

# Linear programming-introduction

Ing.J.Skorkovský,CSc.

# USE-Využití

- **Slitting and Levelling of material (coils, bars, sheets)-Cutting material, trimming,...** (dělení materiálu)
- **Blending** - blending, diet, feeding rations for animals, .. (míchání krmných směsi podle receptu veterináře,..)
- **Transport problems** - material flow from stock to the destination and route planning - shortest route (optimalizace dopravních tras)
- **Assignment of resources with limited capacities** - CCR=Capacity Constraint Resource – přiřazení zdrojů s omezenou kapacitou
- **Sources** : **Operation Management**, Quality and Competitiveness in a global environment, Russel and Taylor (ESF library),...

# Formulation of the model- Formulace modelu

Výrobek	Popis	Práce/hod	Materiál/ks	Výnos/ks
Dish (Miska)	x1	1	4	40
Mug (Hrnek)	x2	2	3	50

Which combination of products will have the greatest return at the limits of maximum production capacity type = **40** hours and the amount of material, that is limited to **120** kg of clay (jíl)?

**Note:** A similar task in terms of flow was solved in the P&Q example based on TOC (only valid for Czech student), where the limitation was in resource B and with a maximum capacity of 2400 minutes)

Při které kombinaci vyráběných produktů (miska a hrnek) budeme mít největší výnos když máme možnost pracovat maximálně **40 hodin** (limit kapacity) a nemůžeme využít více jak **120 kg** jílu (hrnčířské hlíny) – omezení materiálové

# Basic structures and used terminology

## Základní rovnice a terminologie

- We minimize our target function (cílová funkce) in the form of:

$Z = c_1 * x_1 + c_2 * x_2 + \dots + c_n * x_n$  with respect to the matrix of restrictive conditions:  $Z = C * X$   
 (in our case  $c_1=40$  and  $c_2=50$ )



- $A_{11} * x_1 + A_{12} * x_2 + \dots + A_{1n} * x_n \quad (<=>) \quad B_1$
- $A_{21} * x_1 + A_{22} * x_2 + \dots + A_{2n} * x_n \quad (<=>) \quad B_2$
- $A_{m1} * x_1 + A_{m2} * x_2 + \dots + A_{mn} * x_n \quad (<=>) \quad B_m$



**Systém lineárních rovnic =>  $Ax=B$**

- It is classical system of linear equations je  $Ax=B$  (restrictive conditions - podmínky omezení)
- The solving of such a linear equation system, e.g. By use of GAUSS-JORDAN algorithm **is not required** with the help of Excel Solver.
- $x_{ij}$  : decision variable = level of operation activity specified by this variable
- $B_i$  : restrictive conditions (podmínky omezení)
- , allowed deviations from the norm (in time and material)
- $c_j$  : coefficient of the target function (in our case returns, meaning 40 and 50 - výnosy)
- $A_{ij}$  : restrictive coefficients : work and material for one unit (pcs) of the product
- práce/jednotka času/ks a materiál/ks**

# Example I (introduction to the problem – practical demonstration )

Výrobek	Popis	Práce/hod	Materiál/ks	Výnos/ks
Dish			40	
Mug			50	


$$Z = c_1 * x_1 + c_2 * x_2 + \dots + c_n * x_n \quad (\text{classical equation from}) \quad Z = c_0 \text{ největší výnos}$$

Target function:  $Z = 40 * x_1 + 50 * x_2$ , which we must maximize (maximalizovat cílovou funkci)

Maximal production capacity = 40 hours and Maximal quantity of material = 120 kg (jsou to dva prvky matice B (40,120) – omezení

Specifications of task restrictions by use of 2x2 matrix:

