

# **Hurwitz score related decision making methods**

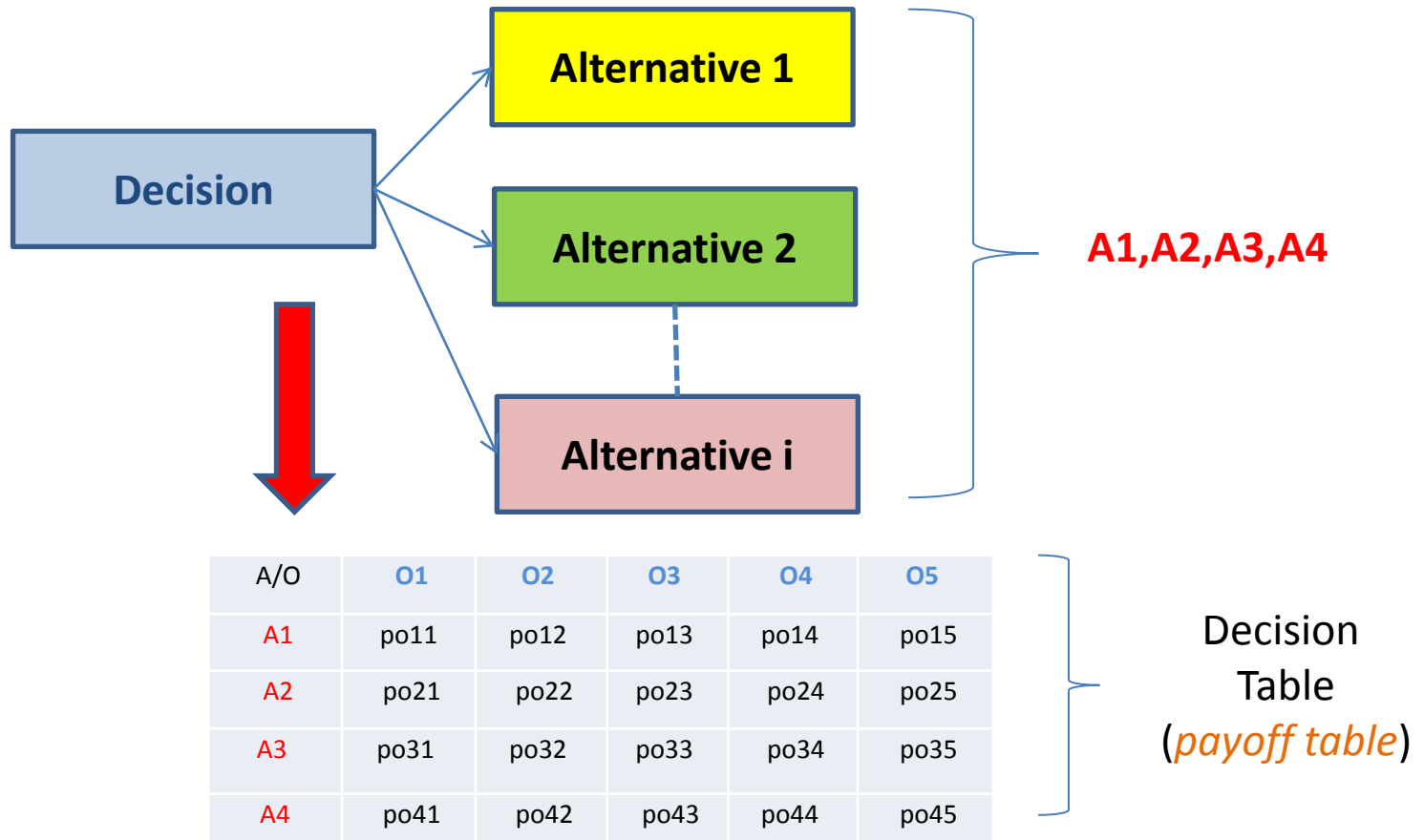
Skorkovský

Department of business economy

# Uncertainty-Risk

Although the possible returns of the investment are beyond the control of the decision maker, the decision maker might or might not be able or willing to assign probabilities to them. If no probabilities are assigned to the possible consequences, then the decision situation is called "*decision under uncertainty*". If probabilities are assigned then the situation is called "*decision under risk*". This is a basic distinction in decision theory, and different analyses are in order.

