Linear programming-introduction
Úvod do principu lineárního programování

Ing.J.Skorkovský,CSc.

KPH-ESF-MU

Czech Republic

USE- Oblasti použití

- **Slitting and Levelling of material (coils, bars, sheets)-**Cutting material, trimming,… (dělení materiálu)
- **Blending -** blending, diet, feeding rations for animals, .. (míchání krmných směsi podle receptu veterináře,..)
- **Transport problems -** material flow from stock to the destination and route planning - shortest route (optimalizace dopravních tras)
- **Assignment of resources with limited capacities -** CCR=Capacity Constraint Resource – přiřazení úkolů(zakázek) zdrojům s omezenou kapacitou (v podstatě zdroje typu DRUM)
- **Sources** : **Operation Management**, Quality and Competitiveness in a global environment, Russel and Taylor (ESF library),…

Formulation of the model- formulace modelu

Výrobek	Popis	Práce/hod	Materiál/ks	Výnos/ks
Dish (Miska)	x1	1	4	40
Mug (Hrnek)	x2	2	3	50

CZ

Which combination of products will have the greatest return at the limits of maximum production capacity type = **40** hours and the amount of material, that is limited to **120** kg of clay (jíl)?

Note: A similar task in terms of flow was solved in the P&Q example based on TOC (only valid for Czech student), where the limitation was in resource B and with a maximum capacity of 2400 minutes)

Při které kombinaci vyráběných produktů (miska a hrnek) budeme mít největší výnos když máme možnost pracovat maximálně **40 hodin** (limit kapacity) a nemůžeme využít více jak **120 kg** jílu (hrnčířské hlíny) – omezení materiálové

Formulace modelu

Výrobek	Popis	Práce/hod	Materiál/ks	Výnos/ks
Miska	x1	1	4	40
Hrnek	x2	2	3	50

Při které kombinaci vyráběných produktů (miska a hrnek) budeme mít největší výnos když máme možnost pracovat maximálně **40 hodin** (limit kapacity) a nemůžeme využít více jak **120 kg** jílu (hrnčířské hlíny) – omezení materiálové

Poznámka : podobný úkol je řešený v již odpřednášeném příkladu, ve kterém se zjišťovala Optimální kombinace dvou produktů (P&Q) s použitím podle TOC principů, kde limitní kapacita každého strojního centra bylo 2400 minut. Strojní centru, které bylo úzkým místem (Drum nebo CCR) bylo centrum B

Basic structures and used terminology

Základní rovnice a terminologie

- We minimize our target function Z (**cílová funkce**) in the form of:

  Z = c1*x1+c2*x2+…..+cn*xn with respect to the matrix of restrictive conditions:

  (in our case **c1=40 and c2=50**) – v našem příkladu **c1=40 a c2=50**

- A11*x1 + A12*x2+ …+ A1n*xn (<>=) B1
- A21*x1 + A22*x2+ …+ A2n*xn (<>=) B2
- Am1*x1 + Am2*x2+ …+ Amn*xn (<>=) B2

Systém lineárních rovnic kde prvky vektoru B (B1,B2,..) reprezentují ohraničení 40 hodin a 120 kilogramů

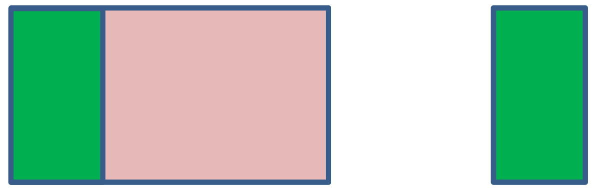
- It is classical system of linear equations je **Ax=B** (restrictive conditions-omezení)
- The solving of such a linear equation system, e.g. By use of GAUSS-JORDAN algorithm **is not required** with the help of Excel Solver (**Excel Řešitel**)
- **xij** : decision variable= level of operation activity specified by this variable
- Bi : restrictive conditions (podmínky omezení)
- allowed deviations from the norm (in time and material)

cj : coefficient of the target function (v našem případě i**c1=40 a c2=50**

- **Aij** : restrictive coefficients : work and material for one unit (pcs) of the product