Rovnice dvou přímek



$$= 40 \quad (\text{work- no more than 40 hours})$$

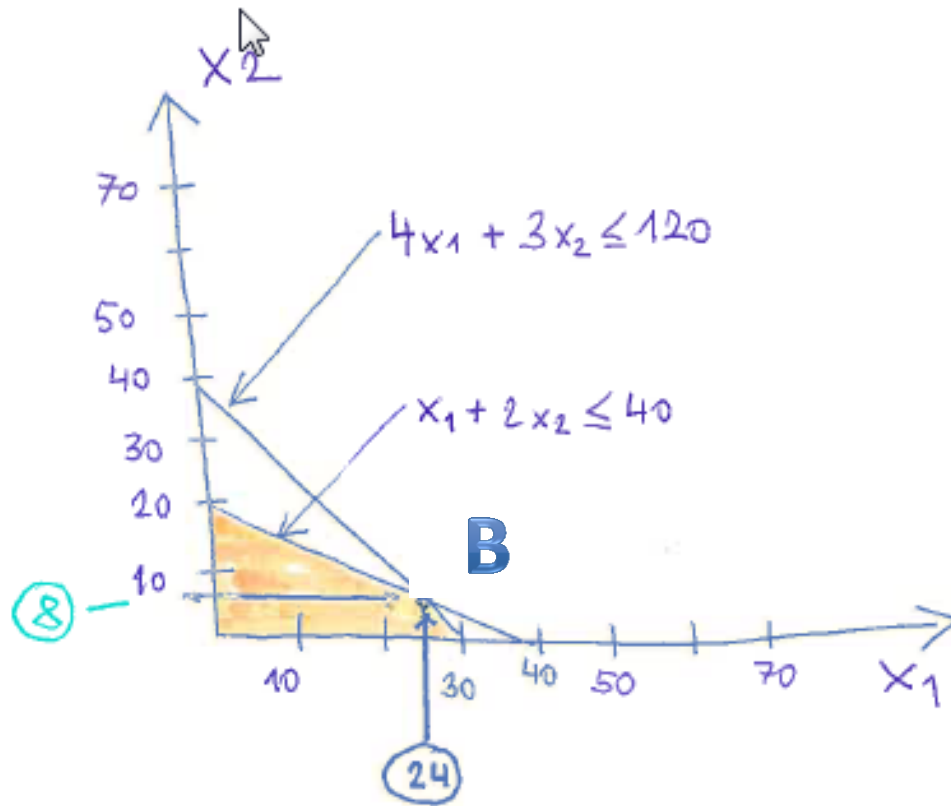
$$= 120 \quad (\text{material=kg of clay in our case}) \rightarrow x_1 = (40 - 2x_2) + 3x_2 = 120 \dots$$

Manual solving :  $\rightarrow x_1 = 24$  a  $x_2 = 8$  and after substitution od variables (vyřešení 2 lineárních rovnic o 2 neznámých) in target function we will get

$$Z = 40 * 24 + 50 * 8 = 1360 \quad (\text{maximální výnos})$$

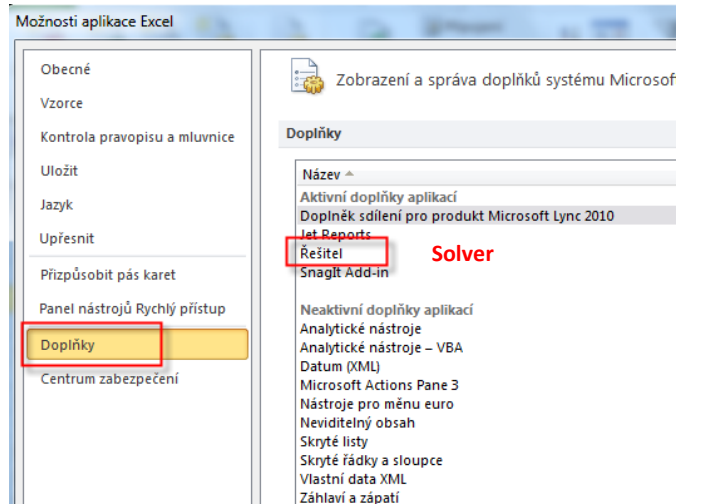
(optimal Return meets the point B – see next slide)

