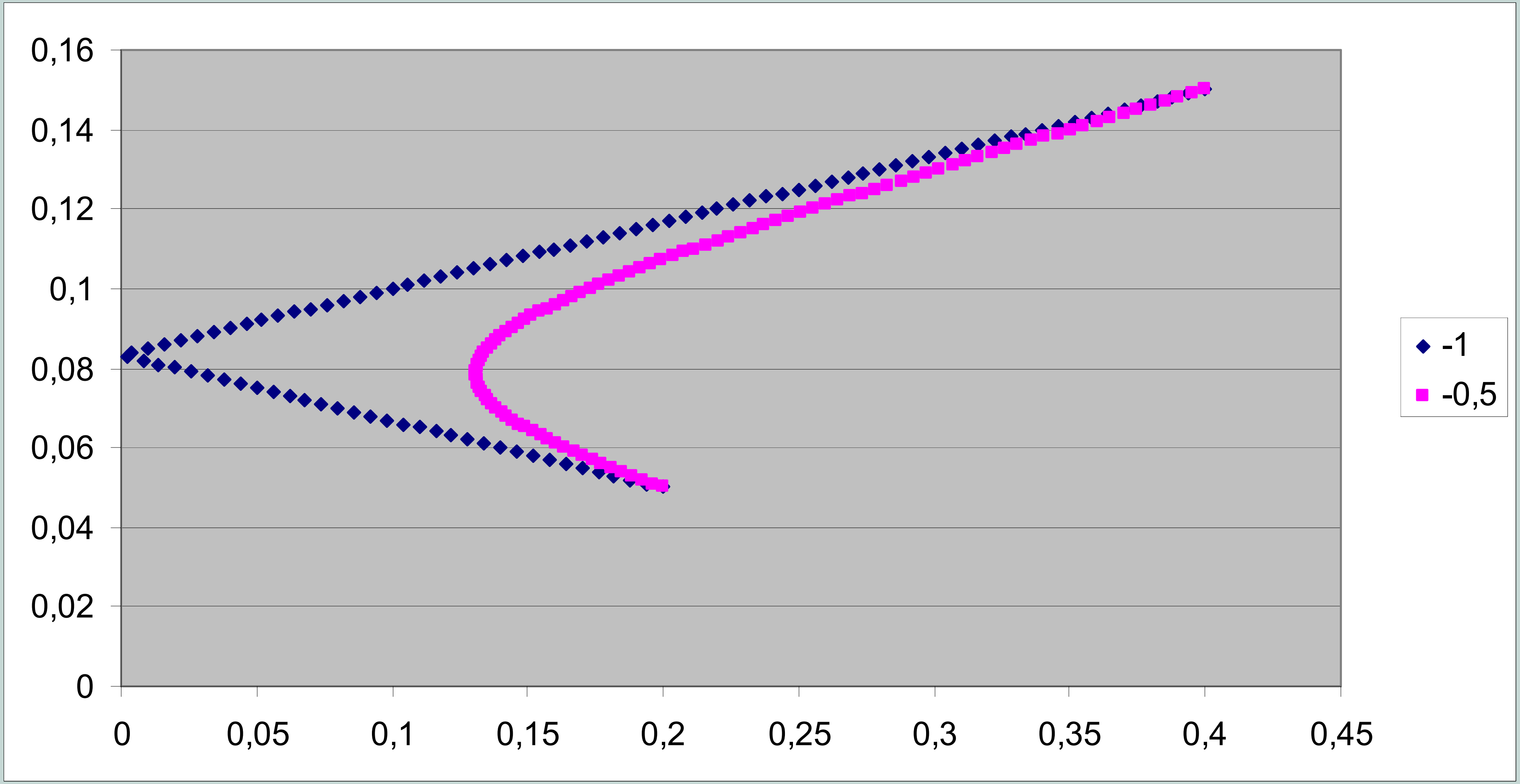
# Teorie portfolia

Kvantifikace množiny efektivních portfolií

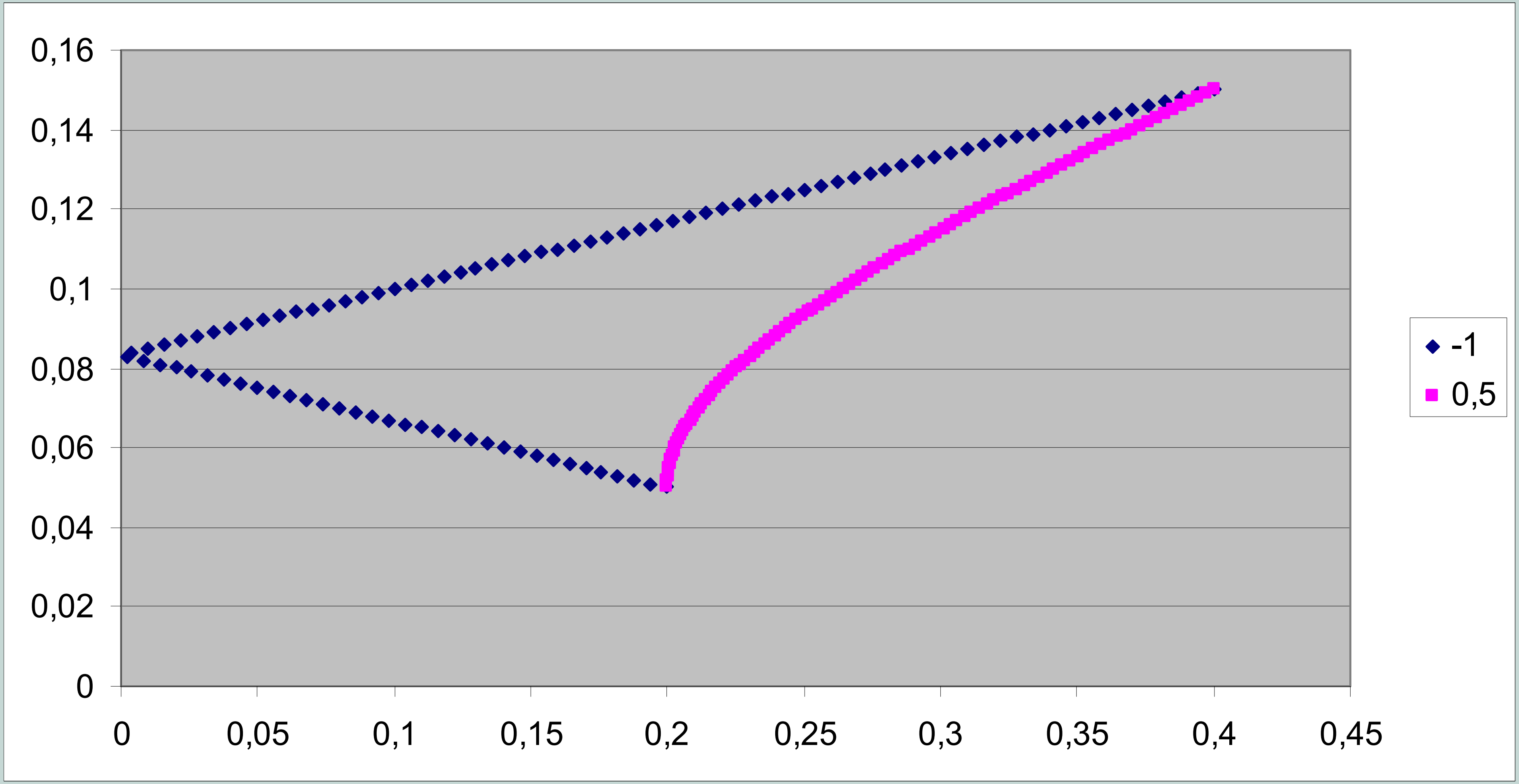
# Téma přednášky

- sell short
- efektivní množina s povolením short sell
- nalezení portfolia s minimálním rizikem

