

Reflektory

Podnik vyrábí pro automobily reflektory, mlhovky a zpětné reflektory, přičemž je omezen disponibilním množstvím surovin a pracovními silami speciální profese. Spotřeba surovin (v kg) a časová náročnost (v h) na 1 kus jednotlivých výrobků spolu s týdenními výrobními možnostmi je uvedena v tab. 1.3.

prac. hod.
surovina (kg)

Kolik výrobků uvedeného typu má podnik týdně vyrábět, aby počet kompletů pro jeden automobil (tj 2 reflektory, 2 mlhovky a 1 zpětný reflektor byl maximální?

Matematický model :

x_1 počet reflektorů v ks

x_2 počet mlhovek v ks

x_3 počet zpětných reflektorů a také kompletů v ks

$Z_{\max} = x_3$ počet kompletů v ks

$0,05x_1 + 0,1 x_2 + 0,1 x_3 \leq 200$ časová náročnost v h

$0,04x_1 + 0,02x_2 + 0,03x_3 \leq 80$ spotřeba surovin v kg

$x_1 - x_2 = 0$ pevný poměr mezi reflektory a mlhovkami

$x_2 - 2x_3 = 0$ pevný poměr mezi mlhovkami a zpětnými reflektory

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ nezápornost proměnných (proměnné musí být celá čísla)

reflektor	mlhovka	zpětný reflektor	disp. množství
0,05	0,1	0,1	200
0,04	0,02	0,03	80

Řešení

1000

1000

500

500

Zadání do Řešitele

200 200

75 80

0 0

0 0

Postup:

1. Nainstalovat Řešitele: Nástroje/Doplňky/ zatrhnout řešitele
2. Otevřít řešitele: Nástroje/Řešitel
3. Zadat parametry řešení: Nastavit buňku - je cílová hodnota účelové funkce, nastavíme na bu
Zatrhneme max nebo min podle toho, jaký extrém hledáme (v naše
Měněné buňky - jsou naše proměnné - x_1 , x_2 , x_3 , nastavíme buňky
Omezující podmínky - postupně dosadíme buňky B19-B22, nastaví
4. Zadat další podrobnosti do model Možnosti - zatrhnu lineární model, nezápomost
5. Řešení Řešit
Zatrhnu výsledková zpráva
6. Interpretace řešení řešení Budu vyrábět 1000 ks reflektorů a mlhovek a500 zpštných reflektor

úhku B16

m případě max)

B11 - B13

me dopovídající relaci a pravou stranu, příslušející danému omezení

ů, což odpovídá maximu za daných podmínek. Nevyužiji 5 jednotek suroviny.

Microsoft
List: [Seši
Zpráva vyl

Nastavova
Buňka
\$B\$16

Měněné bu
Buňka
\$B\$11
\$B\$12
\$B\$13

Omezující
Buňka
\$B\$19
\$B\$20
\$B\$21
\$B\$22

Excel 11.0 Výsledková zpráva
t1]List1
tvořena: 29.11.2004 7:39:52

ná buňka (Max)

Název	
Zmax = x3	počet kompletů v ks Řešení

řinky

Název	
x1 ¼¼¼	počet reflektorů v ks Řešení
x2 ¼¼¼	počet mlhovek v ks Řešení
x3 ¼¼¼	počet zpětných reflektorů a také kompletů v ks Řešení

podmínky

Název	
$0,05x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3$	£ 200 časová náročnost v h Zadání do Řešitele
$0,04x_1 + 0,02x_2 + 0,03x_3$	£ 80 spotřeba surovin v kg Zadání do Řešitele
$x_1 - x_2 = 0$	pevný poměr mezi reflektory a mlhovkami Zadání do Řešitele
$x_2 - 2x_3 = 0$	pevný poměr mezi mlhovkami a zpětnými reflektory Zadání do Řešitele

