REDUKOVANÝ TVAR EKONOMETRICKÉHO MODELU

REDUKOVANÝ TVAR modelu **je taková forma ekonometrického modelu , v níž každá rovnice popisuje závislost jediné běžné endogenní proměnné toliko na predeterminovaných proměnných a na náhodných složkách modelu.**

Vyjdeme-li ze strukturního tvaru modelu zapsaného jako :

$$\boldsymbol{Y = Y.B + X.C + E} \qquad (1)$$

$Y_{[T;m]}$ **je matice *T* pozorování *m* b.endogenních proměnných soustavy**

$X_{[T;q]}$ **je matice *T* pozorování *q* predeterminovaných proměnných soustavy**

$B_{[m;m]}$ **je matice koeficientů příslušných běžným endogenním proměnným**

$C_{[m;q]}$ **je matice koeficientů příslušných predeterminovaným proměnným**

$E_{[T;m]}$ **je matice „pozorování“ *m* náhodných složek (*poruch)* soustavy.**

dospějeme k redukovanému tvaru převedením matice běžných endogenních proměnných nalevo a násobením vzniklého vztahu zprava maticí *(I-B)*$^{-1}$, o níž jsme předpokládali, že je regulární :

$$\boldsymbol{Y}_{[T;m]}\boldsymbol{(I-B)}_{[m;m]} = \boldsymbol{X}_{[T;q]}\boldsymbol{.C}_{[q;m]} + E_{[T;m]} \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{Y = X.C(I-B)^{-1} + E.(I-B)^{-1}} \qquad (3)$$

Označíme-li matici $C.(I-B)^{-1}$ jako Π , pak prvky této matice vyjadřují vztahy mezi maticí pozorování běžných endogenních a maticí pozorování predeterminovaných proměnných. Π se nazývá *matice parametrů redukované formy modelu.*

Redukovaný tvar zapisujeme obvykle ve vyjádření

$$\boldsymbol{Y = X.\Pi + V} \qquad (3a)$$

$\boldsymbol{\Pi = C(I-B)^{-1}}$ **je matice parametrů redukovaného tvaru rozměrů [q;m] .**

$\boldsymbol{V = E(I-B)^{-1}}$ **je matice náhodných složek reduk. tvaru rozměrů [T;m].**

(Matice X,Y mají shodný význam jako dříve).

Odhad matice koeficientů redukovaného tvaru získáme nejsnáze pomocí prosté/**obyčejné metody nejmenších čtverců OLS jako**

$$\hat{\boldsymbol{\Pi}}_{[q;m]} = \boldsymbol{(X'X)^{-1}X'Y}$$

tzn. pomocí OLS-regrese všech *m* běžných endogenních proměnných na všech *q* predeterminovaných proměnných.

Kovarianční matici náhodných složek v redukovaného tvaru označíme Ω. Ta má tvar

$$\Omega = (I-B)^{-1\prime}\,\Sigma(I-B)^{-1\prime}$$ **, protože platí**

$$\Omega = Cov(v) = E(v.v') = E[(I-B)^{-1}cov(\varepsilon)(I-B)'^{-1}] = (I-B)'^{-1}\,\Sigma(I-B)'^{-1}$$

Jiný možný zápis redukovaného tvaru vychází ze zápisu strukturního tvaru *(zápis přes všech m rovnic pro pevné pozorování t)* :

$$(I-B)y_t = Cx_t + \varepsilon_t$$ neboli po úpravě

$$y_t = (I-B)^{-1}.Cx_t + (I-B)^{-1}\varepsilon_t$$

$$y_t = \Pi x_t + v_t$$, **kde** nyní zapíšeme

$$\Pi_{[m;q]} = (I-B)^{-1}.C \qquad v_t = (I-B)^{-1}\varepsilon_t$$

Vektor v_t náhodných složek redukovaného tvaru definovaný (pro pevné *t*) jako $v_t = (I-B)^{-1}.\varepsilon_t$ má tyto vlastnosti :

a) $E(v_t) = 0$, protože $E(v_t) = E[(I-B)^{-1}\varepsilon_t] = (I-B)^{-1}E\varepsilon_t = 0.$

b) $Cov(v_t) = (I-B)^{-1}.\Sigma.(I-B)^{-1\prime}$ protože

$$E[v_t.v_t'] = (I-B)^{-1}.E(\varepsilon_t.\varepsilon_t').(I-B)^{-1\prime} = (I-B)^{-1}\Sigma(I-B)^{-1\prime} = \Omega$$

c) $E(v_t, v_s) = 0$, protože $E[v_t.v_s'] = E[(I-B)^{-1}\varepsilon_t.\varepsilon_s'(I-B)^{-1\prime}]$

pro $t \neq s$ $= [(I-B)^{-1}E(\varepsilon_t.\varepsilon_s')(I-B)^{-1\prime}] = 0$