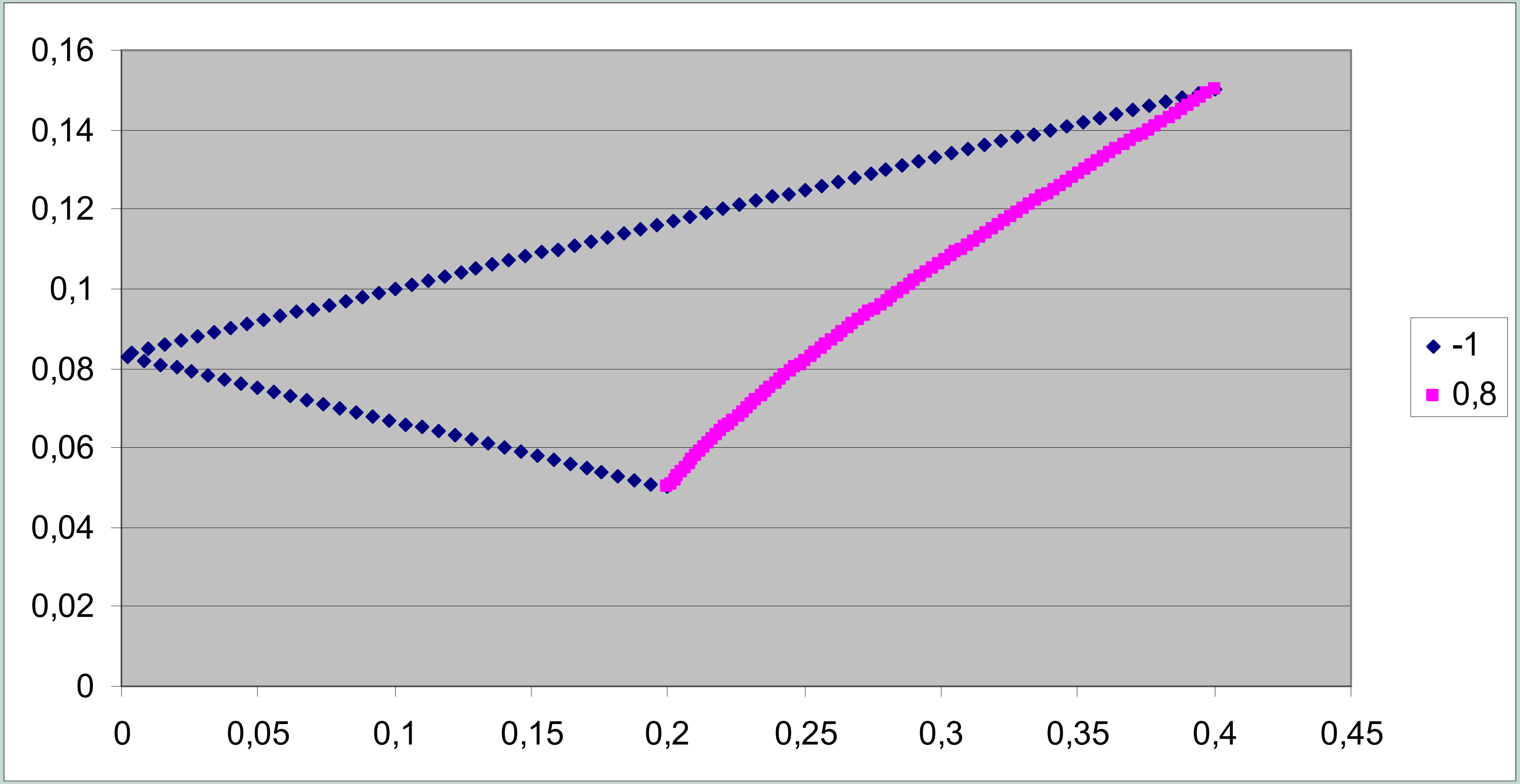
# Sell short „zakázán“



# Sell short „zakázán“



# Sell short „zakázán“



# Sell short

- předpokládejme, že investor věří, že akcie firmy ABC, které se momentálně prodávají za cenu 100 Kč, budou v budoucnu (např. za jeden měsíc) mít cenu 95 Kč
- dále bude (během měsíce) vyplacena dividenda v hodnotě 3 Kč na jednu akcii
- kdyby investor tuto akcii nakoupil, proběhly by následující finanční toky