Původní hodnota	Konečná hodnota
0	500

Původní hodnota	Konečná hodnota
0	1000
0	1000
0	500

Hodnota buňky	Vzorec	Stav	Odchylka
200	\$B\$19<=200	Platí	0
75	\$B\$20<=80	Neplatí	5
0	\$B\$21=0	Neplatí	0
0	\$B\$22=0	Neplatí	0

Zadání
 tuto investici přichází pět variant (akcie tří různých společností A_1, A_2, A_3 a dva druhy obligací O_1, O_2). Každá z těchto pěti variant je charakterizována očekávanou mírou výnosu v procentech za rok a bezrozměrným koeficientem,

	A_1
výnos [%]	25
míra rizika	9

Investiční strategie společnosti předpokládá, že

- do obligací bude investováno minimálně 50 % celkově investované částky,
- celková míra rizika by neměla být vyšší než 5 (celková míra rizika se vypočte jako vážený aritmetický průměr měr rizika jednotlivých variant - váhy jsou v tomto případě investované částky),

Cílem modelu je najít takovou strukturu portfolia, která bude maximalizovat celkový očekávaný výnos.

<i>Matematický model :</i>	Řešení
x_1 investovaná částka do akcií A_1 v mil. Kč	15
x_2 investovaná částka do akcií A_2 v mil. Kč	5
x_3 investovaná částka do akcií A_3 v mil. Kč	5
x_4 investovaná částka do obligací O_1 v mil. Kč	15
x_5 investovaná částka do obligací O_2 v mil. Kč	10
	Max. výnos
$Z_{\max} = 0,25x_1 + 0,18x_2 + 0,20x_3 + 0,14x_4 + 0,12x_5$ v mil. Kč	8,95
	Omezení
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 50$ celková investovaná částka v mil. Kč	50
$x_4 + x_5 \geq 25$ min. investice do obligací v mil. Kč	25
Celková míra rizika by neměla přesáhnout hodnotu 5, $\frac{9x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 1x_5}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5} \leq 5$	
tj. po úpravě $4x_1 + 2x_3 - 2x_4 - 4x_5 \leq 0$	0
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 5$ min. objem v mil. Kč pro každou variantu	

Řešení: Max výnos za daných podmínek může dosáhnout hodnoty 8,95mil.Kč.

A_2	A_3	O_1	O_2
18	20	14	12
5	7	3	1

vaný výnos a přitom bude respektovat uvedenou investiční strategii.

s

50

25

0

Zadám až přímo v tabulce omezení

Microsoft Excel 11.0 Výsledková zpráva
 List: [Reflektory LP.xls]Akcie
 Zpráva vytvořena: 29.11.2004 8:02:42

Nastavovaná buňka (Max)

Buňka	Název
\$B\$20	$Z_{\max} = 0,25x_1 + 0,18x_2 + 0,20x_3 + 0,14x_4 + 0,12x_5$ v mil. Kč Max. výnos

Měněné buňky

Buňka	Název
\$B\$14	$x_1 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do akcií A1 v mil. Kč Řešení
\$B\$15	$x_2 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do akcií A2 v mil. Kč Řešení
\$B\$16	$x_3 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do akcií A3 v mil. Kč Řešení
\$B\$17	$x_4 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do obligací O1 v mil. Kč Řešení
\$B\$18	$x_5 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do obligací O2 v mil. Kč Řešení

Omezující podmínky

Buňka	Název
\$B\$22	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 50$ celková investovaná částka v mil. Kč Omezení
\$B\$23	$x_4 + x_5 \geq 25$ min. investice do obligací v mil. Kč Omezení
\$B\$27	$4x_1 + 2x_3 - 2x_4 - 4x_5 \leq 0$ Omezení
\$B\$14	$x_1 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do akcií A1 v mil. Kč Řešení
\$B\$15	$x_2 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do akcií A2 v mil. Kč Řešení
\$B\$16	$x_3 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do akcií A3 v mil. Kč Řešení
\$B\$17	$x_4 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do obligací O1 v mil. Kč Řešení
\$B\$18	$x_5 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ investovaná částka do obligací O2 v mil. Kč Řešení