Parametry matice redukovaného tvaru, kterých je dohromady m.q (včetně případných nulových hodnot parametrů) označíme π_{ij} . Lze je vyjádřit jako

$$\pi_{ij} = \sum_{k=1}^{m}\gamma_{ik}.\beta^{kj}$$ **, kde**

β^{kj} **je prvek k-tého řádku a j-tého sloupce matice $(I-B)^{-1}$**

<u>Poznámka</u> : Vztah mezi parametry strukturního tvaru (matice ***B,C***) a parametry redukovaného tvaru (matice Π) není rovnocenný : Z prvků matic B,C lze jednoznačně určit prvky matice Π, protože matice (I-B) je nesingulární. Naproti tomu z prvků matice Π není možné jednoznačně určit prvky *obou* matic ***B,C) :***

<u>Porovnání</u> : počet parametrů strukturního tvaru je celkem **m.(m-1) + m.q**
počet parametrů redukovaného tvaru celkem jen **m.q .**

Ve schématickém vyjádření :

$$B = \begin{pmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{b_{12}} & \boldsymbol{b_{13}} & \boldsymbol{b_{14}} & \boldsymbol{b_{1m}} \\ \boldsymbol{b_{21}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{b_{23}} & \boldsymbol{b_{24}} & \boldsymbol{b_{2m}} \\ \boldsymbol{b_{31}} & \boldsymbol{b_{32}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{b_{34}} & \boldsymbol{b_{3m}} \\ \dots & \dots & \dots & \boldsymbol{0} & \dots \\ \boldsymbol{b_{m1}} & \boldsymbol{b_{m2}} & \boldsymbol{b_{m3}} & \boldsymbol{b_{m4}} & \boldsymbol{0} \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} \boldsymbol{c_{11}} & \boldsymbol{c_{12}} & \boldsymbol{c_{13}} & \boldsymbol{c_{14}} & c_{1q} \\ \boldsymbol{c_{21}} & \boldsymbol{c_{22}} & \boldsymbol{c_{23}} & \boldsymbol{c_{24}} & c_{2q} \\ \boldsymbol{c_{31}} & \boldsymbol{c_{32}} & \boldsymbol{c_{33}} & \boldsymbol{c_{34}} & c_{3q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \boldsymbol{c_{m1}} & \boldsymbol{c_{m2}} & \boldsymbol{c_{m3}} & c_{m4} & \boldsymbol{c_{mq}} \end{pmatrix}$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\pi_{11}} & \pi_{21} & \pi_{31} & \dots\dots & \pi_{5q} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \dots & \pi_{2q} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{32} & \dots\dots & \pi_{3q} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \pi_{m1} & \pi_{m2} & \pi_{m3} & \dots\dots & \pi_{mq} \end{pmatrix}$$

Matice parametrů redukovaného tvaru Π je obecná matice. Zatímco matice B a C budou mít zpravidla větší počet nulových prvků, počet nulových prvků matice Π bude relativně malý.

Příklad: *ilustrující postup výpočtu je maximálně zjednodušen*[1]

Uvažujme jednoduchý třírovnicový makroekonomický model se dvěma rovnicemi chování a jednou identitou ve tvaru

$C_t = c_1 + b_1.Y_t + u_t$ - lineární spotřební funkce (1)

$I_t = c_3 + b_2.Y_t + c_2.Y_{t.-1} + w_t$ - lineární investiční funkce (2)

$Y_t = C_t + I_t + G_t$ - bilanční identita důchodu (3)

Význam jednotlivých proměnných :

C_t ... spotřeba domácností v čase *t*
I_t ... investice do soukromého sektoru v čase *t*
Y_t ... národní důchod v čase *t*

jsou 3 *běžné endogenní proměnné (m* = 3)*[2]

„1“ ... jedničkový vektor
Y_{t-1} ... národní důchod v (předcházejícím) čase *t-1*
G_t ... veřejné (vládní) výdaje v čase *t*

jsou 3 *predeterminované proměnné (q = 3)*

u_t ...... náhodná složka 1. rovnice
w_t ...... náhodná složka 2. rovnice

***jsou 2 náhodné složky* dvou stochastických rovnic**

***Lineární spotřební funkce* vyjadřuje závislost aktuální spotřeby na aktuální úrovni důchodu *(už ne na zpožděných hodnotách důchodu a spotřeby)*.**

Lineární investiční funkce* vyjadřuje závislost aktuálních investic na současné a o jedno období zpožděné hodnotě důchodu. *Zanedbán je možný vliv důchodu zpožděného o více období.