# Sell short

| Akce | Čas | |
|---|---|---|
| | 0 | 1 |
| Nákup akcie | -100 | |
| Dividenda | | +3 |
| Prodej akcie | | +95 |
| Celkové cash flow | -100 | +98 |

Celková ztráta -2 Kč

# Sell short

- předpokládejme, že investor zná někoho (kamaráda), kdo vlastní akcie firmy ABC a kdo z nějakého důvodu chce tyto akcie stále držet
- investor si může od této osoby akcie půjčit s příslibem, že akcie po určité době (měsíc) vrátí a že daná osoba nebude nic tratit (tzn. obdrží i dividendu)
- investor půjčené akcie prodá a obdrží 100 Kč

# Sell short

- v okamžiku výplaty dividend musí investor zaplatit výši dividendy kamarádovi, ale protože nevlastní dané akcie, musí tyto dividendy zaplatit „z vlastní kapsy“
- po měsíci investor akcie nakoupí zpět za tržní cenu (předpokládejme 95 Kč) a vrátí půjčené akcie svému kamarádovi
- můžeme tedy shrnout všechny finanční toky pro tento případ

# Sell short

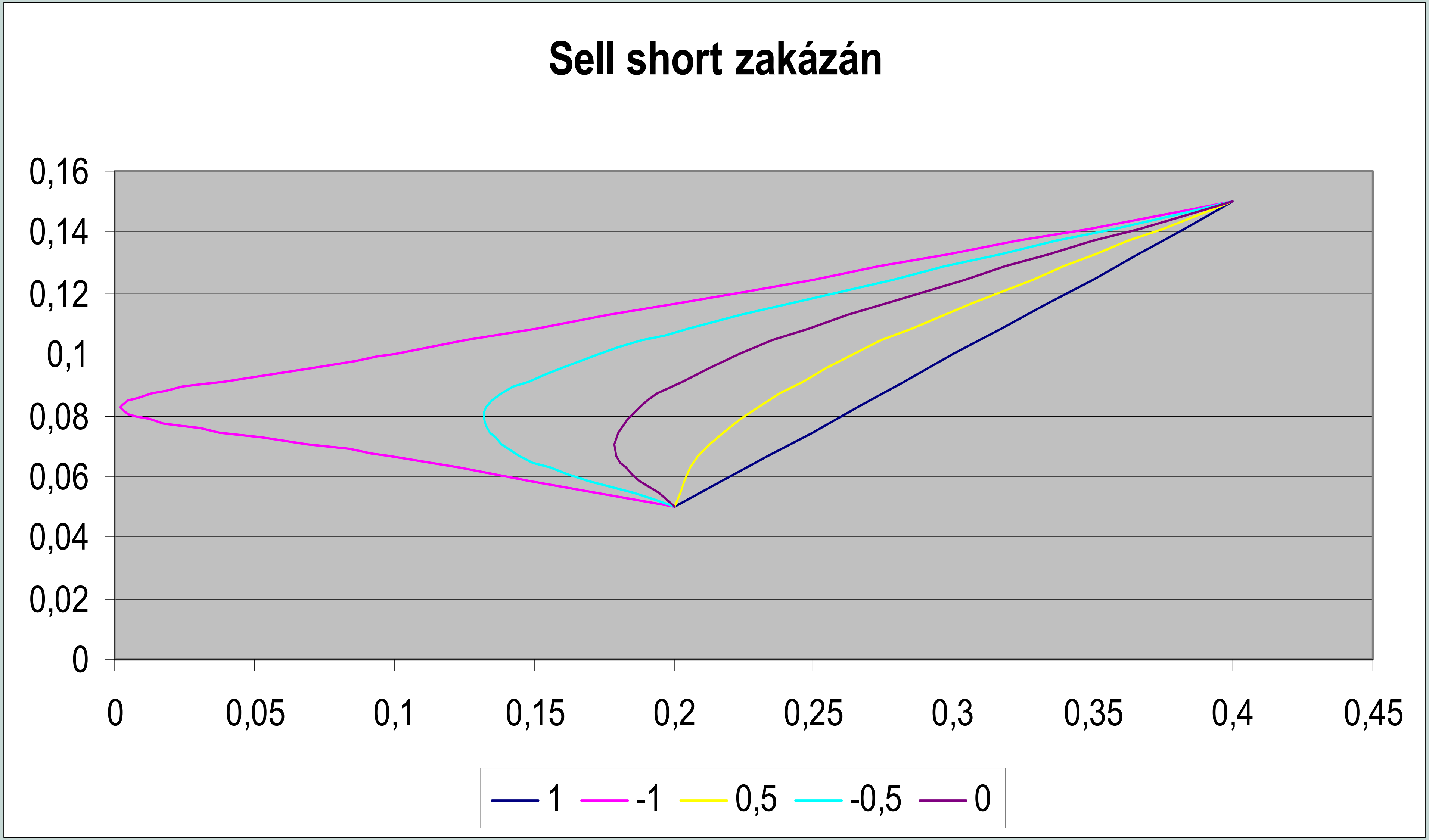
| Akce | Čas | |
|---|---|---|
| | 0 | 1 |
| Prodej akcie | +100 | |
| Dividenda | | -3 |
| Nákup akcie | | -95 |
| Celkové cash flow | +100 | -98 |

