

# Littlův zákon-základy

Ing. J.Skorkovský,CSc.  
KPH-ESF-MU BRNO

# Littlův zákon

- V teorii front, disciplína v rámci matematické teorie pravděpodobnosti, Littlův zákon můžeme pojmenovat jako větu, zákon nebo vzorec, která uvádí, že dlouhodobý průměrný počet (rozsah rozpracovanosti) neboli WIP (Work in Progress = Nedokončená výroba = Rozpracovanost = NV) zákaznických činností ve stacionárním systému je rovný dlouhodobé průměrné míře vstupů TH (Throughput = průtok) vynásobená průměrnou dobou CT (Cycle Time), kterou zákazník stráví v systému.  
Algebraicky vyjádřeno má zákon tuto formu:

$$\mathbf{WIP = TH \times CT.}$$

# Používané vstupní veličiny I.

- Lead time (LT) – průběžný čas-většinou konstantní . Jeho hodnota představuje kvalifikovaný odhad výrobní doby na stroji nebo na skupině strojů nebo na lince

# Lead time=průběžný čas v MS Dynamics


## NAV

1908-S · Otočná židle LONDÝN, modrá

Neprímé náklady %: 0  
Poslední pořizovací cena: 3 610,00  
Na skladě (fakturováno): 279  
Náklady jsou adjustovány:   
Náklady jsou zaúčtovány: Ne  
Zvláštní nákupní ceny a slevy: [Vytvořit nový...](#)

Výchozí šablona časového rozlišení:   
Zahraněční obchod:   
Číslo sazebníku: 9401 30 10  
Kód země/oblasti původu:   
[Zobrazit méně polí](#)

Obrázek  
Importovat



Atributy zboží

Ceny & Prodeje 4 630,00

Doplnění

Systém doplnění: **Nákup**  
Výpočet průběžné doby:   
Nákup  
Číslo dodavatele: 30000  
Číslo zboží dodavatele: 30-113  
Nákupní jednotka: KS

Výroba  
Způsob výroby: Vyrobit-na-sklad  
Číslo TNG postupu:   
Číslo výrobního kusovníku:   
Přenosnost zaokrouhlování:   
Metoda spotřeby:   
Režijní náklady:   
[Spravovat](#) [Proces](#) [Zboží](#) [Historie](#)

DOMOVSKÁ STRÁNKA AKCE NAVIGACE  
Deník zboží Atributy  
Deník přeřazení zboží  
Polozky fyzické inventury  
Nastavit speciální ceny  
Nastavit speciální slevy  
Přehled speciálních cen & slev  
Odeslat požadavek ke schvalování  
Zrušit požadavek ke schvalování  
Aplicace OneNote  
Aktualizovat  
Vymazat filtr  
Oznámení  
Odkazy  
Přejít na stránku


1908-S · Otočná židle LONDÝN, modrá

Plánování

Způsob přibjednání: **Dávka-pro-dávku**  
Způsob sledování zakázky: **Zádné**  
Skladová jednotka existuje: **Ne**  
Ochranná lhůta:   
Kritické:   
**Bezpečná průběžná doba: 10**  
Minimální zásoby: 0  
Parametry dávky-pro-dávku  
Včetně zásob:   
Období kumulace dávků:   
Období přeplánování:   
[Zobrazit více polí](#)

Parametry bodu-přibjednání  
Bod přibjednání: 50  
Přibjednané množství: 0  
Maximální zásoby: 0  
Modifikátory objednávky  
Minimální obj.množství: 0  
Maximální obj.množství: 0  
Násobek objednávky: 0

Obrázek  
Importovat



Atributy zboží  
Úpravy  
Atribut Hodnota  
Barva Modrý

# Používané vstupní veličiny II.

- **Flow time:** Časový interval vymezující začátek a konec dílčího procesu (např. operaci obrábění hřídele nebo oholení zákazníka).
- Někdy se tento čas nazývá také procesní čas. Pokud můžete procesem projít po různých cestách, pak **Flow time** je čas strávený na nejdelší cestě.

