Práce opravovaná tutorem

.....
Jméno a UČO studenta (hůlkovým písmem)

.....
podpis a datum odevzdání

Pro obě seminární skupiny. Termín a způsob odevzdání určí tutor.

Příklad 1: Je dána matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Určete hodnost matice $\mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^\top$.

Příklad 2: Je dána matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & 7 & 0 \\ -2 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 7 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Pomocí Jordanovy metody najděte inverzní matici $\mathbf{A}^{-1}$ a proveďte zkoušku.

Příklad 3: Je dána matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & -5 \\ -2 & 3 & 3 & -5 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \\ 7 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Určete hodnotu determinantu $det(\mathbf{A})$.

a) užitím elementárních transformací

b) rozvojem podle vhodného řádku či sloupce

Příklad 4: Pomocí Cramerova pravidla určete x_4:

$$\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= 8 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 &= 0 \\ +x_2 - 2x_3 - 2x_4 &= 7 \\ 2x_3 + x_4 &= 1 \end{aligned}$$

Příklad 5: Najděte všechna řešení homogenního systému rovnic s maticí soustavy

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 & 2 & -1 \\ -2 & -17 & 1 & -16 & 4 \\ 3 & 25 & -6 & 25 & 0 \\ 1 & 10 & 13 & -8 & 2 \end{pmatrix}.$$

Příklad 6: Je dán systém lineárních rovnic

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 2x_4 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 &= 3 \end{aligned}$$

Řešte systém Gaussovou metodou a proveďte zkoušku.

Příklad 7: Vypočítejte první a druhou derivaci funkce a určete její definiční obor

a) $y = x^2 ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

b) $y = e^{x\sqrt{1-x^2}}$

Příklad 8: Vyšetřete průběh funkce

a) $y = \frac{1}{2x} lnx$

b) $y = \frac{x^2}{x^2-4}$

Příklad 9: Určete absolutní extrémy funkce

a) $y = x^2 - 3x + 7$ na intervalu $< -1, 8 >$

b) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ na jejím definičním oboru

Příklad 10: Vypočítejte následující integrály a určete intervaly v nichž integrály existují

a) $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^2 dx$

b) $\int \frac{3x+4}{x^2+1} dx$

c) $\int (x - \frac{1}{x})^3 dx$

d) $\int x^2 \ln x dx$

e) $\int e^{-x} \sin x dx$

f) $\int \arctan 2x dx$

Příklad 11: Vypočítejte tyto integrály a určete intervaly v nichž integrály existují

a) $\int \sqrt{4x+1} dx$,

b) $\int \frac{e^x}{e^x+2} dx$, [substituce: $t = e^x + 2$]

c) $\int \cos^2 x \sin x dx$, [substituce: $t = \cos x$]

d) $\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+1}} dx$, [substituce: $x^3 + 1 = t$]