Příklady k procvičení, funkce více proměnných

Příklad 1: Určete parciální derivace 1. řádu.

a) $f(x, y) = \frac{3xy}{x-y}$

b) $f(x, y) = e^{-x}(xy - y^2)$

c) $f(x, y) = x.ln(x^2 + y)$

d) $f(x, y, z) = z.e^{x/y}$

Příklad 2: Najděte lokální extrémy funkcí

a) $f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$

b) $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$

c) $f(x, y) = (x^2 + y).e^{y/2}$

d) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$

Příklad 3: Napište totální diferenciál funkce

a) $f(x, y) = x^2.ln(y)$ v bodě $[1, 1]$

b) $f(x, y) = e^{2x} + y$ v bodě $[0, 0]$

c) $f(x, y) = \frac{\sin x}{y}$ v bodě $[\pi, 2]$

d) $f(x, y, z) = z.(x + y^2)$ v bodě $[0, 1, 2]$

Výsledky

Příklad 1: Určete parciální derivace 1. řádu.

a) $f'_x = \frac{-3y^2}{(x-y)^2}$; $f'_y = \frac{3x^2}{(x-y)^2}$

b) $f'_x = e^{-x}(-xy + y^2 + y)$; $f'_y = e^{-x}(x - 2y)$

c) $f'_x = ln(x^2 + y) + \frac{2x^2}{x^2+y}$; $f'_y = \frac{x}{x^2+y}$

d) $f'_x = z.e^{x/y}.1/y$; $f'_y = -z.e^{x/y}.x/y^2$; $f'_z = e^{x/y}$

Příklad 2: Najděte lokální extrémy funkcí

a) V bodě $[1/2, -1]$ je lok. minimum

b) V bodě $[0, 0]$ není extrém, v bodě $[1, 1]$ je lok. minimum

c) V bodě $[0, -2]$ je lok. minimum

d) V bodě $[-2/3, -1/3, 1]$ je lok. minimum

Příklad 3: Napište totální diferenciál funkce

a) $df = 0.dx + 1.dy$

b) $df = 2.dx + 1.dy$

c) $df = \frac{-1}{2}.dx + 0.dy$

d) $df = 2.dx + 2.dy + 1.dz$