# Graphical solution

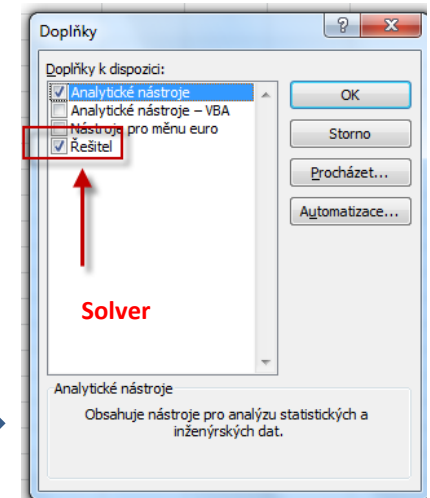


# Use of Solver (Czech EXCEL)

Complements Supplement



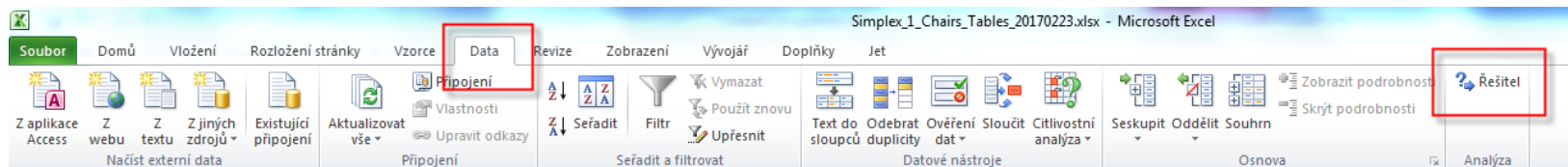
Excel Setup



Doplňek: Analytické nástroje  
Vydavatel: Microsoft Corporation  
Kompatibilita: K dispozici nejsou žádné informace o kompatibilitě.  
Umístění: C:\Program Files (x86)\Microsoft Office\Office14\Library\Analysis\ANALYS32.XLL

Popis: Obsahuje nástroje pro analýzu statistických a inženýrských dat.

Spravovat: Doplnění aplikace Excel **Přejít...**



Not for Czech courses !!!!! ->see next slides

# Use o solver

(see actual Excel formulas on one of the the next slides)

	Dish	Mug	Total	Capacity
Variables (x1, x2)	0	0	0	
Return	40	50	0	
Material	4	3	0	120
Work	1	2	0	40

$=D7*D6+E7*E6$   
 $=D10*D6+E10*E6$   
 $=D11*D6+E11*E6$

Assignment entered in table

Assignment

x1=Dish , x2=Mug, max 40 hod (B1), max 120 kg (B2)

Target function  $Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 50 * x2$

$4 * x1 + 3 * x2 = 120$  -capacity restrictions= max quantity of material =B1

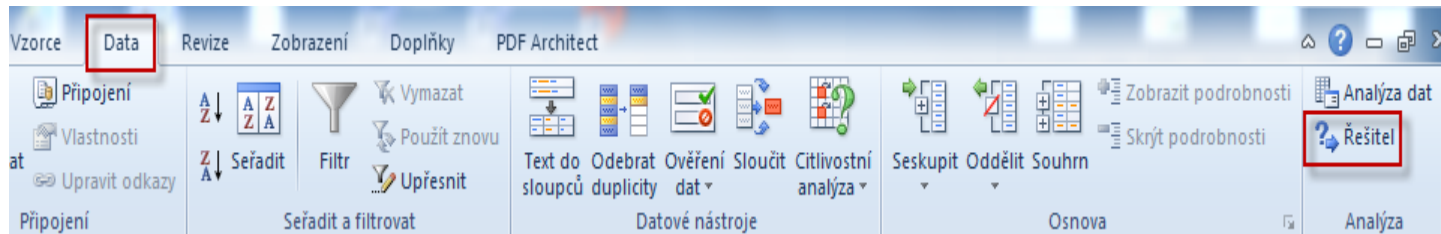
$1 * x1 + 2 * x2 = 40$  -capacity restrictions by max work capacity=B2



