MASARYKOVA UNIVERZITA

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA

Numerická gramotnost

Ing. Barbora Chmelíková

Obsah

- BUDOUCÍ A SOUČASNÁ HODNOTA
- TYPY ÚROČENÍ
- JEDNODUCHÉ vs SLOŽENÉ ÚROČENÍ
- JEDNODUCHÉ ÚROČENÍ
- SLOŽENÉ ÚROČENÍ
  - FREKVENCE ÚROČENÍ
- KOMBINOVANÉ ÚROČENÍ
- EFEKTIVNÍ ÚROKOVÁ MÍRA
- SPOJITÉ ÚROČENÍ
- REÁLNÁ ÚROKOVÁ MÍRA
- SPOŘENÍ
  - KRÁTKODOBÉ
  - DLOUHODOBÉ
  - KOMBINOVANÉ
- ODKAZY NA WEBOVÉ KALKULAČKY
- ZÁVĚR

Budoucí a současná hodnota

- Budoucí hodnota: (Web - kalkulačka budoucí hodnoty)
  - **Nám říká, kolik budeme mít v budoucnu peněz při odložení určité peněžní částky v současnosti**
  - BH = budoucí hodnota
  - SH = současná hodnota
  - i = úroková míra (v desetinném čísle)
  - t = čas (úrokové období)

$$BH = SH \cdot (1+i)^t$$

- Současná hodnota: (Web - kalkulačka současné hodnoty)
  - **Budoucí hodnota je diskontována na hodnotu současnou**
  - BH = budoucí hodnota
  - SH = současná hodnota
  - i = úroková míra (v desetinném čísle)
  - t = čas (úrokové období)

$$SH = \frac{BH}{(1+i)^t}$$

Základní typy úročení

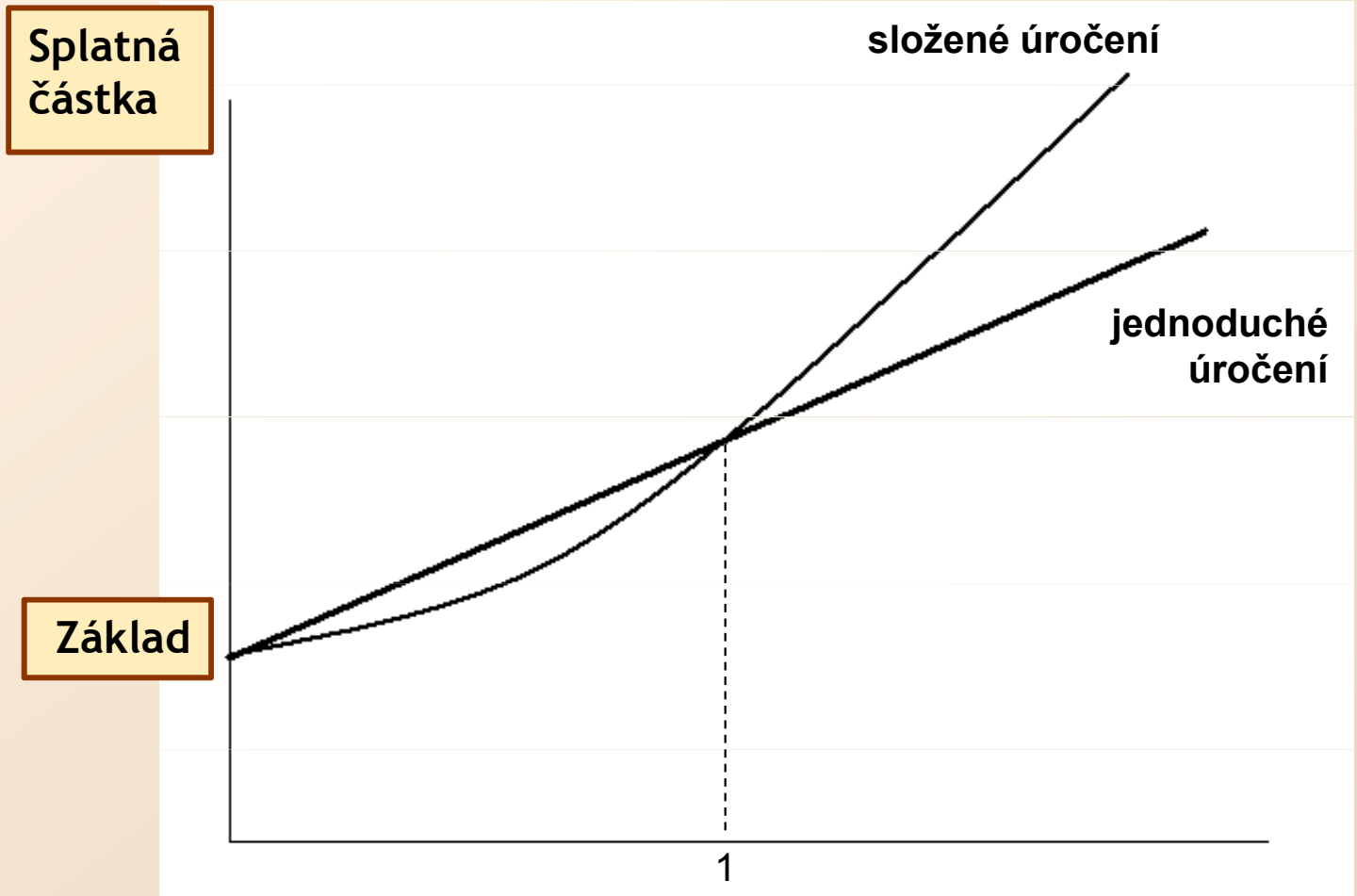
- Způsoby úročení:
  - **Jednoduché** – vyplácené úroky se k původní uložené peněžní částce *ne*přičítají a dále se *ne*úročí
  - **Složené** – úroky se připisují k uložené peněžní částce a *spolu s ní se dále úročí*