Example I (introduction to the problem – practical demonstration)

Výrobek	Popis	Práce/hod	Materiál/ks	Výnos/ks
Dish **(miska)**				**40**
Mug **(hrnek)**				**50**



Z = c1*x1+c2*x2+…..+cn*xn (classical equation from) **Z = co největší výnos**)

Target function: **Z**= **40***x1+**50***x2, which we must maximize (maximalizovat výnos)

Maximal production capacity = **40** hours and Maximal quantity of material =**120** kg (**jsou to dva prvky matice B** (40,120) – omezení)

Specifications of task restrictions by use of 2x2 matrix (2 x 2 matice)

Rovnice dvou přímek

=40 (work- no more than 40 hours) (ne více než 40 hod)

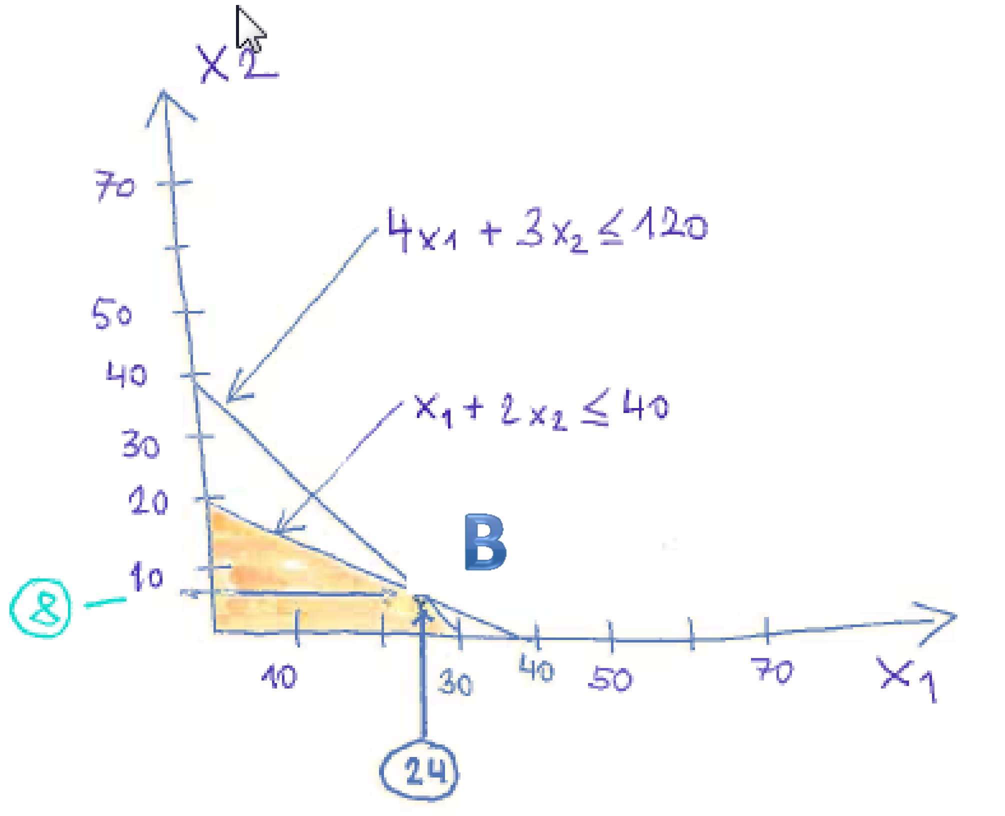
=120 (materiál=kg jílů)->x1=(40-2x2)+3x2=120….