# First approach



Where : A=Alternative(action); O=Outcome (*výsledek, závěr*) ; po=payoff (*přínos, prospěch*)  
**A**=(A1,A2,...Ai) = inventory of viable options=vector, **O**=(O1,O2,...Ok)= outcome vector

# Podstata rozhodování

- **Cíl** -> nejlepší volba
- **Okolnosti** -> vyjadřuje situace, za které se uskutečňuje rozhodnutí a je to mimo kontrolu rozhodovatele (outcomes)
- **Stanovení rozhodovacího kritéria**
- **Vektor rizika** (pokud je znám)

# Rozhodování za úplné jistoty

- Máme několik možností, ale jenom jedno jasné kritérium – zvolí se ta alternativa, která bude mít pro má pro daný stav okolností (outcomes) nejlepší přínos (payoff)
- **Otázka** : postavím větrnou elektrárnu tam, kde vím, že fouká vítr?
  - **pravděpodobnost realizace jistého stavu je rovna 1 a pravděpodobnosti ostatních stavů okolností jsou rovny nule**

# Rozhodování za úplné nejistoty

- Nevím co se stane, když se rozhodnu pro tu kterou alternativu a okolnost (závěr)
- **MaxiMax** -> jsem jako rozhodovatel veliký optimista
- **Max Min** (Waldovo kritérium) -> neriskuji, lepší vrabec nežli holub na střeše
- **MinMax** (Savage) -> vypočítám ztráty a nasadím MinMax –viz dále
- **Hurwitzovo kritérium** -> musíme zvolit optimisticko-pesimistický index
- **Laplaceovo kritérium nedostatečné evidence** – zde nevíme o přístupu rozhodovatele (jestli je nebo není pesimista) – Jde pouze o aritmetické průměry

# Chosen criteria I



- **MaxiMax**

- MaxiMax is the rule for the **optimist**. A slogan for MaxiMax might be "best of the best" - a decision maker considers the best possible outcome for each course of action, and chooses the course of action that corresponds to the best of the best possible outcomes

Example of the decision table I (best of the vector {800,400,200,100} is **800** !!

Choices	Profit		
	Strong market	Fair market	Poor market
invest \$8000	<b>\$800</b>	\$200	-\$400
invest \$4000	<b>\$400</b>	\$100	-\$200
invest \$2000	<b>\$200</b>	\$50	-\$100
invest \$1000	<b>\$100</b>	\$25	-\$50

Example II



# MaxiMax Payoff



Select the alternative which results in the maximum of maximum payoffs; **an optimistic criterion**

## Payoff Table

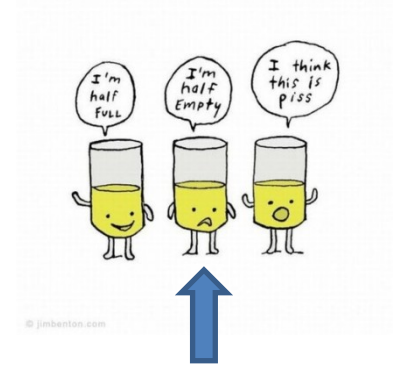
Alternatives	Outcomes			Maximum Payoff
	O1	O2	O3	
A	\$1,000	\$1,000	\$1,000	\$1,000
<b>B</b>	<b>\$10,000</b>	-\$7,000	\$500	<b>\$10,000</b>
C	\$5,000	\$0	\$800	\$5,000
D	\$8,000	-\$2,000	\$700	\$8,000

$$B > D > C > A$$

Alternatives (invested amount, expectant spouse inheritance, type of the car,..)



# Chosen criteria II



- **MaxiMin (Wald criteria)**

- The MaxiMin decision rule is used by a **pessimistic decision** maker who wants to make a **conservative decision**. Basically, the decision rule is to consider the worst consequence of each possible course of action and chooses the one that has the **least worst consequence** (in our case= -50). **So it is better to invest nothing !!!!**

Choices	Profit		
	Strong market	Fair market	Poor market
invest \$8000	\$800	\$200	-\$400
invest \$4000	\$400	\$100	-\$200
invest \$2000	\$200	\$50	-\$100
invest \$1000	\$100	\$25	<b>-\$50</b>

Example II



# MaxiMin Payoff

Select the alternative which results in the maximum of minimum payoffs; a pessimistic criterion

## Payoff Table

Alternatives	Outcomes			Minimum Payoff
	O1	O2	O3	
<b>A</b>	\$1,000	\$1,000	\$1,000	<b>\$1,000</b>
<b>B</b>	\$10,000	-\$7,000	\$500	-\$7,000
<b>C</b>	\$5,000	\$0	\$800	\$0
<b>D</b>	\$8,000	-\$2,000	\$700	-\$2,000

