

# Linear programming-introduction

Ing.J.Skorkovský,CSc.

# USE-Využití

- **Slitting and Levelling of material (coils, bars, sheets)-Cutting material, trimming,...** (dělení materiálu)
- **Blending - blending, diet, feeding rations for animals, ..** (míchání krmných směsi podle receptu veterináře,..)
- **Transport problems - material flow from stock to the destination and route planning - shortest route** (optimalizace dopravních tras)
- **Assignment of resources with limited capacities - CCR=Capacity Constraint Resource – přiřazení zdrojů s omezenou kapacitou**
- **Sources : Operation Management, Quality and Competitiveness in a global environment, Russel and Taylor (ESF library),...**

# Formulation of the model- Formulace modelu

Výrobek	Popis	Práce/hod	Materiál/ks	Výnos/ks
Dish (Miska)	x1	1	4	40
Mug (Hrnek)	x2	2	3	50

Which combination of products will have the greatest return at the limits of maximum production capacity type = **40** hours and the amount of material, that is limited to **120** kg of clay (jíl)?

**Note:** A similar task in terms of flow was solved in the P&Q example based on TOC (only valid for Czech student), where the limitation was in resource B and with a maximum capacity of 2400 minutes)

Při které kombinaci vyráběných produktů (miska a hrnek) budeme mít největší výnos když máme možnost pracovat maximálně **40 hodin** (limit kapacity) a nemůžeme využít více jak **120 kg** jílu (hrnčířské hlíny) – omezení materiálové

# Basic structures and used terminology

## Základní rovnice a terminologie

- We minimize our target function (cílová funkce) in the form of:

$Z = c_1 * x_1 + c_2 * x_2 + \dots + c_n * x_n$  with respect to the matrix of restrictive conditions:  $Z = C * X$   
 (in our case  $c_1=40$  and  $c_2=50$ )




- $A_{11} * x_1 + A_{12} * x_2 + \dots + A_{1n} * x_n \quad (<=>) \quad B_1$
- $A_{21} * x_1 + A_{22} * x_2 + \dots + A_{2n} * x_n \quad (<=>) \quad B_2$
- $A_{m1} * x_1 + A_{m2} * x_2 + \dots + A_{mn} * x_n \quad (<=>) \quad B_m$



**Systém lineárních rovnic =>  $Ax=B$**

- It is classical system of linear equations je  $Ax=B$  (restrictive conditions - podmínky omezení)
- The solving of such a linear equation system, e.g. By use of GAUSS-JORDAN algorithm **is not required** with the help of Excel Solver.
- $x_{ij}$  : decision variable = level of operation activity specified by this variable
- $B_i$  : restrictive conditions (podmínky omezení)
- , allowed deviations from the norm (in time and material)
- $c_j$  : coefficient of the target function (in our case returns, meaning 40 and 50 - výnosy)
- $A_{ij}$  : restrictive coefficients : work and material for one unit (pcs) of the product
- práce/jednotka času/ks a materiál/ks**

# Example I (introduction to the problem – practical demonstration )

Výrobek	Popis	Práce/hod	Materiál/ks	Výnos/ks
Dish				40
Mug				50


$$Z = c_1 * x_1 + c_2 * x_2 + \dots + c_n * x_n \text{ (classical equation from) } Z = c_0 \text{ největší výnos}$$

Target function:  $Z = 40 * x_1 + 50 * x_2$ , which we must maximize (maximalizovat cílovou funkci)

Maximal production capacity = 40 hours and Maximal quantity of material = 120 kg (jsou to dva prvky matice B (40,120) – omezení

Specifications of task restrictions by use of 2x2 matrix:

Rovnice dvou přímek



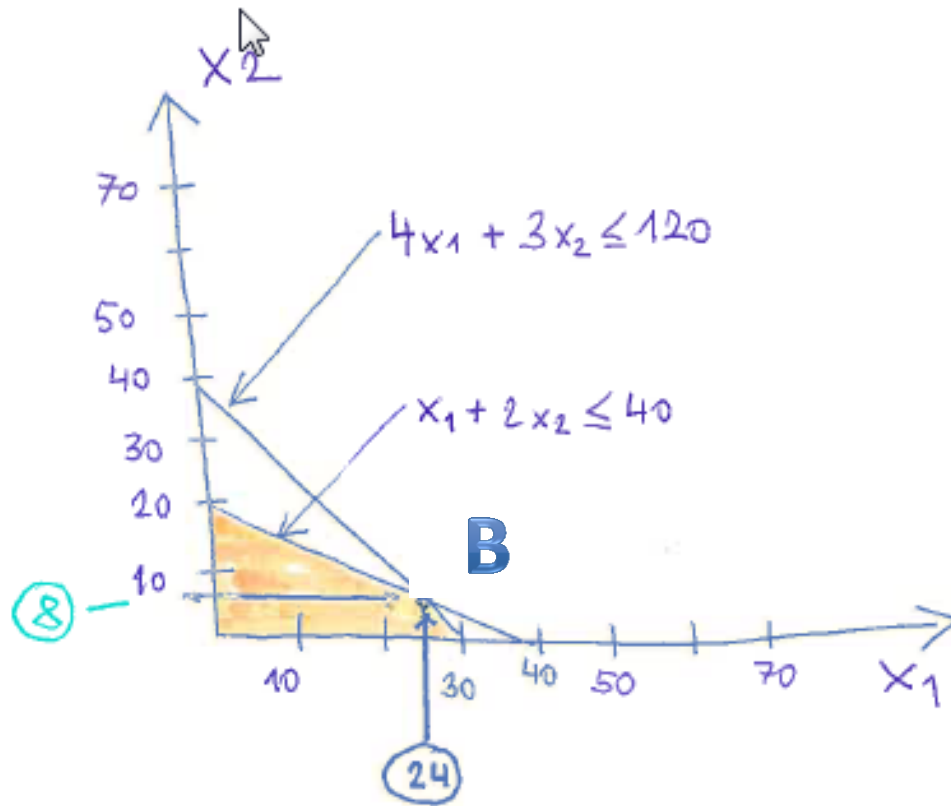
=40 (work- no more than 40 hours)  
 =120 (material=kg of clay in our case)-> $x_1 = (40 - 2x_2) + 3x_2 = 120 \dots$

Manual solving : ->  $x_1 = 24$  a  $x_2 = 8$  and after substitution od variables (vyřešení 2 lineárních rovnic o 2 neznámých)  
 in target function we will get

$$Z = 40 * 24 + 50 * 8 = 1360 \text{ (maximální výnos)}$$

(optimal Return meets the point B – see next slide)

# Graphical solution



# Use of Solver (Czech EXCEL)

Complements Supplement

Možnosti aplikace Excel

Obecné  
Vzorce  
Kontrola pravopisu a mluvnice  
Uložit  
Jazyk  
Upřesnit  
Přizpůsobit pás karet  
Panel nástrojů Rychlý přístup  
**Doplnění**  
Centrum zabezpečení

Zobrazení a správa doplňků systému Microsoft

Doplnění

Název ^  
Aktivní doplňky aplikací  
Doplněk sdílení pro produkt Microsoft Lync 2010  
Jet Reports  
**Řešitel Solver**  
Snagit Add-in

Neaktivní doplňky aplikací  
Analytické nástroje  
Analytické nástroje – VBA  
Datum (XML)  
Microsoft Actions Pane 3  
Nástroje pro měnu euro  
Neviditelný obsah  
Skruté listy  
Skruté řádky a sloupce  
Vlastní data XML  
Záhlaví a zápatí

---

Doplněk: Analytické nástroje  
Vydavatel: Microsoft Corporation  
Kompatibilita: K dispozici nejsou žádné informace o kompatibilitě.  
Umístění: C:\Program Files (x86)\Microsoft Office\Office14\Library\Analysis\ANALYS32.XLL

Popis: Obsahuje nástroje pro analýzu statistických a inženýrských dat.

Spravovat: Doplnění aplikace Excel **Přejít...**

Excel Setup

Doplnění

Doplnění k dispozici:

- Analytické nástroje
- Analytické nástroje – VBA
- Nástroje pro měnu euro
- Řešitel**

OK  
Storno  
Procházet...  
Automatizace...

Analytické nástroje  
Obsahuje nástroje pro analýzu statistických a inženýrských dat.

Solver

Simplex\_1\_Chairs\_Tables\_20170223.xlsx - Microsoft Excel

Soubor Domů Vložení Rozložení stránky Vzorce **Data** Revize Zobrazení Vývojář Doplnění Jet

Připojení  
Vlastnosti  
Upravit odkazy  
Připojení

Seřadit Filtr Vymazat Použít znovu Upřesnit

Text do sloupců Odebrat duplicitu Ověření dat Sloučit Citlivostní analýza

Seskupit Oddělit Souhrn

Zobrazit podrobnosti  
Skrýt podrobnosti

Osnova **Řešitel** Analýza

Not for Czech courses !!!!! ->see next slides

# Use o solver

(see actual Excel formulas on one of the the next slides)

	Dish	Mug	Total	Capacity
Variables (x1, x2)	0	0	0	
Return	40	50	0	
Material	4	3	0	120
Work	1	2	0	40