Manual solving : -> x1=24 a x2=8 and after substitution od variables (**vyřešení 2 lineárních rovnic o 2 neznámých**) in target function we will get

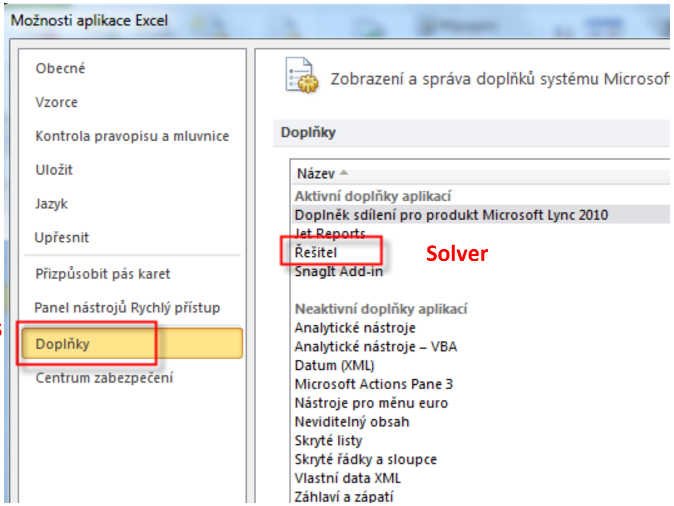
Z=40*24+50*8=**1360** (maximální výnos)

(optimal Return meets the point B – see next slide)

Graphical solution- grafické zobrazení



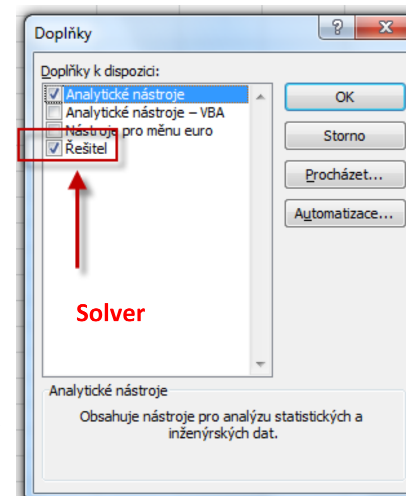
Use of Solver (Czech EXCEL)



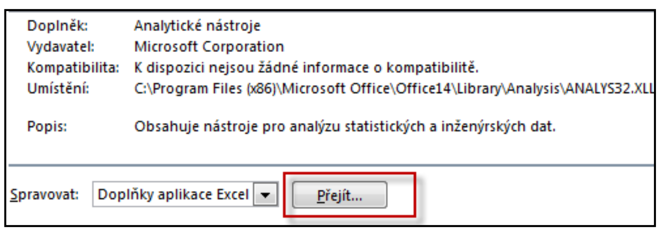
Comlements Supplement

Solver

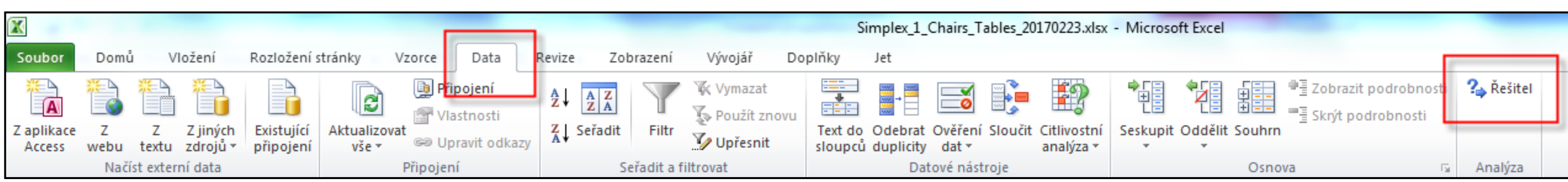
Excel Setup



Solver



Solver



Not for Czech courses !!!!! ->see next slides

Use o solver

(see actual Excel formulas on one of the the next slides)

x1 x2

	Dish	Mug	Total	Capacity
Variables (x1, x2)	0	0		
Return	40	50	0	
Material	4	3	0	120
Work	1	2	0	40

=D7*D6+E7*E6

Z

=D10*D6+E10*E6

=D11*D6+E11*E6

Assignment entered in table

x1=Dish , x2=Mug, max 40 hod (B1), max 120 kg (B2)