Celkový zisk je + 2 Kč

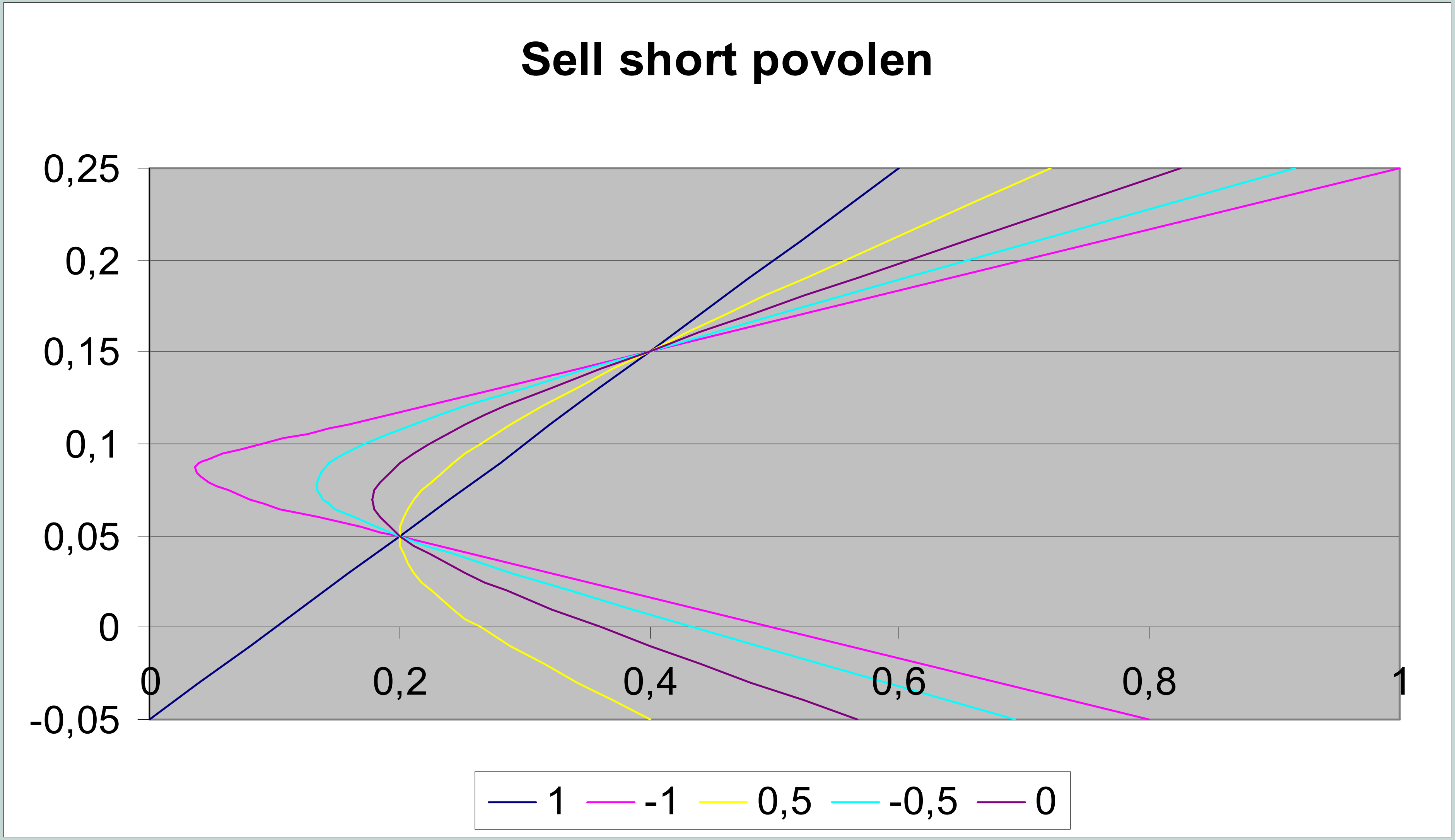
# Sell short

- celkový zisk je dále snížen o náklady na zapůjčení
- pro zjednodušení budeme předpokládat nulové náklady