***Bilanční identita důchodu propojuje důchod s investicemi, spotřebou a objemem veřejných výdajů* při zanedbání salda zahraničních vztahů(export-import) (obchodních, peněžních) a bilance mimořádných výnosů/ztrát.**

Redukovaná forma modelu je takové vyjádření, ve kterém jsou běžné endogenní proměnné popsány jen pomocí predeterminovaných proměnných „1“, Y_{t-1} , G_t a náhodných složek u_t , w_t . V důsledku přítomnosti identity půjde vždy pouze o 2 běžné endogenní proměnné.

[1] Ve spotřební funkci např. chybí zpožděná hodnota spotřeby C_{t-1}, v investiční funkci nevystupuje úroková míra, identita důchodu je „ochuzena„ o čistý export, přírůstek zásob, saldo ztrát atd.
[2] Větší význam pro operace s modelem (při kvantifikaci parametrů) má však nikoliv *celkový počet rovnic* (zde označený *m**), ale *počet stochastických rovnic m* (získaných po vyloučení identity).

Postup výpočtu redukované formy modelu

V úvahu přichází výpočet buď prostým dosazováním (postupnou eliminací) nebo maticovými operacemi. Přitom musíme nejprve zvolit, které 2 ze 3 přítomných běžných endogenních proměnných necháme v redukované formě : 3. běžná endogenní proměnná se vyloučí při eliminaci identity.

Zvolme postup s eliminací proměnné I_t: substituujeme

$$I_t = c_3 + b_2.Y_t + c_2 Y_{t-1} + w_t \qquad (2)$$

a dosadíme rovnice do (3).

První modelová rovnice zůstane ve tvaru

$$C_t = c_1 + b_1 Y_t + u_t \qquad (1a)$$

Druhá modelová rovnice tak přejde na tvar

$$-C_t + (1 - b_2).Y_t = c_3 + c_2 Y_{t-1} + G_t + w_t \qquad (2\text{-}3)$$

Nyní obě rovnice (1a) a (2-3) přepíšeme do maticového tvaru :

$$\boldsymbol{(I - B).Y = C.X + I.\varepsilon} \qquad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -b_1 \\ -1 & 1-b_2 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ c_3 & c_2 & 1 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix} \qquad (4a)$$

Nyní musíme osamostatnit výraz pro každou z obou zbývajících běžných endogenních proměnných, tj. pro C_t a Y_t: Učiníme to invertováním matice $(I_m - B)^{-1}$ a vynásobením matic C a I na pravé straně maticí $(I - B)^{-1}$:

Protože determinant matice $I_m - B$ je roven $\quad |I - B| = 1 - b_1 - b_2$

a inverzní matice k $I_m - B$ má tvar

$$(I - B)^{-1} = \frac{1}{|I - B|} \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

dostaneme :

$$\begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - b_1 - b_2} \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ c_3 & c_2 & 1 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \frac{1}{1 - b_1 - b_2} \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}$$

a dále roznásobením

$$\begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-b_1-b_2}\left\{\begin{bmatrix} c_1-c_1b_2+b_1c_3 & b_1c_2 & b_1 \\ c_1+c_3 & c_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}\right\}$$

Odtud vyvodíme následující tvar pro obě rovnice redukovaného tvaru :

$$C_t = \frac{1}{1-b_1-b_2}.\left\{c_1 - c_1b_2 + b_1c_3 + b_1c_2Y_{t-1} + b_1G_t + (1-b_2)u_t + b_1w_t\right\}$$

(5a)

$$Y_t = \frac{1}{1-b_1-b_2}.\left\{c_1 + c_3 + c_2Y_{t-1} + G_t + u_t + w_t\right\} \qquad \textbf{(5b)}$$

Matice parametrů redukovaného tvaru modelu , která má obecný tvar

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \end{pmatrix} \qquad \textbf{(6a)}$$

s tímto vyjádřením vztahů mezi parametry strukturního a redukovaného tvaru

$$\Pi = \begin{pmatrix} \dfrac{c_1 - c_1b_2 + b_1c_3}{1-b_1-b_2} & \dfrac{b_1c_2}{1-b_1-b_2} & \dfrac{b_1}{1-b_1-b_2} \\ \dfrac{c_1+c_3}{1-b_1-b_2} & \dfrac{c_2}{1-b_1-b_2} & \dfrac{1}{1-b_1-b_2} \end{pmatrix} \qquad \textbf{(6b)}$$

Zde máme celkem 5 parametrů *(omezeného)* strukturního tvaru b_1, b_2, c_1, c_2, c_3 **a celkem 6 nenulových parametrů *(omezeného)* redukovaného tvaru** $\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{13}, \pi_{21}, \pi_{22}, \pi_{23}$.