Assignment

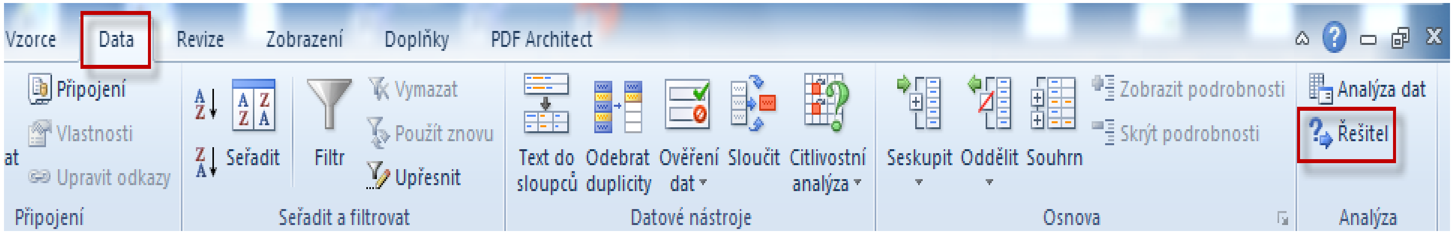
Target function Z = x1*c1 + x2*c2 = 40*x1+50*x2

4 * x1 + 3 *x2 =120 - capacity restrictions= max quantity of material =B1

1 * x1 + 2 *x2 = 40 -capacity restrictions by max work capacity=B2

Product	**Description**	**Work /hour**	**Material/pcs**	**Return/pcs**
Dish	x1	1	4	**40**
Mug	x2	2	3	**50**

Solver start



Použití Řešitele (Only for Czech course - not for MPH_AOPR)

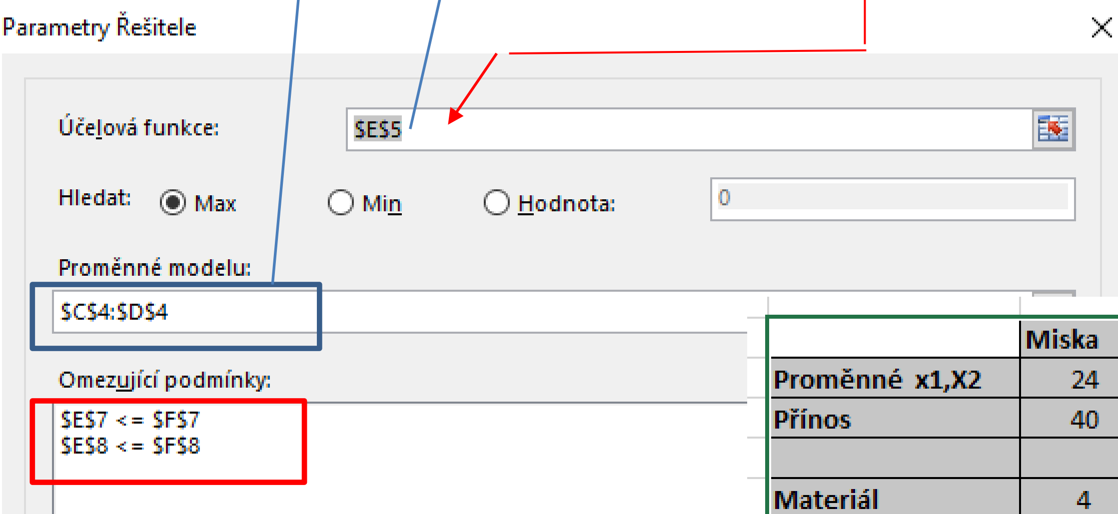
	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,X2	0	0		
Přínos	40	50	0	
Materiál	4	3	0	120
Práce	1	2	0	40

Z = x1*c1 + x2*c2 = 40*x1+50*x2

E5=C4*C5+ D4*D5 (cílová funkce)

E7=C7*C4+D7*D4=4*x1+3*x2=120

E8=C8*C4+D8*D4=x1+2*x2=40



	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,X2	24	8		
Přínos	40	50	1360	
Materiál	4	3	120	120
Práce	1	2	40	40

Use of solver (ENG)

=D7*D6+E7*E6

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5				Dish	Mug	Total	Capacity	
6			Varaibles X1, X2	0	0			
7			Return	40	50	0		
8								
9								
10			Material	4	3	0	120	
11			Work	1	2	0	40	
12								