Product	Description	Work /hour	Material/pcs	Return/pcs
Dish	x1	1	4	40
Mug	x2	2	3	50



# Solver start



# Use of Solver (Czech- not for MPH\_AOPR )

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3			Miska	Hrnek	Total	Kapacita	
4		Proměnné x1,x2	0	0			
5		Přínos	40	50	0		
6							
7		Materiál	4	3	0	120	
8		Práce	1	2	0	40	
9							

$$Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 50 * x2$$

$$E5 = C4 * C5 + D4 * D5$$

$$E7 = C7 * C4 + D7 * D4 = 4 * x1 + 3 * x2 = 120$$

$$E8 = C8 * C4 + D8 * D4 = x1 + 2 * x2 = 40$$

Parametry Řešitele

Účelová funkce:

\$E\$5

Hledat:  Max

Min

Hodnota:

0

Proměnné modelu:

\$C\$4:\$D\$4

Omezující podmínky:

\$E\$7 <= \$F\$7

\$E\$8 <= \$F\$8

	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	24	8		
Přínos	40	50	1360	
Materiál	4	3	120	120
Práce	1	2	40	40

=D7\*D6+E7\*E6

# Use of solver (ENG)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5				Dish	Mug	Total	Capacity	
6				Variables X1, X2	0	0		
7				Return	40	50	0	
8								
9								
10				Material	4	3	0	120
11				Work	1	2	0	40
12								

$$Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 30 * x2$$

$$F10 = D10 * D6 + E10 * E6 = 4 * x1 + 3 * x2 = 120$$

$$F11 = D11 * D6 + E11 * D6 = x1 + 2 * x2 = 40$$

=D10\*D6+E10\*E6

=D11\*D6+E11\*E6

Parametry Řešitele

Nastavit cíl: **Target** \$F\$7

Na:  Max  Min  Hodnota: 0

Na základě změny proměnných buněk: **Variables** \$D\$6:\$E\$6

Omezující podmínky:

\$F\$10 <= \$G\$10  
\$F\$11 <= \$G\$11

**Restrictions**

Nastavit proměnné bez omezujících podmínek jako nezáporné

Vyberte metodu řešení: GRG Nonlinear

Metoda řešení  
Modul GRG Nonlinear vyberte pro hladké nelineární problémy Řešitele. Modul LP Simplex zvolte pro lineární problémy Řešitele a modul Evolutionary pro nehladké problémy Řešitele.



	Dish	Mug	Total	Capacity
Variables X1, X2	24	8		
Return	40	50	1360	
Material	4	3	120	120
Work	1	2	40	40