# Používané vstupní veličiny III.

- **Cycle time (CT)**= průměrný čas od zahájení „jobu“, (projektu, operace na strojním centru) do době, než součástka nebo zákazník job (projekt nebo jeho úlohu) opustí
- V různých literárních zdrojích věnujících se Littlovu zákonu někdy dochází k tomu, že **CT=FT**

# Konstatování

- Je velice podstatné, aby všechny tři používané veličiny Littlova zákona byly přesně definovány, což umožní jeho lepší pochopení.



Anglická verze konstatování na dalším snímku

# Different times used in Little's law

- Lead time (LT)
- Flow time (FT)
- Cycle time (CT)

It is absolutely essential to define precisely above mentioned times in order to better understand principles of Little's law

$$WIP = TH \times CT$$



# Další dvě veličiny spojené s LZ

- **WIP**= Work in Process (Work in Progress)-  
nedokončená výroba
- **TH**=Throughput=Throughput Rate = Průtok=  
=kolik dílců (zákazníků) zpracuje jednotka  
(zdroj), což může být stroj, holič, obsluha  
bankovní přepážky nebo obslužné místo za  
definovanou jednotku času (minuta, hodina,  
atd.)

LZ=Littlův zákon = Little's law

# Littlův zákon (teorém)

$$WIP = TH \times CT$$

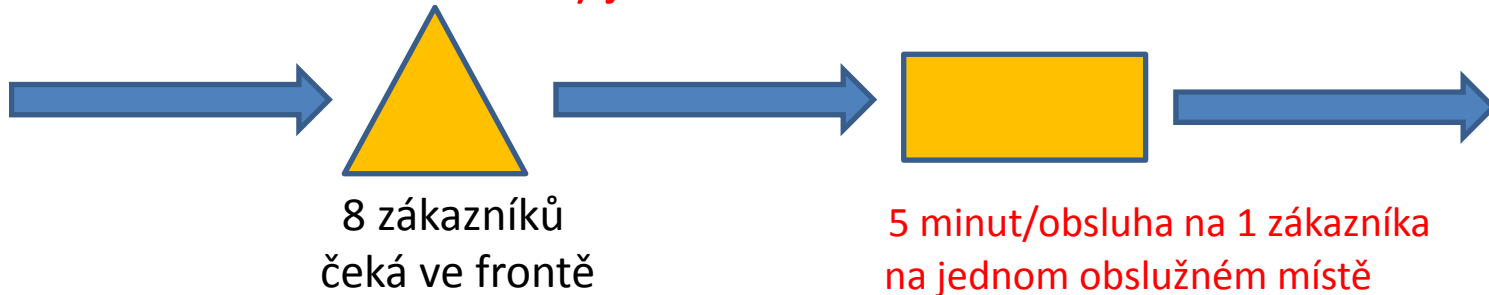
Zákon je součástí teorie front.

# Definitions (anglická varianta definic)

- CT=average time from when the job is released into station (machine) or line to when it exits
- LT=management constant indicating the time allotted for production of a part on a given routing
- CT =FT (in different publications they use FT instead of CT)
- CT=Throughput Time (in different publications they use Throughput Time instead of CT)

# Běžná situace, kterou je potřeba řešit

- 30 zákazníků/hodina – (maximální kapacita provozovny) = **Průtok**
- 8 zákazníků čeká ve frontě (nárazník=buffer) = **WIP=NV=nedokončená výroba (čekající)**
- **5 minut trvá doba obsluhy jednoho zákazníka=CYCLE TIME**



- Je potřeba odstranit všechny časy, které nepřinášejí hodnotu
- 1 obslužné místo=12 zákazníků za hodinu ( $60/5=12$ ), takže pro 30 zákazníků/hodinu je potřeba kapacita **2,5** =  $30/12$  obslužného místa (přepážky, holičského křesla, stolu atd.)