- Dle připisování úroků:
  - **Polhůtní** – úroky se platí (připisují) *na konci* úrokového období
  - **Předlhůtní** – úroky se platí *na začátku* úrokového období

  - **Základní pojmy můžete nalézt na webu např. zde:**

http://www.financni-matematika.cz/uroceni/

Jednoduché vs. Složené úročení



Zdroj: http://multiedu.tul.cz/~sarka.hyblerova/multiedu/BAN/1cviceni_BAN.ppt

Jednoduché úročení

- Úročí se stále pouze základní kapitál, vyplácené úroky se nepřičítají a nevzniká tedy úrok z úroků

$$K_t = K_0 \cdot (1 + i \cdot t)$$

- Kt = výše kapitálu(peněz) na konci roku
- K0 = počáteční výše kapitálu (vložené částky)
- i = roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo
- t = doba splatnosti kapitálu v letech

Jednoduché úročení - odkazy na web

- Jednoduché úročení (polhůtní)
- Úrok - kalkulačka
- Úroková sazba - kalkulačka
- Úroková doba - kalkulačka
- Úroková doba
- Diskont - předlhůtní úročení
- Diskont - kalkulačka

Složené úročení

- *K počátečnímu kapitálu se přičítají úroky, které se dále úročí.*
- Úročení již zúročeného kapitálu, který roste exponenciálně.
- Pro dobu splatnosti vyjádřenou v celých číslech:

$$K_t = K_0 \cdot (1+i)^t$$

- Kt = výše kapitálu(peněz) na konci roku
- K0 = počáteční výše kapitálu (vložené částky)
- i = roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo
- t = doba splatnosti kapitálu v letech

Složené úročení - kapitál se úročí *m*-krát za rok

- *K počátečnímu kapitálu se přičítají úroky, které se dále úročí.*
- V případě, že se kapitál bude úročit ***m***-krát za rok za ***t***-let:

$$K_t = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t}$$

- Kt = výše kapitálu(peněz) na konci roku
- K0 = počáteční výše kapitálu (vložené částky)
- i = roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo
- m = frekvence úročení
- t = počet let úročení

Frekvence úročení

- **Je důležité si dát pozor na frekvenci úročení uváděnou u jednotlivých typů úroků!** (je zřejmé, že pro **věřitele** je nejvýhodnější co nejvyšší úrok s největší frekvencí úročení, zatímco pro dlužníka naopak)

- **p.a. = roční (*per annum*) = 1x**

- **p.s. = pololetní (*per semestre*) = 2x**

- **p.q. = čtvrtletní (*per quartale*) = 4x**

- **p.m. = měsíční (*per mensem*) = 12x**

- **p.sept. = týdně (*per septimanam*) = 52x**

- **p.d. = denně (*per diem*) = 365x**

Složené úročení - odkazy na web

- Složené úročení
- Složené úročení - budoucí hodnota - kalkulačka
- Složené úročení - současná hodnota – kalkulačka
- Složené úročení - úroková sazba – kalkulačka
- Složené úročení - úroková doba – kalkulačka
- Úroková sazba

Kombinované úročení

- Je kombinací jednoduchého a složeného úročení.
- Vychází z předpokladu, že celá úrokovací období se úročí podle *složeného úročení* a zbytek podle *jednoduchého úročení*.

$$K_t = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot m} \cdot (1 + i \cdot R)$$

Složené úročení — **Jednoduché úročení**

- t = n + R
- t = doba splatnosti v letech
- n = počet ukončených let
- R = neukončená část, R <1

Efektivní úroková míra

- Uměle vytvořená úroková míra, která **umožňuje porovnávat** různé **nominální úrokové míry odpovídající stejnému období**, avšak s různou četností připisování úroků.

