

Littlův zákon-základy

Ing. J.Skorkovský,CSc.
KPH-ESF-MU BRNO

Littlův zákon

- V teorii front jde o disciplínu v rámci matematické teorie pravděpodobnosti
- Littlův zákon můžeme pojmenovat jako větu, zákon nebo vzorec, který uvádí, že dlouhodobý průměrný rozsah rozpracovanosti neboli **WIP** (Work in Progress = Nedokončená výroba= Rozpracovanost=NV) zákaznických činností ve stacionárním systému je rovný dlouhodobé průměrné míře vstupů **TH** (Throughput=průtok) **vynásobená** průměrnou dobou **CT** (Cycle Time), kterou zákazník dílec) stráví v systému (výrobě)
- Algebraicky vyjádřeno má zákon tuto formu:

$$\mathbf{WIP = TH \times CT}$$

Používané vstupní veličiny I.

- Lead time (LT) – průběžný čas-většinou jde o konstantní veličinu
- Hodnota LT představuje kvalifikovaný odhad výrobní doby na:
 - Stroji
 - Skupině strojů
 - Výrobní lince

**Bude probíráno v systému
Business Central**

Lead Time=průběžný čas v MS Dynamics NAV

1908-S · Otočná židle LONDÝN, modrá

Neprímé náklady %:	0	Výchozí šablona časového rozlišení:	
Poslední pořizovací cena:	3 610,00	Zahraněční obchod	
Na skladě (fakturováno):	279	Číslo sazebníku:	9401 30 10
Náklady jsou adjustovány:	<input type="checkbox"/>	Kód země/oblasti původu:	
Náklady jsou zaúčtovány:	Ne		
Zvláštní nákupní ceny a slevy:	Vytvořit nový...		

[Zobrazit méně polí](#)

Ceny & Prodeje 4 630,00

Doplnění

Systém doplnění: **Nákup**

Výpočet průběžné doby:

Nákup

Číslo dodavatele: 30000

Číslo zboží dodavatele: 30-113

Nákupní jednotka: KS

Výroba

Způsob výroby: Vyrobit-na-sklad

Číslo TNG postupu:

Číslo výrobního kusovníku:

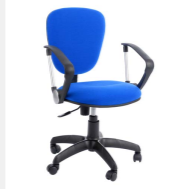
Přenosnost zaokrouhlování:

Metoda spotřeby:

Režijní náklady:

Obrázek

Importovat



Atributy zboží

1908-S · Otočná židle LONDÝN, modrá

Plánování

Způsob přibjednání:	Dávka-pro-dávku	Parametry bodu přibjednání	
Způsob sledování zakázky:	Žádné	Bod přibjednání:	50
Skladová jednotka existuje:	Ne	Přibjednané množství:	0
Ochranná lhůta:		Maximální zásoby:	0
Kritické:	<input type="checkbox"/>	Modifikátory objednávk	
Bezpečná průběžná doba:	10	Minimální obj.množství:	0
Minimální zásoby:	0	Maximální obj.množství:	0
Parametry dávky-pro-dávku		Násobek objednávk:	0
Včetně zásob:	<input checked="" type="checkbox"/>		
Období kumulace dávk:			
Období přeplánování:			


[Zobrazit více polí](#)

Sledování zboží

Skład

Obrázek

Importovat



Atributy zboží

Úpravy

Atribut Hodnota

Barva Modrý

Další v literatuře používané vstupní veličiny II.

- **Flow time:** Časový interval vymezující začátek a konec dílčího procesu (například operaci obrábění hřídele nebo oholení zákazníka).
- Někdy se tento čas nazývá také **procesní čas**. Pokud můžete procesem projít po různých cestách sítě, kde jednotlivé uzly představují stroje nebo obslužné stanice pak **Flow time** je čas strávený na nejdelší cestě od vstupu do výstupu.

Používané vstupní veličiny III.