$=D7*D6+E7*E6$   
 $=D10*D6+E10*E6$   
 $=D11*D6+E11*E6$

Assignment entered in table

Assignment

x1=Dish , x2=Mug, max 40 hod (B1), max 120 kg (B2)

Target function  $Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 50 * x2$

$4 * x1 + 3 * x2 = 120$  -capacity restrictions= max quantity of material =B1

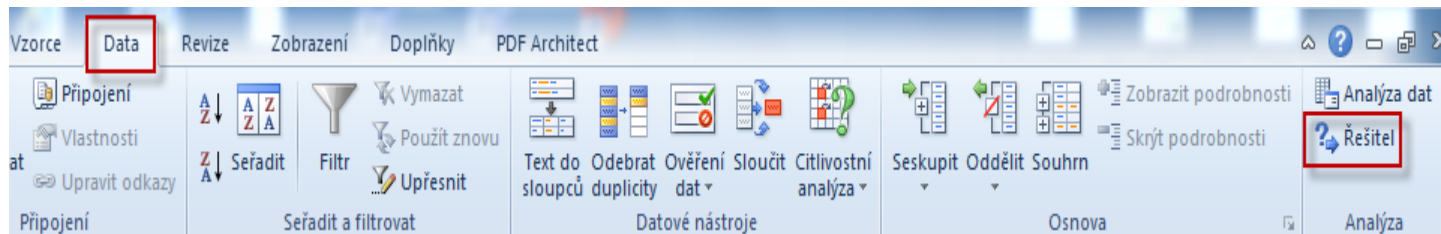
$1 * x1 + 2 * x2 = 40$  -capacity restrictions by max work capacity=B2



Product	Description	Work /hour	Material/pcs	Return/pcs
Dish	x1	1	4	40
Mug	x2	2	3	50



# Solver start



# Use of Solver (Czech- not for MPH\_AOPR )

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3			Miska	Hrnek	Total	Kapacita	
4		Proměnné x1,x2	0	0			
5		Přínos	40	50	0		
6							
7		Materiál	4	3	0	120	
8		Práce	1	2	0	40	
9							

$$Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 50 * x2$$

$$E5 = C4 * C5 + D4 * D5$$

$$E7 = C7 * C4 + D7 * D4 = 4 * x1 + 3 * x2 = 120$$

$$E8 = C8 * C4 + D8 * D4 = x1 + 2 * x2 = 40$$

Parametry Řešitele

Účelová funkce:

\$E\$5

Hledat:  Max

Min

Hodnota:

0

Proměnné modelu:

\$C\$4:\$D\$4

Omezující podmínky:

\$E\$7 <= \$F\$7

\$E\$8 <= \$F\$8

	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	24	8		
Přínos	40	50	1360	
Materiál	4	3	120	120
Práce	1	2	40	40

=D7\*D6+E7\*E6

# Use of solver (ENG)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5				Dish	Mug	Total	Capacity	
6				Variables X1, X2	0	0		
7				Return	40	50	0	
8								
9								
10				Material	4	3	0	120
11				Work	1	2	0	40
12								

$$Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 30 * x2$$

$$F10 = D10 * D6 + E10 * E6 = 4 * x1 + 3 * x2 = 120$$

$$F11 = D11 * D6 + E11 * D6 = x1 + 2 * x2 = 40$$

=D10\*D6+E10\*E6

=D11\*D6+E11\*E6

Parametry Řešitele

Nastavit cíl: **Target** \$F\$7

Na:  Max  Min  Hodnota: 0

Na základě změny proměnných buněk: **Variables** \$D\$6:\$E\$6

Omezující podmínky:

\$F\$10 <= \$G\$10  
\$F\$11 <= \$G\$11

**Restrictions**

Nastavit proměnné bez omezujících podmínek jako nezáporné

Vyberte metodu řešení: GRG Nonlinear

Metoda řešení  
Modul GRG Nonlinear vyberte pro hladké nelineární problémy Řešitele. Modul LP Simplex zvolte pro lineární problémy Řešitele a modul Evolutionary pro nehladké problémy Řešitele.



