$

$$\text{kde } w_i = 0,5 \cdot \left(\frac{p_i(0) \cdot q_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(0) \cdot q_j(0)} \right) + 0,5 \cdot \left(\frac{p_i(1) \cdot q_i(1)}{\sum_{j=1}^N p_j(1) \cdot q_j(1)} \right),$$

což je **vážený geometrický průměr cenových poměrů** $\frac{p_i(1)}{p_i(0)}$, v němž jsou váhy w_i

vytvořeny jako prosté **aritmetické průměry výdajových účastí i -té kvantity** (na peněžním agregátu) v základním a v běžném období.

Ke klasickým indexním číslům můžeme přiřadit ještě dva návrhy, které lze vyjádřit jako vážené průměry. Jedná se o

9. PALGRAVEovo indexní číslo [R.H.Inglis Palgrave kolem 1910]

$$P_{01}^{PL} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i(1) \cdot q_i(1)}{\sum_{j=1}^N p_j(1) \cdot q_j(1)} \cdot \frac{p_i(1)}{p_i(0)} = \frac{\sum_{i=1}^N [p_i(1)]^2 \cdot q_i(1) / p_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(1) \cdot q_j(1)}$$

10. Harmonický LASPEYRESův index [Yrjö Vartia 1976]⁴

$$\frac{1}{P_{01}^{HL}} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i(0) \cdot q_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(0) \cdot q_j(0)} \cdot \frac{p_i(0)}{p_i(1)} = \frac{\sum_{i=1}^N [p_i(0)]^2 \cdot q_i(0) / p_i(1)}{\sum_{j=1}^N p_j(0) \cdot q_j(0)}$$

Obě tato indexní čísla se vyznačují tím, že se v jejich konstrukci objevují opět váhy v podobě výdajových účastí („**expenditure shares**“) mající u **Palgraveova indexu** tvar

$$\alpha_i^{PL} = \frac{p_i(1) \cdot q_i(1)}{\sum_{j=1}^N p_j(1) \cdot q_j(1)} \text{ u harmonického Laspeyresova indexu} \quad \alpha_i^{HL} = \frac{p_i(0) \cdot q_i(0)}{\sum_{j=1}^N p_j(0) \cdot q_j(0)}$$

Indexní čísla **Laspeyresovo, Paascheho** a některá další lze zařadit do kategorií **indexů tzv. Löweova typu**. Tato indexní čísla lze vyjádřit ve tvaru

11. LÖWEův (cenový) index [Joseph Loewe 1823]

³ Törnquist, L.: The Bank of Finland's consumption price index. Bank of Finland Monthly Bulletin 10, 1936

⁴ Vartia Y: Ideal Log-Change Index Numbers. Scandinavian Journal of Statistics 3/1976

$$P_{01}^{LW} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(*)}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(*)}$$

kde hvězdičky v závorce vyjadřují situování do nějakého pevného časového období nebo jde prostě o nějakým způsobem stanovené kvantitě (u **Edgeworthova** či **Walshova čísla** se vezmou průměry kvantit ze základního a běžného období). Obvykle se předpokládá, že období vyjádřené hvězdičkou není dřívější než základní období „0“.

Obecnost **Löweovy formulace** nazývané **přístupem pevného koše [fixed basket approach]** přináší s sebou na druhé straně stupeň neurčitosti, máme-li rozhodnout o nejhodnějším naplnění hvězdiček v závorkách.

Ještě jednomu obecnému tvaru, jímž je možno řadu klasických indexních čísel zapsat, se dostalo pozornosti. Jde o indexy vyjádřitelné jako

„obecná střední hodnota řádu r “ ${}_s P_{01}^t(r) = \left(\sum_{i=1}^N s_i(t) \cdot \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^r \right)^{1/r}$ pro $r \neq 0$

nebo výrazem ${}_s P_{01}^t(0) = \prod_{i=1}^N \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^{s_i(t)}$ limita pro $r \rightarrow 0$

přičemž váhy $s_i(t) = \frac{p_i(t)q_i(t)}{\sum_{i=1}^N p_i(t)q_i(t)}$

představují **výdajové účasti [expenditure shares]** i -té komodity na hodnotě celkového spotřebního koše. Hodnoty těchto účastí se přebírají zpravidla buď ze základního nebo běžného období. Z uvedených indexních čísel lze za speciální případy **obecné střední hodnoty s vahami charakteru výdajových účastí** vyjádřit

Laspeyresovo indexní číslo $P_{01}^L = \sum_{i=1}^N s_i(0) \frac{p_i(1)}{p_i(0)} = {}_s P_{01}^0(1)$

Paascheho indexní číslo $P_{01}^P = \left(\sum_{i=1}^N s_i(1) \frac{p_i(0)}{p_i(1)} \right)^{-1} = {}_s P_{01}^1(-1)$

Palgraveův cenový index $P_{01}^{PL} = \sum_{i=1}^N s_i(1) \frac{p_i(1)}{p_i(0)} = {}_s P_{01}^1(1)$

Harmonický Laspeyresův index $P_{01}^P = \left(\sum_{i=1}^N s_i(0) \frac{p_i(0)}{p_i(1)} \right)^{-1} = {}_s P_{01}^0(-1)$

Törnquistův cenový index $P_{01}^T = \prod_{i=1}^N \left(\frac{p_i(1)}{p_i(0)} \right)^{0,5 \cdot s_i(0) + 0,5 \cdot s_i(1)} = {}_s P_{01}^{0+1}(0)$

Fisherovo indexní číslo může být zapsáno jako

$$P^F_{0I} = (P^0_{0I}(1))^{1/2} (P^1_{0I}(-1))^{1/2}$$

Podobně bychom mohli nejrůznější volbou vah a průměrů různých typů dospět k mnoha dalším tvarům, které by dohromady vytvořily početný soubor více nebo méně užitečných typů souhrnných indexů. Většina nahodile konstruovaných výrazů ovšem nepřesvědčila z hlediska svých vlastností, popř. i podmínek praktického užití, takže se do teoretického povědomí dostaly jen málokteré z nich.

Předchozí soubor cenových (případně kvantových) indexů je už sám o sobě dost početný, aby nás postavil před otázku, **volba jakého typu cenového nebo kvantového indexu je pro daný případ nebo obecně optimální ?**

Jak rozlišit mezi vhodností a použitelností mnoha možných návrhů navzájem ? Přitom musíme mít na zřeteli, že vedle čistě matematických vlastností je ještě důležitější **posuzovat index z hlediska účelu zasazení do ekonomického prostředí.**

Otázka vhodnosti určitého indexu pro konkrétní použití je nicméně poněkud arbitrární.

Na konci 19. a v průběhu celého 20.století bylo věnováno značné úsilí, **jak formulovat soubor kritérií, podložených zdůvodněnými teoretickými požadavky, které do určité míry dovolují posoudit "kvalitu" toho-kterého návrhu tvaru konkrétního indexního čísla**, byť - jak dále uvidíme - nelze aspirovat na stanovení "všestranně nejlepšího" indexního čísla.