**A > C > D > B**

# MinMax (Savage) -vypočítám ztráty a nasadím MinMax

Payoff table

Minimizes the Maximum Regret

Alternatives	Economy		
	Growing	Stable	Declining
<i>Bonds</i>	$70 - 40 = 30$ 40	$45 - 45 = 0$ 45	$5 - 5 = 0$ 5
<i>Stocks</i>	$70 - 70 = 0$ 70	$45 - 30 = 15$ 30	$5 - (-13) = 18$ -13
<i>Mutual Funds</i>	$70 - 53 = 17$ 53	$45 - 45 = 0$ 45	$5 - (-5) = 10$ -5

Opportunity loss table

## Minimax Regret Approach

Regret Table

Alternatives	Economy			Maximum
	Growing	Stable	Declining	
<i>Bonds</i>	30	0	0	30
<i>Stocks</i>	0	15	18	18
<i>Mutual Funds</i>	17	0	10	17

# Decision Strategy I

Hurwitz criterion allows to choose strategies depending on inclination to risk

A/O	O1	O2	O3	O4	O5
A1	po11	po12	po13	po14	po15
A2	po21	po22	po23	po24	po25
A3	po31	po32	po33	po34	po35
A4	po41	po42	po43	po44	po45

Where : **A**=alternative(action, strategy); **O**=Outcome;  
po=payoff (benefit, profit); winning score, **A**=(A1,A2,...Ai)  
= inventory of viable options=vector,  
**O**=(O1,O2,...Ok)= outcome vector,  
 $\alpha$  = risk parameter (if 100 % optimistic -> $\alpha=1$ , if 100 %  
pesimistic ->  $\alpha=0$ )

$$P^* = \max \{ \alpha * \max (p_i, O_k) \} + (1 - \alpha) * \min(p_i, O_k) \}$$

Example on the next slide

# Decision Strategy II

A/O	O1	O2	O3	a	b
A1	1	5	7	7	1
A2	3	2	6	6	2
A3	5	4	3	5	3

Where  $\mathbf{a_i} = \max(p_i, O_k)$  and  $\mathbf{b_i} = \min(p_i, O_k)$

$\mathbf{p^*} = \max \{ \alpha * a_i + (1 - \alpha) * b_i \}$  - calculation of payoff (benefit, profit)

E.g. If  $\alpha = 0,8$ , and  $\max a_i = 7$  and  $\min b_i = 1$  then

$\mathbf{p^*} = \max \{ 5,8; 5,2; 4,6 \} = 5,8$

Where  $5,8 = 7 * 0,8 + (1 - 0,8) * 1 = 5,6 + 0,2$ ;  $5,2 = 6 * 0,8 + (1 - 0,8) * 2, \dots$

# Hurwitzovo pravidlo- příklad2

Chceme jako softwarová firma dodat na trh novou aplikaci plánování zdrojů s konečnými kapacitami (Advance Planning and Scheduling) pro MS Dynamics NAV 2016.

Očekáváme různé typy poptávky podle charakteru průmyslu a tedy i využití dodávané aplikace a komplexnosti aplikace (doplnění stávajícího plánovacího algoritmu, jednoduchá varianta, komplexní varianta, varianta rozšířená o řízení projektů (ne pouze pro výrobu) .

**Varianta = Alternativa**

	O1	O2	O3	O4	Max	Min	alfa*a1	(1-alfa)*bi	P
	Velká poptávka	Střední poptávka	Malá poptávka	Zanedbatelná poptávka					
Alternativa					a	b			
Doplnění algoritmu MPR-II	3	4	2	1	4	1	3,2	0,2	3,4
Jednoduchá varianta	10	11	12	2	12	2	9,6	0,4	10
Komplexní varianta	12	13	7	3	13	3	10,4	0,6	11
Komplexní varianta + projekty	14	4	5	1	14	1	11,2	0,2	11,4
Optimista/pesimista = 0,8 = alfa									
$P = \max\{alfa \cdot a_i + (1-ALFA) \cdot b_i\}$									
0,2									
0,8									

# Laplaceovo pravidlo

	O1	O2	O3	O4						
	Velká poptávka	Střední poptávka	Malá poptávka	Zanedbatelná poptávka	Max	Min	$\alpha \cdot a_i$	$(1-\alpha) \cdot b_i$	P	LP
Alternativa					a	b				
Doplnění algoritmu MPR-II	3	4	2	1	4	1	3,2	0,2	3,4	2,5
Jednoduchá varianta	10	11	12	2	12	2	9,6	0,4	10	8,75
Komplexní varianta	12	13	7	3	13	3	10,4	0,6	11	8,75
Komplexní varianta + projekty	14	4	5	1	14	1	11,2	0,2	11,4	6
Optimista/pesimista = 0,8 = $\alpha$										
$P = \max\{\alpha \cdot a_i + (1-\alpha) \cdot b_i\}$										

# Thanks for Your attention