- „shortování“ rozšiřuje přípustnou množinu
- rozšiřuje i efektivní množinu?

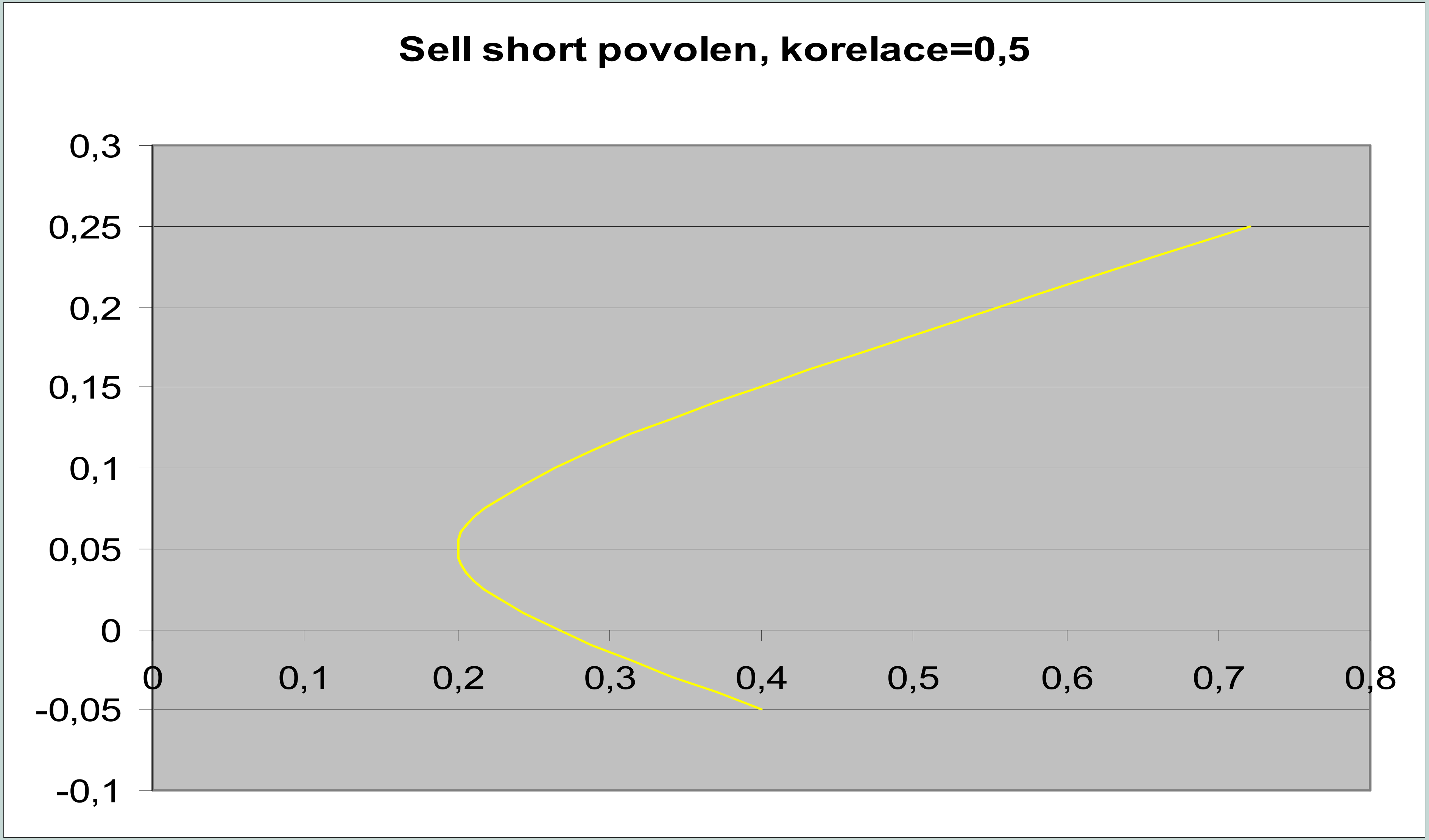
# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