Původní hodnota	Konečná hodnota
0	8,95

Původní hodnota	Konečná hodnota
0	15
0	5
0	5
0	15
0	10

Hodnota buňky	Vzorec	Stav	Odchylka
50	$B22=50$	Neplatí	0
25	$B23 \geq 25$	Platí	0
0	$B27 \leq 0$	Platí	0
15	$B14 \geq 5$	Neplatí	10
5	$B15 \geq 5$	Platí	0
5	$B16 \geq 5$	Platí	0
15	$B17 \geq 5$	Neplatí	10
10	$B18 \geq 5$	Neplatí	5

(penzijní připojištění). Celkový objem prostředků uvolněných na tuto kampaň je 10 mil. Kč. Pro reklamu přichází do úvahy 5 médií — televize, rozhlas, časopisy, noviny, venkovní poutače. Na základě pravidelných průzkumů, které má agentura k dispozici, bylo odhadnuto, že 1000 Kč prostředků vynaložených na reklamu v uvedených pěti médiích povede k „oslovení“ 750, 420, 300, 360 resp. 180 osob. Při plánování reklamy je třeba dodržovat omezení určená zadavatelem zakázky:

- do televize a rozhlasu dohromady nelze umístit více než 50 % celkového rozpočtu na reklamu,
- do každého z pěti médií je třeba umístit alespoň 10 % celkového rozpočtu,
- do žádného z pěti médií nelze umístit více než 30 % celkového rozpočtu,
- reklamu je třeba rozvrhnout tak, aby reklamou bylo „osloveno“
 - alespoň 2,5 mil. osob ve věku od 30 do 50 let,
 - alespoň 0,8 mil. osob v příjmové skupině nad 10000,- Kč měsíčně,
 - alespoň 1,5 mil. osob s minimálně středoškolským vzděláním.

Následující tabulka přináší informace týkající se struktury diváků (čtenářů) daných médií z hlediska uvedených tří hledisek (uvedené koeficienty udávají vždy počet osob dané kategorie „zasazených“ reklamou na 1000 Kč vynaložených prostředků):

druh média
věk 30-50 příjem > 10000 středošk. vzd.

Cíl: Oslovit za daných podmínek maximální počet lidí.

Matematický model :

x_1 objem prostředků vynaložených do televize v mil. Kč

x_2 objem prostředků vynaložených do rozhlasu v mil. Kč

x_3 objem prostředků vynaložených do časopisu v mil. Kč

x_4 objem prostředků vynaložených do novin v mil. Kč

x_5 objem prostředků vynaložených do poutačů v mil. Kč

$Z_{\max} = 750x_1 + 420x_2 + 300x_3 + 360x_4 + 180x_5$ v tis. „oslovených“ osob

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &\leq 10 && \text{celkový rozpočet reklamy v mil. Kč} \\
x_1 + x_2 &\leq 5 && \text{max. částka do televize a rozhlasu v mil. Kč} \\
320x_1 + 280x_2 + 140x_3 + 240x_4 + 120x_5 &\geq 2500 && \text{podmínka pro věk v tis. osob} \\
120x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 60x_4 + 50x_5 &\geq 800 && \text{podmínka pro příjmovou skupinu v tis. osob} \\
350x_1 + 200x_2 + 120x_3 + 140x_4 + 60x_5 &\geq 1500 && \text{podmínka pro vzdělání v tis. osob} \\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 1 && \text{min. vynaložená částka v mil. Kč} \\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\leq 3 && \text{max. vynaložená částka v mil. Kč}
\end{aligned}$$