# Využití Řešitele (use of Solver)

Microsoft Excel 15.0 Citlivostní sestava

List: [Simplex\_1\_Misky\_Hrnky\_Chairs\_Tables\_20170228.xlsx]List1

Sestava vytvořena: 9. 3. 2017 16:19:56

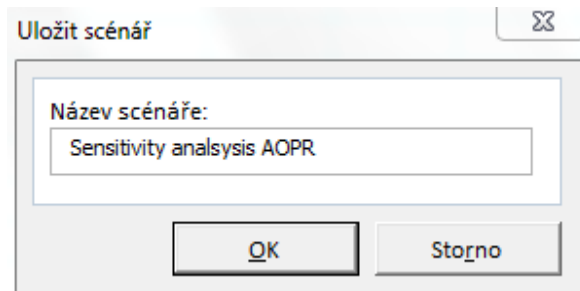
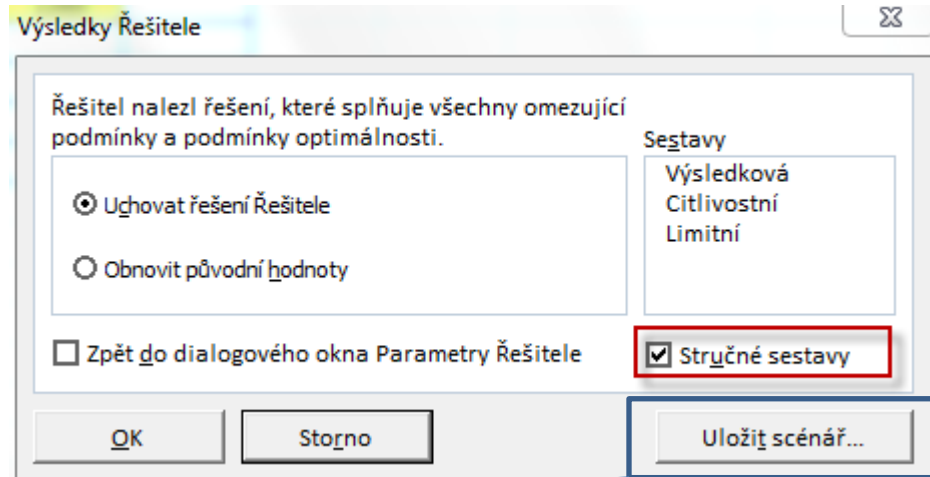
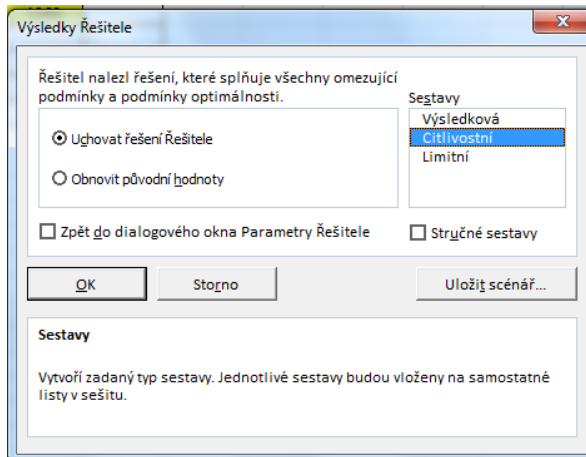
Proměnné

Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Redukovaná náklady	Účelová funkce koeficient	Povolený nárůst	Povolený pokles
\$C\$4	Proměnné x1,X2 Miska	24	0	40	26,66666667	15
\$D\$4	Proměnné x1,X2 Hrnek	8	0	50	30	20

Omezující podmínky

Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Stínová cena	Pravá strana omezující podmínky	Povolený nárůst	Povolený pokles
\$E\$7	Materiál Total	120	6	120	40	60
\$E\$8	Práce Total	40	16	40	40	10

# Use of Solver (English)



New Excel List



Microsoft Excel 14.0 Citlivostní sestava  
 List: [LP\_EXCEL\_SOLVER USE\_20171101.xlsx]List1  
 Sestava vytvořena: 2.11.2017 8:49:10

Proměnné buňky

Buňka	Název	Konečná Hodnota	Snížené Gradient
\$D\$6	Variables X1, X2 Dish	24	0
\$E\$6	Variables X1, X2 Mug	8	0

Omezující podmínky

Buňka	Název	Konečná Hodnota	Lagrangeův multiplikátor
\$F\$10	Material Total	120	6
\$F\$11	Work Total	40	16

# Změna úlohy- jiné výnosy jiná omezení typu práce na dvou strojích a jejich kapacitní omezení

(Change of parameters- not necessary fro MPH\_AOPR !!!!!)

	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	0		
Přínos	40	50	0	
Stroj 1	7	5	0	200
Stroj 1	5	5	0	400



	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	40		
Přínos	40	50	2000	
Stroj 1	7	5	200	200
Stroj 1	5	5	200	400

Parametry Řešitele

Účejová funkce:

Hledat:  Max  Min  Hodnota:

Proměnné modelu:

Omezující podmínky:

- \$E\$15 <= \$F\$15
- \$E\$16 <= \$F\$16



OK ?