- **Cycle time (CT)** : průměrný čas od zahájení „jobu“, (projektu, operace na strojním centru) do doby, než součástka nebo zákazník „job“ (projekt nebo jeho úlohu) opustí.
- V různých literárních zdrojích věnujících se Littlovu zákonu často dochází k tomu, že **CT=FT**

Konstatování

- Je velice podstatné, aby všechny tři používané veličiny Littlova zákona byly přesně definovány, což umožní jeho lepší pochopení.



Anglická verze konstatování na dalším snímku

Different times used in Little's law

- Lead time (LT)
- Flow time (FT)
- Cycle time (CT)

It is absolutely essential to define precisely above mentioned times in order to better understand principles of Little's law

$$WIP = TH \times CT$$

Další dvě veličiny spojené s Littlovým zákonem

- **WIP:** Work in Process (Work in Progress)-
Nedokončená výroba= NV

TH: Throughput=Throughput Rate = Průtok=kolik dílců nebo zákazníků zpracuje jednotka za jednotku času, což může být například:

- stroj
- holič
- obsluha bankovní přepážky
- obslužné místo za definovanou jednotku času
- jednotka času (minuta, hodina, atd.)

Littlův zákon (teorém)

$$WIP = TH \times CT$$

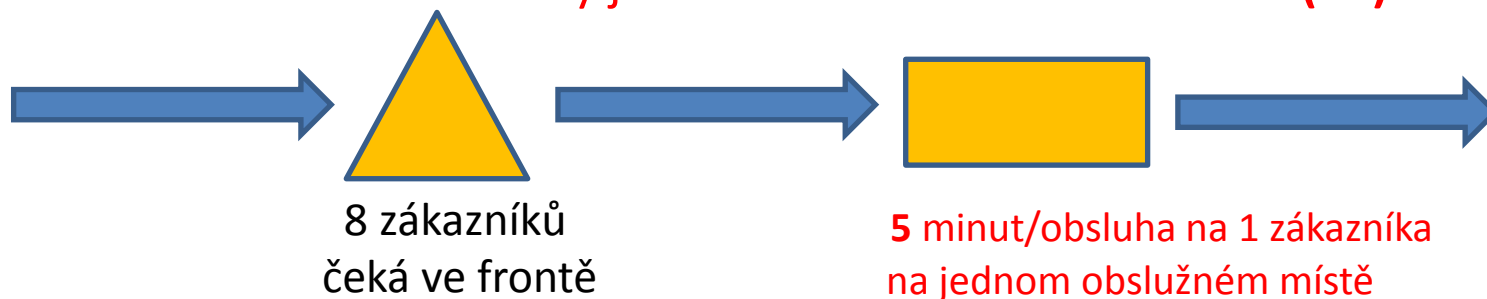
Zákon je součástí teorie front .

Definitions (anglická varianta definic)

- **CT**=average time from when the job is released into station (machine) or line to when it exits
- **LT**=management constant indicating the time allotted for production of a part on a given routing
- **CT = FT** (in different publications they use FT instead of CT)

Běžná situace, kterou je potřeba řešit

- 30 zákazníků/hodina – (maximální kapacita provozovny) = **Průtok (TH)**
- 8 zákazníků čeká ve frontě (nárazník=buffer) = **WIP=NV=nedokončená výroba (čekající zákazníci)**
- 5 minut trvá doba obsluhy jednoho zákazníka=**CYCLE TIME (CT)**



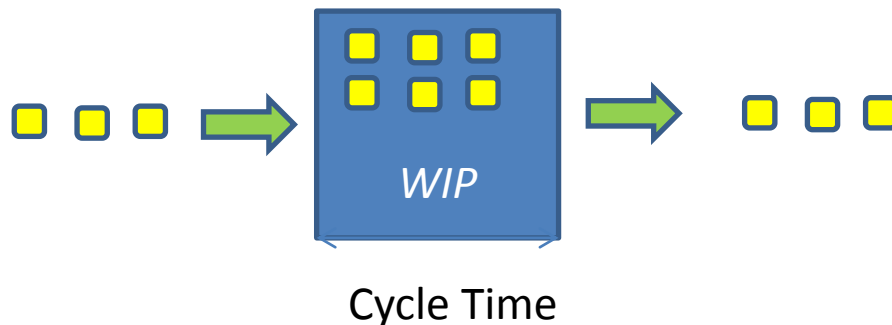
- Je potřeba odstranit všechny časy, které nepřinášejí hodnotu
- **1 obslužné místo** = 12 zákazníků za hodinu ($60/5=12$), takže pro 30 zákazníků/hodinu je potřeba kapacita **2,5** = $30/12$ obslužného místa (přepážky, holičského křesla, stolu atd.)