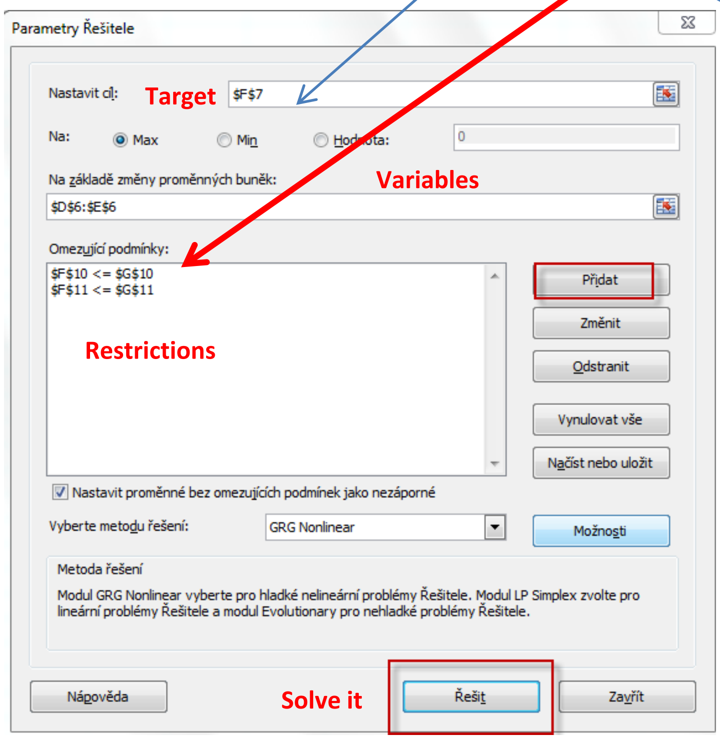
Z = x1*c1 + x2*c2 = 40*x1+30*x2

F10=D10*D6+E10*E6=4*x1+3*x2=120

F11=D11*D6+E11*D6=x1+2*x2=40

=D10*D6+E10*E6

=D11*D6+E11*E6



	Dish	Mug	Total	Capacity
Varaibles X1, X2	24	8		
Return	40	50	1360	
Material	4	3	120	120
Work	1	2	40	40

Využití Řešitele (use of Solver)

Microsoft Excel 15.0 Citlivostní sestava
List: [Simplex_1_Misky_Hrnky_Chairs_Tables_20170228.xlsx]List1
Sestava vytvořena: 9. 3. 2017 16:19:56