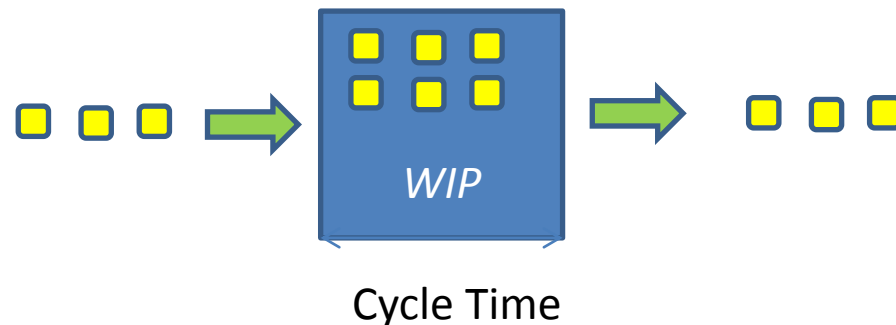
# Otázky

- Jak dlouho průměrně čeká zákazník ve frontě ?
- Kolik průměrně lidí může být naráz obslouženo ?
- Kolik zákazníků je v provozovně v jenom okamžiku (jak čekajících, tak těch, které personál obsluhuje) ?
- Jaká je průměrná doba „průstupu“ (průtoku) zákazníka provozovnou (čekání i obsluha)
- **Zjednodušující podmínky**
  - „Vstupní tok“ (průměr) = „Výstupní tok“ (průměr)
  - Díky průměrování **neuvažujeme fluktuaci** (viz hody mincí)

# Klíčová měřítka a proměnné (doplnění definic)

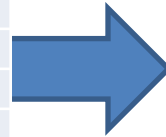
- **CT = Cycle Time** (jak dlouho trvá celý proces) = 5
- **Work in Process = WIP** (kolik jednotek je v procesu = nedokončená výroba = Work In Progress) = 8
- **Throughput = TH** (počet zákazníků/jednotka času) – např. 30/hod (naše zadání)

- Tyto měřítka jsou propojena Littlovým zákonem **WIP = TH x CT**



# Řešení (home study)

Proces	WIP	TH (Zák/hod)	CT
Buffer	8	30	
Obsluha		30	5
Celkem		30	



Proces	WIP	TH (Zák/hod)	CT (min/Zák)	Time
Buffer	8	30	5	
Obsluha		30	5	5
Celkem		30	5	

$$WIP = TH \times CT$$



Proces	WIP	TH (Zák/hod)	CT(min/Zák)	Time
Buffer	8	30	5	
Obsluha	2,5	30	5	5
Celkem	10,5	30	5	

$$CT = WIP / TH \text{ (třetí sloupec je kvůli jednotkám)}$$



Proces	WIP	TH(Zák/hod)	CT (/min/Zák)	Time
Buffer	8	30	5	16
Obsluha	2,5	30	5	5
Celkem	10,5	30	5	21

## Zadání (z předchozích snímků)

30 zákazníků/hodina – (max kapacita provozovny) = **Throughput** = TH

8 zákazníků čeká ve frontě (nárazník) = **WIP**

5 minut trvá doba obsluhy jednoho zákazníka = **CT**

$WIP = TH \times CT = ((30/60) * 5) = (3 * 5) / 6 = 2,5$ , tedy kolik zákazníků **naráz** může být obslouženo a celkem jich je v provozovně  $10,5 = 8,0 + 2,5$  a dále pak :

$CT = WIP / TH = 8 / (3/6) = (8 * 6) / 3 = 48 / 3 = 16$  (průměrná doba čekání zákazníka ve frontě)

Shrnutí na dalším snímku



# Otázky

- Jak dlouho průměrně čeká zákazník ve frontě ?
- **Odpověď = 16**
- Kolik průměrně lidí může být naráz obslouženo ?
- **Odpověď = 2,5**
- Kolik zákazníků je v provozovně v jenom okamžiku (jak čekající tak ty, které personál obsluhuje) ?
- **Odpověď = 10,5**
- Jaká je průměrná doba „průstupu“ zákazníka provozovnou (čekání i obsluha) ?
- **Odpověď = 21 minut**



# Videa

- [https://www.youtube.com/watch?v=hqaSbAykV\\_Y](https://www.youtube.com/watch?v=hqaSbAykV_Y)