- Např. nám říká, jak velká roční nominální úroková míra při ročním připisování úroků odpovídá roční nominální úrokové míře při měsíčním, denním či jiném připisování.

$$i_{ef} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m} - 1$$

- i_{ef} = efektivní úroková sazba
- i = nominální úroková míra

Spojité úročení

- Druh úročení, při kterém se **počet úrokovacích období blíží nekonečnu** a **délka těchto období se blíží k nule**.
- Efektivní úroková sazba odpovídající tomuto případu se nazývá **úrokovou intenzitou**.

$$K_t = K_0 \cdot e^{f \cdot t}$$

- i_{ef} = efektivní úroková sazba
- f = úroková intenzita
- e = Eulerovo číslo = 2,718…

$$f = \ln \cdot \left(1 + i_{ef}\right)$$

Reálná úroková míra (r)

- Zohledňuje inflaci, tedy v podstatě znehodnocení vložené částky (kapitálu) = nominální úroková míra (i) očištěná o míru inflace (π)
- ***čisté reálné rokové míře*** = bereme v potaz i daň ze zisku (τ), hovoříme o

$$r = \frac{i - \pi}{1 + \pi}$$

$$r_{čistá} = \frac{i \cdot (1 - \tau) - \pi}{1 + \pi}$$

- r = reálná úroková míra
- i = nominální úroková míra
- π = míra inflace
- τ = daňová sazba

Vztah mezi i, r, π popisuje **Fisherova rovnice:**

$$r = i - \pi$$

Spoření

- = **pravidelné ukládání stejných peněžních částek v určitých intervalech, po konečnou dobu.**
- pomocí výpočtů se snažíme zjistit, jaká bude hodnota všech úložek a úroků z nich za určité období

- Dle způsobů/délky úročení:
  - **Krátkodobé spoření** – v rámci jednoho úrokovacího období, používáme *jednoduché úročení* (vyplácené úroky se k původní uložené peněžní částce *ne*přičítají a dále se *ne*úročí)
  - **Dlouhodobé spoření** – v rámci více úrokovacích období, používáme *složené úročení* (úroky se připisují k uložené peněžní částce a *spolu s ní se dále úročí)*

- Dle připisování úroků:
  - **Polhůtní spoření** – úroky se připisují *na konci* úrokového období
  - **Předlhůtní** spoření – úroky se platí *na začátku* úrokového období

Spoření krátkodobé

- **Polhůtní:**

$$S = m \cdot X \cdot \left(1 + \frac{(m-1)}{2m} \cdot i\right)$$

- **Předlhůtní:**

$$S = m \cdot X \cdot \left(1 + \frac{(m+1)}{2m} \cdot i\right)$$

S = spoření

m = počet úložek v rámci jednoho úrokovacího období

X = výše pravidelných úložek

i = úroková sazba

Spoření dlouhodobé

- **Polhůtní:**

$$S = X \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- **Předlhůtní:**

$$S = X \cdot (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

S = spoření

n = počet úrokovacích období

X = výše pravidelných úložek

i = úroková sazba

Dlohodobé spoření

= trvá déle než jedno úrokovací období, používáme složené úročení, předpokládáme, že k vkladům dochází pouze jedenkrát za úrokovací období

Kombinované spoření

- **Polhůtní:**

$$S = m \cdot X \cdot \left(1 + \frac{(m-1)}{2m} \cdot i\right) \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

- **Předlhůtní:**

$$S = m \cdot X \cdot \left(1 + \frac{(m+1)}{2m} \cdot i\right) \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

Kombinované spoření

= kombinace krátkodobého a dlohodobého spoření

- slouží k výpočtům spoření pro případ, že ukládáme vícekrát v rámci jednoho úrokovacího období a toto spoření běží více let (stavební spoření)

Odkazy na web - kalkulačky

- Úrokové míry - reálná, efektivní, nominální

- Na stránkách Ministerstva Financí zabývající se tématikou najdete mnoho zajímavých odkazů, mezi které patří i kalkulačky:

  - **RPSN, úvěrů, úroků, srovnávačů spořících a termínovaných účtů, důchodového pojištění, sociálních dávek, pojištění či dokonce srovnávač mobilních tarifů**, stačí jen kliknout na následující odkaz:

- http://www.psfv.cz/cs/zajimave-odkazy/kalkulacky

Závěr

- Finanční matematika k finanční gramotnosti neodmyslitelně patří.
- To ale neznamená, že musíte umět vše spočítat z hlavy.
- Dnes už na internetu najdete kalkulačky, do kterých jen zadáte známé parametry a výsledek vám to už spočítá samo.
- Můžete využít i výpočetních funkcí v Excelu.
- Nebo si sami spočítat za pomocí uvedených vzorců požadovanou neznámou.

Zdroje

- DVOŘÁKOVÁ, Zuzana a Luboš SMRČKA. *Finanční vzdělávání pro střední školy: se sbírkou řešených příkladů na CD*. 1. vyd. V Praze: C.H. Beck, 2011, xix, 312 s. ISBN 9788074000089.
- ČERVÍNEK, P., ČÁMSKÝ , F. *Distanční studijní opora: Finanční matematika*. Brno, 2009.
- RADOVÁ, J., DVOŘÁK, P. *Finanční matematika pro každého*. 7.aktualiz. vyd. Praha: Grada, 2009, 293 s. ISBN 9788024732916.
- http://www.financni-matematika.cz/uroceni/
- http://www.psfv.cz/cs/zajimave-odkazy/kalkulacky