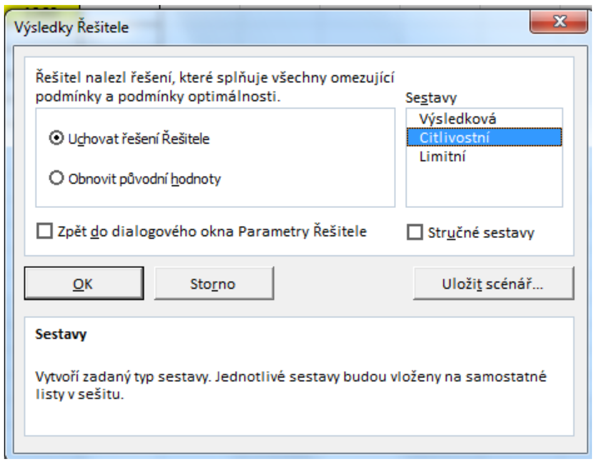
Proměnné

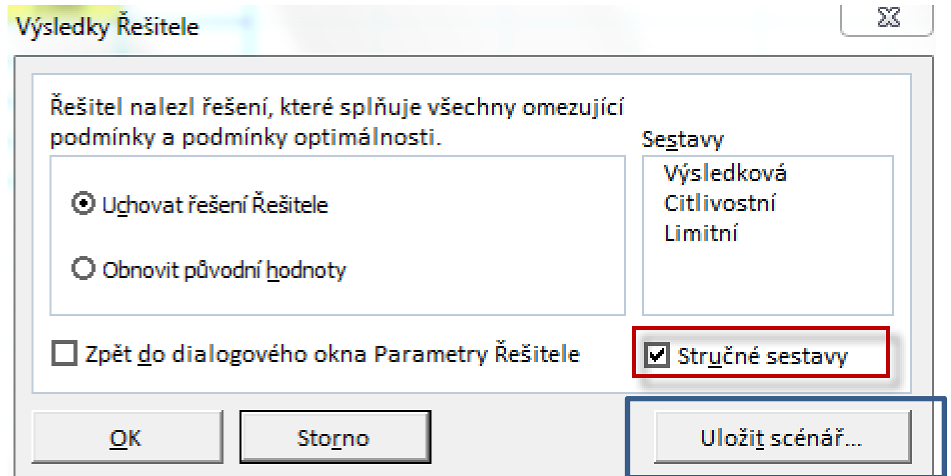
Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Redukovaná náklady	Účelová funkce koeficient	Povolený nárůst	Povolený pokles
C4	Proměnné x1,X2 Miska	24	0	40	26,66666667	15
D4	Proměnné x1,X2 Hrnek	8	0	50	30	20

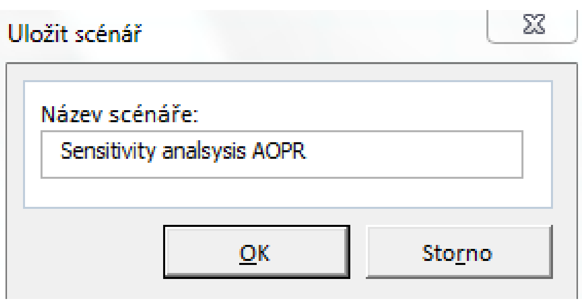
Omezující podmínky

Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Stínová cena	Pravá strana omezující podmínky	Povolený nárůst	Povolený pokles
E7	Materiál Total	120	6	120	40	60
E8	Práce Total	40	16	40	40	10

Use of Solver (English)







Microsoft Excel 14.0 Citlivostní sestava
List: [LP_EXCEL_SOLVER USE_20171101.xlsx]List1
Sestava vytvořena: 2.11.2017 8:49:10

Proměnné buňky

Buňka	Název	Konečná Hodnota	Snížené Gradient
D6	Varaibles X1, X2 Dish	24	0
E6	Varaibles X1, X2 Mug	8	0

Omezující podmínky

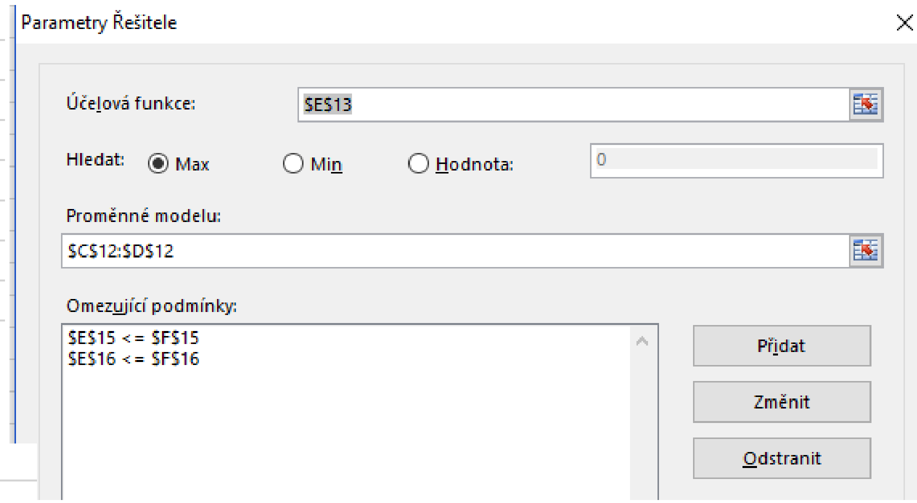
Buňka	Název	Konečná Hodnota	Lagrangeův multiplikátor
F10	Material Total	120	6
F11	Work Total	40	16

New Excel List

Změna úlohy- jiné výnosy jiná omezení typu práce na dvou strojích a jejich kapacitní omezení