Otázky k řešení

- Jak dlouho průměrně čeká zákazník ve frontě ?
- Kolik průměrně lidí může být naráz obslouženo ?
- Kolik zákazníků je v provozovně v jenom okamžiku (jak čekajících, tak těch, které personál obsluhuje) ?
- Jaká je průměrná doba „průstupu“ (průtoku) zákazníka provozovnou (čekání a obsluha)
- **Zjednodušující podmínky**
 - „Vstupní tok“ (průměr) = „Výstupní tok“ (průměr)
 - Díky průměrování **neuvažujeme fluktuaci**

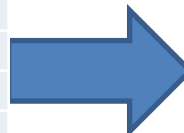
Klíčová měřítka a proměnné (doplnění definic)

- **CT = Cycle Time** (jak dlouho trvá celý proces) = **5**
- **Work In Progress = WIP** (kolik zákazníků je v procesu= nedokončená výroba= **Work In Progress**) = **8**
- **Throughput = TH** (počet zákazníků/jednotka času) – např. **30/hod** (viz naše zadání)
- Tyto měřítka jsou propojena Littlovým zákonem **WIP = TH x CT**



Řešení (home study)

Proces	WIP	TH (Zák/hod)	CT
Buffer	8	30	
Obsluha		30	5
Celkem		30	



Proces	WIP	TH (Zák/hod)	CT (min/Zák)	Čas
Buffer	8	30	5	
Obsluha		30	5	5
Celkem		30	5	

$$WIP = TH \times CT$$



Proces	WIP	TH (Zák/hod)	CT(min/Zák)	Čas
Buffer	8	30	5	
Obsluha	2,5	30	5	5
Celkem	10,5	30	5	

$$CT = WIP / TH \text{ (třetí sloupec je kvůli jednotkám)}$$



Proces	WIP	TH(Zák/hod)	CT (/min/Zák)	Čas
Buffer	8	30	5	16
Obsluha	2,5	30	5	5
Celkem	10,5	30	5	21

Zadání úlohy (viz data na předchozích snímcích)

30 zákazníků/hodina – (max kapacita provozovny) = **Throughput = TH = Průtok**

8 zákazníků čeká ve frontě (nárazník) = **WIP**

5 minut trvá doba obsluhy jednoho zákazníka = **CT**

WIP na obslužném místě = TH x CT = ((30/60) * 5) = (3/6) * 5 = 2,5 , tedy kolik zákazníků

naráz může být obslouženo a celkem jich je v provozovně **10,5 = 8,0 + 2,5** a dále pak:

CT = WIP / TH = 8 / (3/6) = (8 * 6) / 3 = 48 / 3 = 16 (průměrná doba čekání zákazníka ve frontě)

Shrnutí na dalším snímku



Otázky

- Jak dlouho průměrně čeká zákazník ve frontě ?
- **Odpověď = 16**
- Kolik průměrně lidí může být naráz obslouženo ?
- **Odpověď = 2,5**
- Kolik zákazníků je v provozovně v jenom okamžiku (jak čekající tak ty, které personál obsluhuje) ?
- **Odpověď = 10,5**
- Jaká je průměrná doba „průstupu“ zákazníka provozovnou (čekání i obsluha) ?
- **Odpověď = 21 minut**