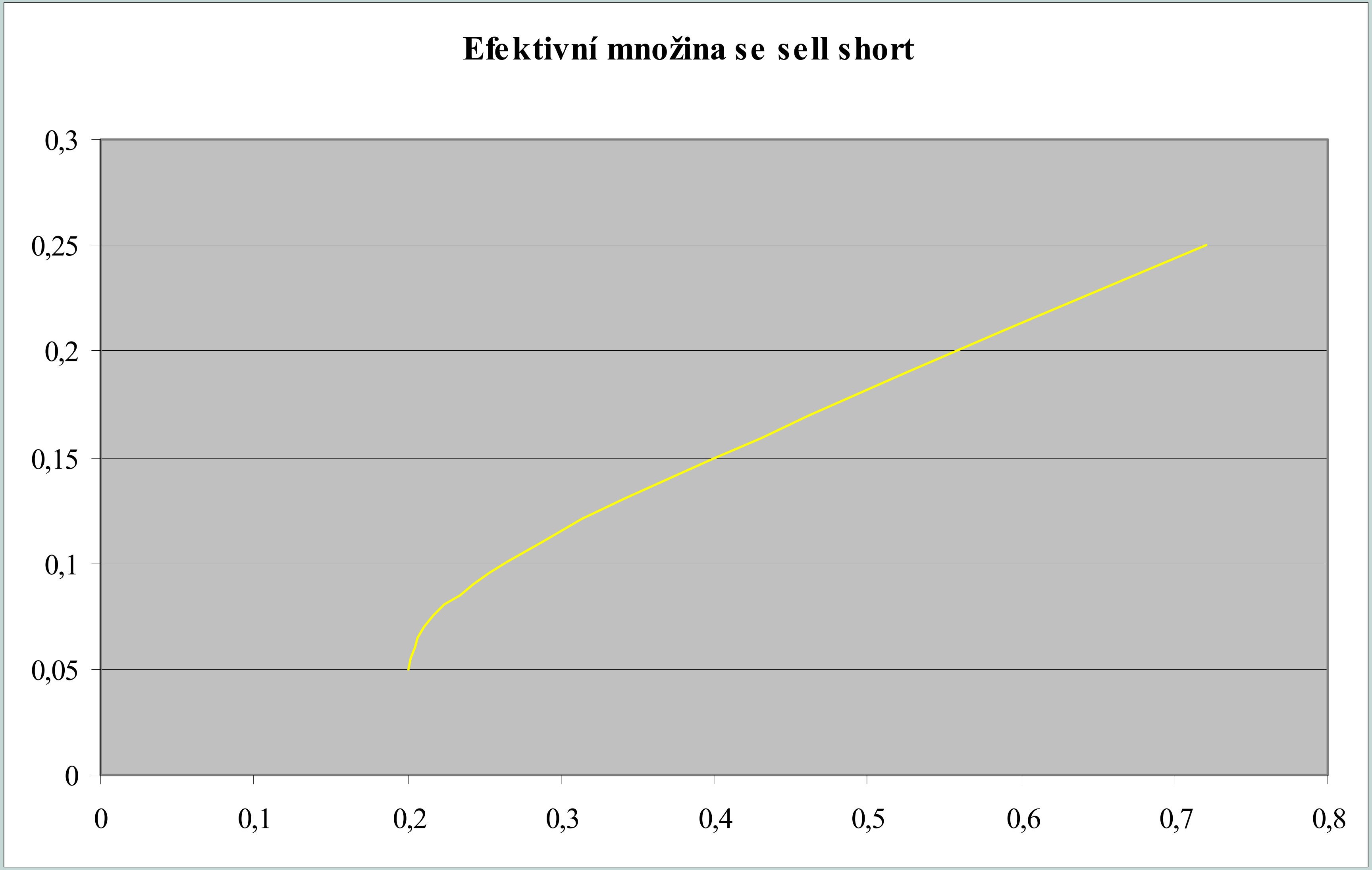
# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