## **Samostudium**

- <https://www.youtube.com/watch?v=zQey2zav7jQ>

**Není určeno pro kurz MKH\_RIOP**

# Little's law-2nd part

Skorkovský ,KPH,ESF.MU

Based on resource : Factory Physics (Hopp and Spearman)

# Little's law - definition (formula)

- Fundamental relationships among :
  - WIP (Work In Process)
  - Cycle Time (CT)
  - Throughput (T or sometimes TH)
- Formula

$$WIP = TH \times CT$$

- Can be applied to :
  - Single machine station
  - Complex production line
  - Entire plant

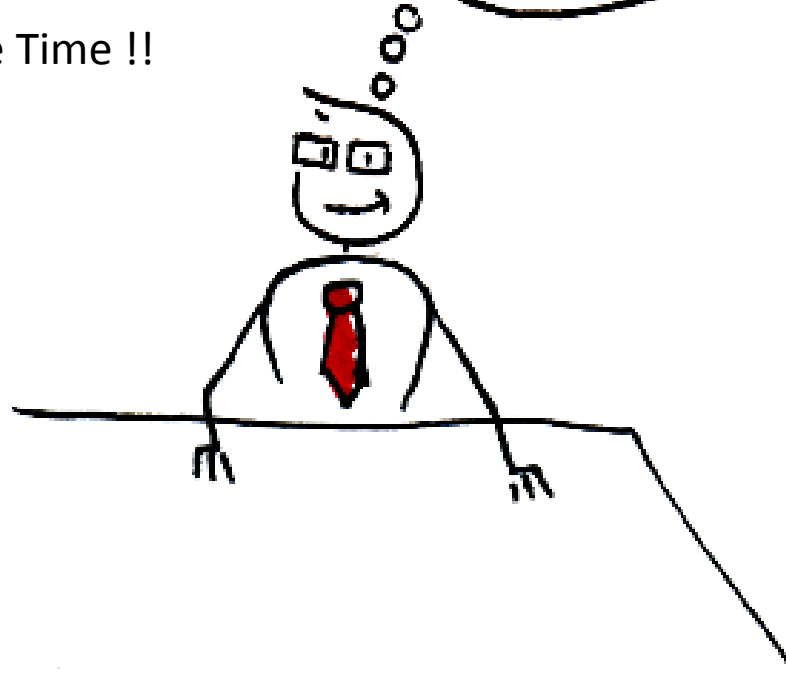
*Relationships among these variables will serve to se clearly precise (quantitative) description of behaviour of the single production line . It helps user to use a given scale to benchmark actual production systems*