Videa

- https://www.youtube.com/watch?v=hqaSbAykV_Y

Samostudium

- <https://www.youtube.com/watch?v=zQey2zav7jQ>

Little's law-2nd part

Skorkovský ,KPH,ESF.MU

Based on resource : Factory Physics (Hopp and Spearman)

Little's law - definition (formula)

- Fundamental relationships among :
 - WIP (Work In Process)
 - Cycle Time (CT)
 - Throughput (T or sometimes TH)
- Formula

$$WIP = TH \times CT$$

- Can be applied to :
 - Single machine station
 - Complex production line
 - Entire plant

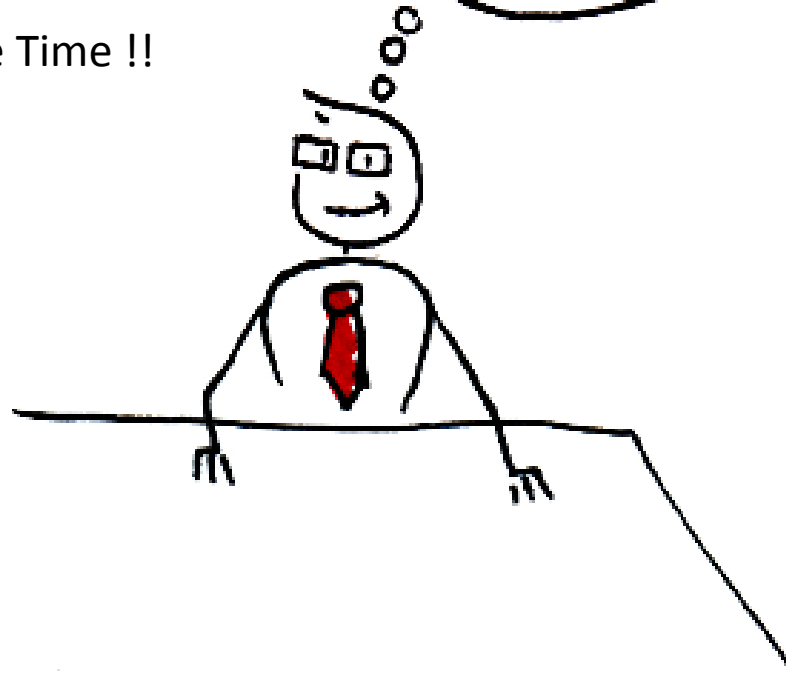
Relationships among these variables will serve to se clearly precise (quantitative) description of behaviour of the single production line . It helps user to use a given scale to benchmark actual production systems

I finally figured it out !!!!