	Dish	Mug	Total	Capacity
Variables X1, X2	24	8		
Return	40	50	1360	
Material	4	3	120	120
Work	1	2	40	40

# Využití Řešitele (use of Solver)

Microsoft Excel 15.0 Citlivostní sestava

List: [Simplex\_1\_Misky\_Hrnky\_Chairs\_Tables\_20170228.xlsx]List1

Sestava vytvořena: 9. 3. 2017 16:19:56

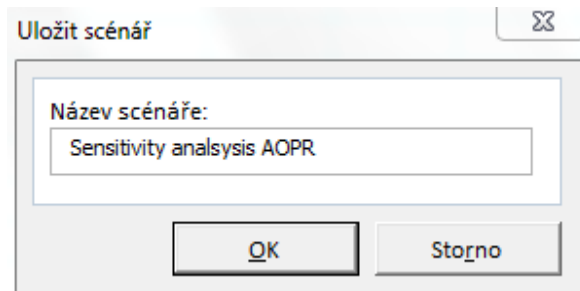
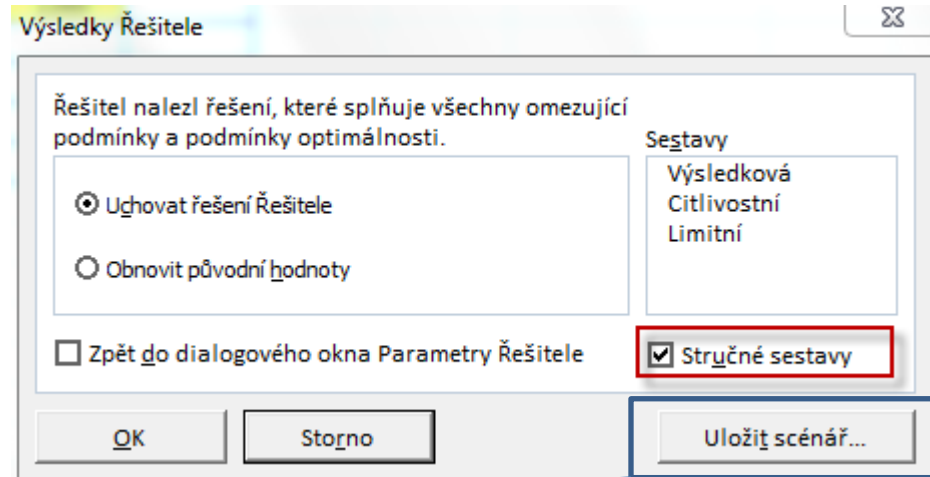
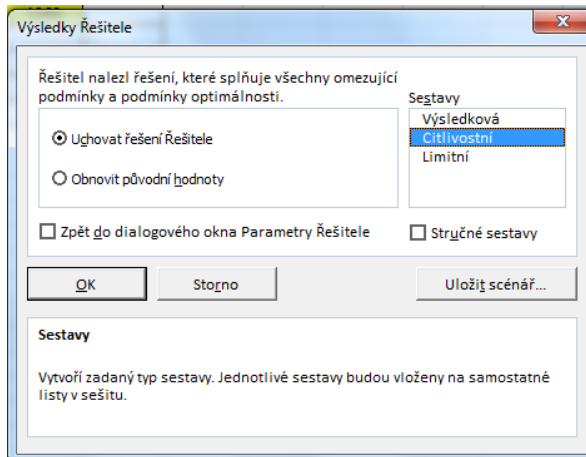
Proměnné

Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Redukovaná náklady	Účelová funkce koeficient	Povolený nárůst	Povolený pokles
\$C\$4	Proměnné x1,X2 Miska	24	0	40	26,66666667	15
\$D\$4	Proměnné x1,X2 Hrnek	8	0	50	30	20

Omezující podmínky

Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Stínová cena	Pravá strana omezující podmínky	Povolený nárůst	Povolený pokles
\$E\$7	Materiál Total	120	6	120	40	60
\$E\$8	Práce Total	40	16	40	40	10

# Use of Solver (English)



New Excel List



Microsoft Excel 14.0 Citlivostní sestava  
 List: [LP\_EXCEL\_SOLVER USE\_20171101.xlsx]List1  
 Sestava vytvořena: 2.11.2017 8:49:10

Proměnné buňky

Buňka	Název	Konečná Hodnota	Snížené Gradient
\$D\$6	Variables X1, X2 Dish	24	0
\$E\$6	Variables X1, X2 Mug	8	0

Omezující podmínky

Buňka	Název	Konečná Hodnota	Lagrangeův multiplikátor
\$F\$10	Material Total	120	6
\$F\$11	Work Total	40	16

# Změna úlohy- jiné výnosy jiná omezení typu práce na dvou strojích a jejich kapacitní omezení

(Change of parameters- not necessary fro MPH\_AOPR !!!!!)

	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	0		
Přínos	40	50	0	
Stroj 1	7	5	0	200
Stroj 1	5	5	0	400



	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	40		
Přínos	40	50	2000	
Stroj 1	7	5	200	200
Stroj 1	5	5	200	400

Parametry Řešitele

Účejová funkce:

Hledat:  Max  Min  Hodnota:

Proměnné modelu:

Omezující podmínky:

- \$E\$15 <= \$F\$15
- \$E\$16 <= \$F\$16



OK ?