Z optimálního řešení uvedeného modelu, plyne následující rozvržení reklamy: do televize budou vynaloženy 3 mil. Kč, do reklamy v rozhlasu 2 mil. Kč, do časopisu 1 mil. Kč, do novin 3 mil. Kč a do reklamy na venkovních poutačích 1 mil. Kč. V příjmové skupině nad 10000 Kč bude „osloveno“ 830 tis. osob a 20050 tis. „oslovených“ osob bude mít minimálně středoškolské vzdělání.

televize	rozhlas	časopis	noviny	poutace
počet osob dané kategorie na 1000 Kč				
320	280	140	240	120
120	90	60	60	50
350	200	120	140	60

Řešení
3
2
1
3
1
Maximum
4650
Omezení

10

10

5

5

2500

2500

830

800

2050

1500

Microsoft
List: [Refle
Zpráva vyl

Nastavova

Buňka
\$B\$28

Měněné bu

Buňka
\$B\$22
\$B\$23
\$B\$24
\$B\$25
\$B\$26

Omezující

Buňka
\$B\$30
\$B\$31
\$B\$32
\$B\$33
\$B\$34
\$B\$22
\$B\$23
\$B\$24
\$B\$25
\$B\$26
\$B\$22
\$B\$23
\$B\$24
\$B\$25
\$B\$26

Excel 11.0 Výsledková zpráva
 ektory LP.xls]List6
 tvořena: 29.11.2004 8:17:20

ná buňka (Max)

Název
Zmax = 750x1 + 420x2 + 300x3 + 360x4 + 180x5 v tis. „oslovených“ osob Maximum

řínky

Název
x1 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do televize v mil. Kč Řešení
x2 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do rozhlasu v mil. Kč Řešení
x3 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do časopisu v mil. Kč Řešení
x4 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do novin v mil. Kč Řešení
x5 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do poutačů v mil. Kč Řešení

podmínky

Název
x1 + x2 + x3 + x4 + x5 £ 10 celkový rozpočet reklamy v mil. Kč Omezení
x1 + x2 £ 5 max. částka do televize a rozhlasu v mil. Kč Omezení
320x1 + 280x2 + 140x3 + 240x4 + 120x5 ³ 2500 podmínka pro věk v tis. osob Omezení
120x1 + 90x2 + 60x3 + 60x4 + 50x5 ³ 800 podmínka pro příjmovou skupinu v tis. osob Omezení
350x1 + 200x2 + 120x3 + 140x4 + 60x5 ³ 1500 podmínka pro vzdělání v tis. osob Omezení
x1 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do televize v mil. Kč Řešení
x2 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do rozhlasu v mil. Kč Řešení
x3 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do časopisu v mil. Kč Řešení
x4 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do novin v mil. Kč Řešení
x5 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do poutačů v mil. Kč Řešení
x1 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do televize v mil. Kč Řešení
x2 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do rozhlasu v mil. Kč Řešení
x3 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do časopisu v mil. Kč Řešení
x4 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do novin v mil. Kč Řešení
x5 ¼¼¼objem prostředků vynaložených do poutačů v mil. Kč Řešení

Původní hodnota	Konečná hodnota
0	4650

Původní hodnota	Konečná hodnota
0	3
0	2
0	1
0	3
0	1

Hodnota buňky	Vzorec	Stav	Odchylka
10	\$B\$30<=10	Platí	0
5	\$B\$31<=5	Platí	0
2500	\$B\$32>=2500	Platí	0
830	\$B\$33>=800	Neplatí	30
2050	\$B\$34>=1500	Neplatí	550
3	\$B\$22>=1	Neplatí	2
2	\$B\$23>=1	Neplatí	1
1	\$B\$24>=1	Platí	0
3	\$B\$25>=1	Neplatí	2
1	\$B\$26>=1	Platí	0
3	\$B\$22<=3	Platí	0
2	\$B\$23<=3	Neplatí	1
1	\$B\$24<=3	Neplatí	2
3	\$B\$25<=3	Platí	0
1	\$B\$26<=3	Neplatí	2