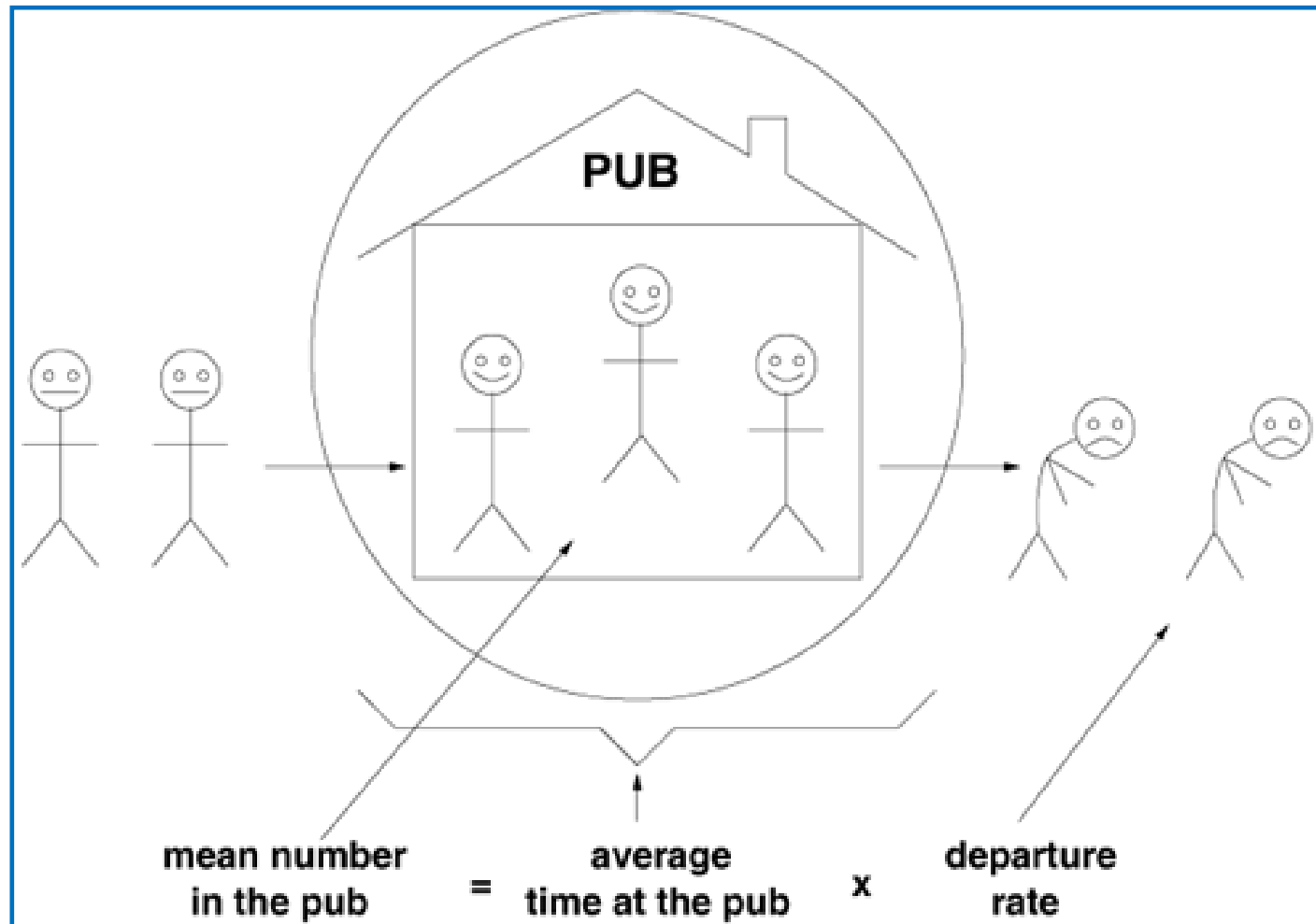
Little's Law

$$\text{avg. Lead Time} = \frac{\text{avg. Work in Progress}}{\text{avg. Throughput}}$$

Avg. Lead Time = Cycle Time !!



Daily application of the law....



Definition of basic parameters (supplements)

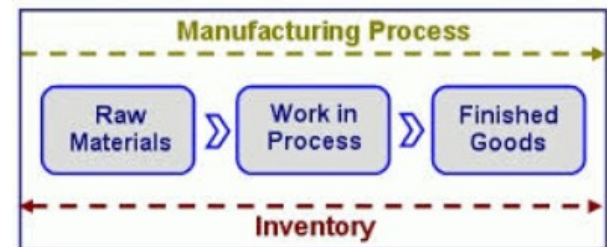
- **Throughput (Throughput rate, TH)** : production per unit time that is sold (see TOC definition)
- If **TH** is measured in cost dollars rather than in sales prices, it is typically called :

Cost of good sold (COGS) = náklady na prodané zboží

- **Upper limit** of **TH** in production process is capacity (dejme tomu 480 minut denně)
- If you release more raw material above capacity of the line (machine), **system become unstable** → **WIP goes up !! See later ...**

Definition of basic parameters (supplements)

- **WIP (Work In Process)** : inventory between start and end points of the product routing – to co je vyskladněno do výroby
- Účetně : 501 | 112 (rozpracovanost)
- **WIP** can be used as one parameter to calculate (measure) an **efficiency**
- **Efficiency** can be defined as **Turnover Ratio** = TH / FGI for warehouses or $TH / (FGI + WIP)$ for production plants where **FGI**=Finished goods inventory
- **WIP** : inventory still in line (co se zpracovává)
- **FGI** : inventory waiting for dispatch (shipping)