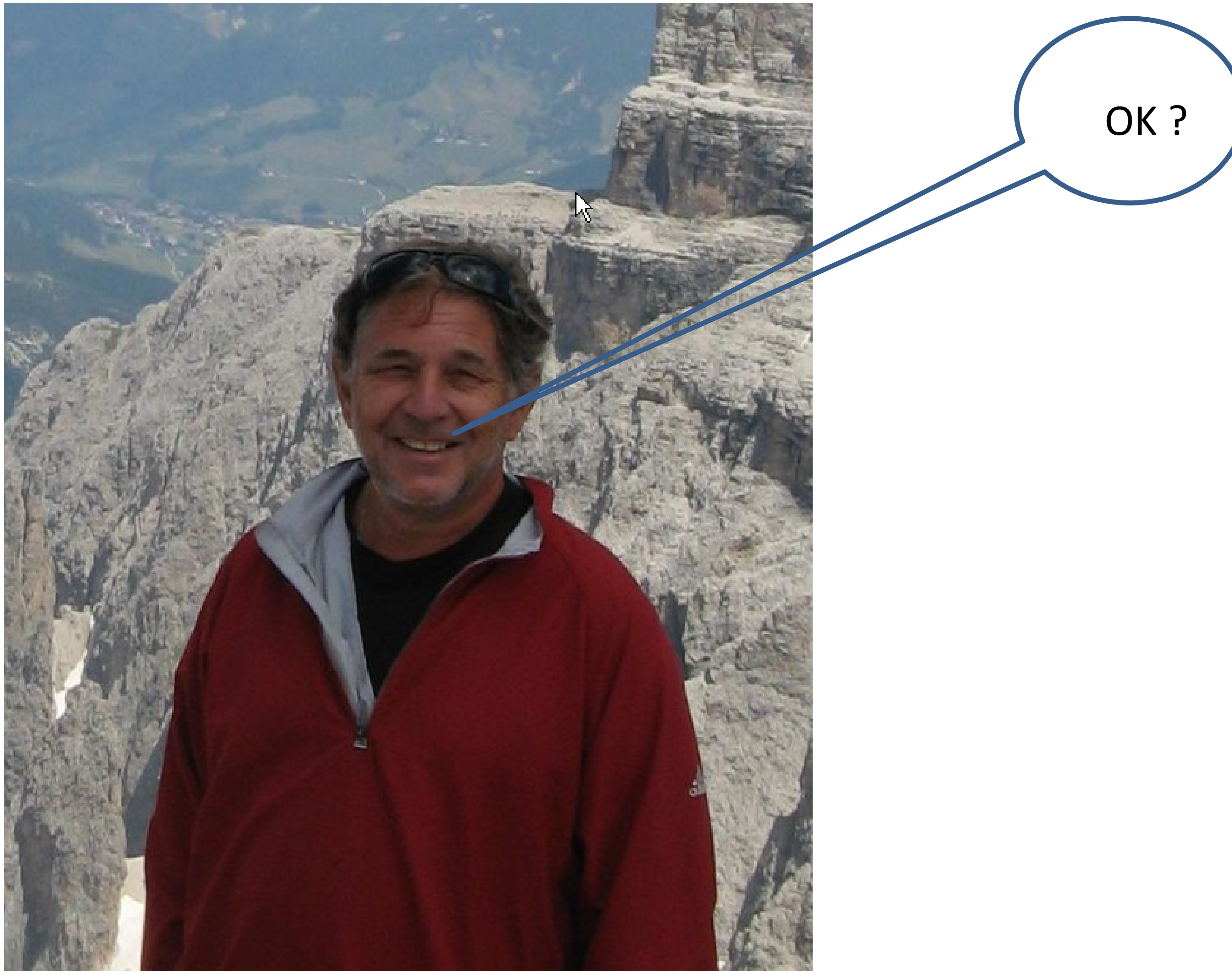
(Change of parameters- not necessary for MPH_AOPR)

	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	0		
Přínos	40	50	0	
Stroj 1	7	5	0	200
Stroj 1	5	5	0	400



	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	40		
Přínos	40	50	2000	
Stroj 1	7	5	200	200
Stroj 1	5	5	200	400

Pro kurzy BPH-PIS1, MPH-RIOP a MKH-RIOP – domácí cvičení


OK ?