- prodej nakrátko rozšiřuje efektivní množinu
- prodej nakrátko má smysl i v případě, že očekávané výnosnosti cenných papírů jsou kladné
- předpokládejme, že máme k dispozici (v portfoliu) dvě akcie s výnosnostmi 5% a 15%
- za předpokladu nepovolení prodeje nakrátko existuje omezení maximální výnosnosti – 15%
- můžeme získat vyšší výnosnost?

# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

- uvažujme následující postup
  1. prodáme akcie s nižší výnosností
  2. zisk investujeme do nákupu dodatečného počtu akcií s vyšší výnosností
- získali jsme vyšší výnos než v případě držení dvou akcií
- zvýšilo se nám riziko!!

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- řešíme optimalizační úlohu

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}} \rightarrow \min$$

- s omezující podmínkou

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- pro vyhledání extrému využijeme pravidla Lagrangeových multiplikátorů, které říká, že pokud je v bodě lokální extrém, pak existují Lagrangeovy multiplikátory, ne všechny současně rovny nule, pro něž platí

$$\frac{\partial L\left(\vec{Y}\right)}{\partial X_i} = 0 \qquad \forall i$$

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- výraz $L(\vec{Y})$ označuje tzv. Lagrangeovu funkci, která je definována následovně

$$L(\vec{Y}) = L(\vec{X}, \vec{\lambda}, \lambda_0) = \sum_{j=0}^{m} \lambda_j \cdot f_j(\vec{X})$$

kde $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \cdots, \lambda_m); \lambda_0 = 1$

$$f_0(\vec{X}) \to \min \qquad f_j(\vec{X}) = 0, \quad j = 1, \cdots, m$$

- existují další podmínky, které považujeme za splněné

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- pro jednodušší počítání můžeme využít rozptyl portfolia místo sm.odchylky
- Lagrangeova funkce bude mít tvar

$$L\left(\vec{Y}\right)=\sigma_p^2\left(\vec{X}\right)+\lambda_1\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}X_i-1\right)$$

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- po zderivování podle jednotlivých proměnných (n vah a lambda) obdržíme soustavu n+1 rovnic
- prvních n položíme rovny 0 a u poslední rovnice převedeme 1 na druhou stranu
- dále řešíme některou standardní metodou (nejlépe maticovým počtem)