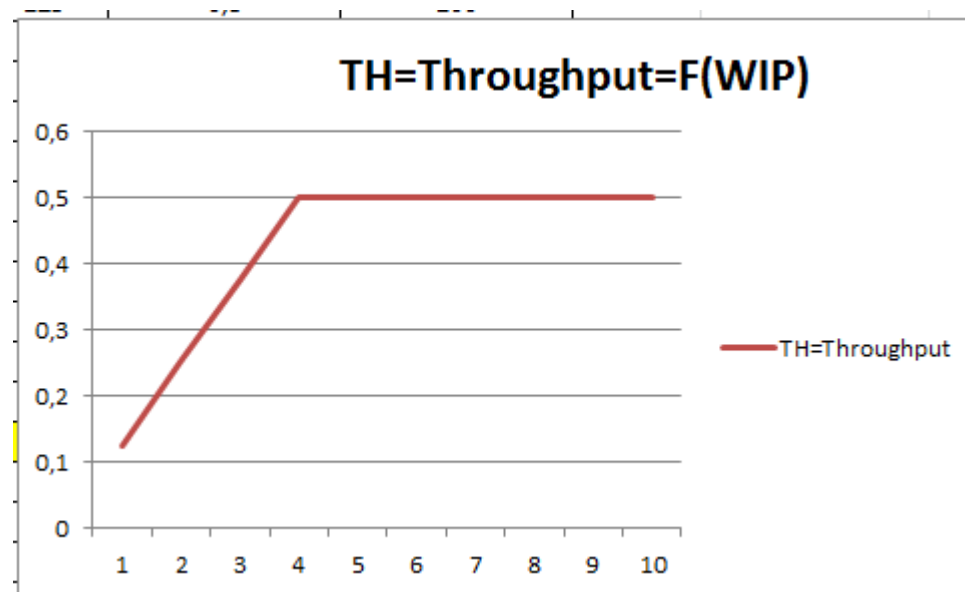


Definition of basic parameters (supplements)

- **CT (Cycle Time) or so called Throughput Rate** : average time from release of the job of the beginning of the routing until it reaches an inventory point at the end of the routing or time that part spends as a WIP.
- **LT (Lead Time)** : managerial constant used for planning of production
- **Service Level** : especially for M-T-O lines, where plant have to satisfy orders with specific due dates

Service level $P\{\text{Cycle time} \leq \text{Lead Time}\}$

Best case performance



Resources

• **WIP=TH * CT**

- *Source : Factory Physics, Wallace J Hopp and Mark L. Spearman ; ISBN 13: 978-1-57766-739-1 or ISBN 10 :1-57766-739-5*

<http://www.factoryphysics.com/principle/littleslaw.htm>

Example 1 (home study)

- **Estimating Waiting Times:** If are in a grocery queue behind 10 persons and estimate that the clerk is taking around 5 minutes/per customer, we can calculate that it will take us 50 minutes (10 persons x 5 minutes/person) to start service.
- This is essentially **Little's law**. We take the number of persons in the queue (10) as the "inventory".
- The inverse of the average time per customer (1/5 customers/minute) provides us the rate of service or the Throughput.
- Finally, we obtain the waiting time as equal to number of persons in the queue divided by the processing rate $10/(1/5) = 50$ minutes).

Example 2 (home study)

- **Planned Inventory Time:** Suppose a product is scheduled so that we expect it to wait for 2 days in finished goods inventory before shipping to the customer. This two days is called **planned inventory time** and is sometimes used as protection against system variability to ensure high delivery service. Using Little's law the total amount of inventory in finished goods can be computed as :
- **FGI = throughput × planned inventory time**

Youtube examples (6 minutes)

- <http://www.youtube.com/watch?v=VU8TUSnQ-vw>
- <http://www.youtube.com/watch?v=rtGihR-bm-U>