# I finally figured it out !!!!

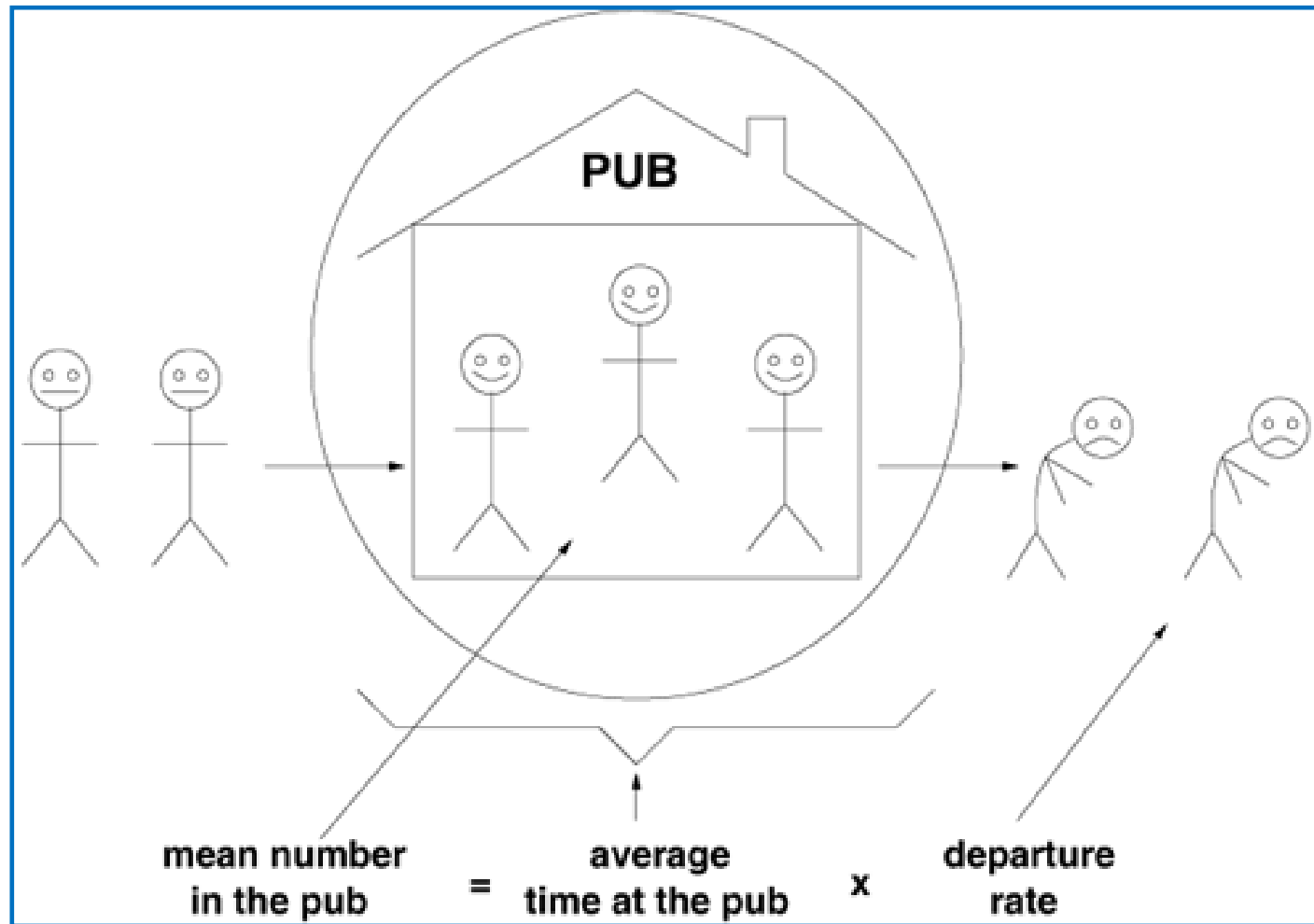
Little's Law

$$\text{avg. Lead Time} = \frac{\text{avg. Work in Progress}}{\text{avg. Throughput}}$$

Avg. Lead Time = Cycle Time !!



# Daily application of the law....



# Definition of basic parameters (supplements)

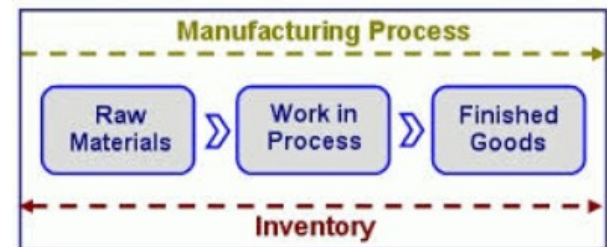
- **Throughput (Throughput rate, TH)** : production per unit time that is sold (see TOC definition)
- If **TH** is measured in cost dollars rather than in prices, it is typically called :

**Cost of good sold (COGS) = náklady na prodané zboží**

- **Upper limit** of TH in production process is capacity (dejme tomu 480 minut denně)
- If you release more raw material above capacity of the line (machine), **system become unstable** → **WIP goes up !! See later ...**

# Definition of basic parameters (supplements)

- **WIP (Work In Process)** : inventory between start and end points of the product routing – to co je vyskladněno do výroby
- **WIP** can be used as one parameter to calculate (measure) an **efficiency**
- **Efficiency** can be defined as **Turnover Ratio** =  $TH / FGI$  for warehouses or  $TH / (FGI + WIP)$  for production plants where **FGI**=Finished goods inventory
- **WIP** : inventory still in line (co se zpracovává)
- **FGI** : inventory waiting for dispatch (shipping)



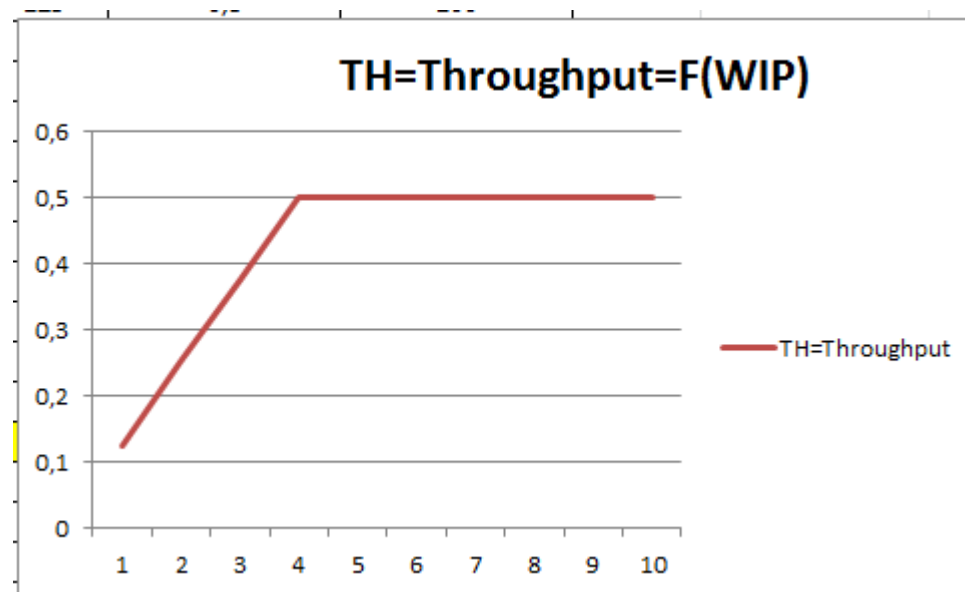
# Definition of basic parameters (supplements)

- **CT (Cycle Time) or so called Throughput Rate** : average time from release of the job of the beginning of the routing until it reaches an inventory point at the end of the routing or time that part spends as a WIP.
- **LT (Lead Time)** : managerial constant used for planning of production
- **Service Level** (especially for M-T-O lines, where plant have to satisfy orders with specific due dates) :

**Service level**  $P\{\text{Cycle time} \leq \text{Lead Time}\}$



# Best case performance



# Resources

- **WIP=TH \* CT**

- *Source : Factory Physics, Wallace J Hopp and Mark L. Spearman ; ISBN 13: 978-1-57766-739-1 or ISBN 10 :1-57766-739-5*

<http://www.factoryphysics.com/principle/littleslaw.htm>

# Example 1 (home study)

- **Estimating Waiting Times:** If are in a grocery queue behind 10 persons and estimate that the clerk is taking around 5 minutes/per customer, we can calculate that it will take us 50 minutes (10 persons x 5 minutes/person) to start service.
- This is essentially **Little's law**. We take the number of persons in the queue (10) as the "inventory".
- The inverse of the average time per customer (1/5 customers/minute) provides us the rate of service or the Throughput.
- Finally, we obtain the waiting time as equal to number of persons in the queue divided by the processing rate  $10/(1/5) = 50$  minutes).

## Example 2 (home study)

- **Planned Inventory Time:** Suppose a product is scheduled so that we expect it to wait for 2 days in finished goods inventory before shipping to the customer. This two days is called **planned inventory time** and is sometimes used as protection against system variability to ensure high delivery service. Using Little's law the total amount of inventory in finished goods can be computed as :
- **FGI = throughput × planned inventory time**

# Youtube examples (6 minutes)

- <http://www.youtube.com/watch?v=VU8TUSnQ-vw>
- <http://www.youtube.com/watch?v=rtGihR-bm-U>