Všimněme si ještě rozdílu mezi počty parametrů strukturního a redukovaného tvaru, jestliže bereme v úvahu omezení položená na parametry modelu :

***Neomezený strukturní tvar* modelu (1), (2-3) má celkem 2.1+2.3 = 8 parametrů**
***Neomezený redukovaný tvar* modelu má celkem** jen **2.3 = 6 parametrů**

***Omezený strukturní tvar* modelu má celkem** jen **5 parametrů** zatímco
***Omezený redukovaný tvar* modelu má celkem 6 parametrů**

Zatímco každé omezení položené na parametry *strukturního tvaru* znamená snížení počtu odhadovaných *parametrů strukturního tvaru* o 1, neplatí zdaleka obdobná relace pro parametry redukovaného tvaru: protože jsou parametry určeny vztahem (6b), jen zřídkakdy nabude parametr *omezeného redukovaného tvaru* hodnotu 0.

V předchozím případě jsme postupovali tak, že jsme se zaměřili na vyloučení běžné endogenní proměnné *investice.* Mohli jsme však také postupovat tak, že bychom pomocí identity vyloučili např. proměnnou *spotřeba* (nebo *důchod).*

Ukážeme, že při odvození redukované formy nezáleží na tom, kterou z běžných endogenních veličin na počátku vylučujeme, jinými slovy, že ta část (ten řádek) **redukované formy, která je společná oběma postupům** (zde tvar rovnice pro důchod) **zůstane beze změn.**

<u>Postup 2</u>

Eliminujeme nyní *spotřebu* z identity (3), kde dostaneme $C_t = Y_t - I_t - G_t$

a dosadíme do první rovnice

$Y_t - I_t + G_t = c_1 + b_1.Y_t + u_t$ **, načež ji upravíme do tvaru**

$(1-b_1)Y_t - I_t = c_1 - G_t + u_t$

Současně ve druhé rovnici převedeme běžné endogenní Y_t, I_t proměnné nalevo

$I_t - b_2.Y_t = c_3 + c_2.Y_{t-1} + w_t$

a vytvoříme maticovou podobu strukturního tvaru s těmito dvěma běžnými endogenními proměnnými:

$$\begin{bmatrix} 1 & -b_2 \\ -1 & 1-b_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 & c_2 & 0 \\ c_1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_t \\ u_t \end{pmatrix} \qquad (7)$$

(Nejprve jsme zapsali rovnici pro investice, potom rovnici pro důchod). Dále již postupujeme obvyklým způsobem:

Invertujeme matici $(I_2 - B)$ **a dostaneme (**determinant je opět roven $1 - b_1 - b_2$**)**

$$(I_2 - B)^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1-b_1}{1-b_1-b_2} & \dfrac{b_2}{1-b_1-b_2} \\ \dfrac{1}{1-b_1-b_2} & \dfrac{1}{1-b_1-b_2} \end{pmatrix}$$

a po vynásobením matic C **a** I **na pravé straně maticí** $(I - B)^{-1}$ **máme (8)**

$$\begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_1 & b_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_3 & c_2 & 0 \\ c_1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_1 & b_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}$$

Odtud vyvodíme následující tvar pro obě rovnice redukovaného tvaru :

$$I_t = \frac{1}{1-b_1-b_2} . \left\{ c_3 - b_1 c_3 + c_1 b_2 + (c_2 - c_2 b_1) Y_{t-1} + b_2 G_t + (1-b_1) u_t + b_2 w_t \right\}$$

$$Y_t = \frac{1}{1-b_1-b_2} . \left\{ c_1 + c_3 + c_2 Y_{t-1} + G_t + u_t + w_t \right\} \qquad \textbf{(9a-b)}$$

Konečně ukážeme, že i třetí postup (s vyloučením důchodu Y_t) vede k získání rovnic redukovaného tvaru pro investice I_t a spotřebu C_t :

Postup 3

Do obou rovnic (1), (2) dosadíme za důchod Y_t z identity (3). Máme soustavu

$$C_t = c_1 + b_1.(C_t + I_t + G_t) + u_t \qquad (1^*)$$

$$I_t = c_3 + b_2.(C_t + I_t + G_t) + c_2 Y_{t-1} + w_t \qquad (2^*) ,$$

kterou opět přepíšeme do maticové podoby

$$\begin{bmatrix} 1-b_1 & -\boldsymbol{b}_1 \\ -\boldsymbol{b}_2 & \boldsymbol{1}-\boldsymbol{b}_2 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} C_t \\ I_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}_1 & 0 & b_1 \\ \boldsymbol{c}_3 & \boldsymbol{c}_2 & b_2 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{Y}_{t-1} \\ \boldsymbol{G}_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix} \qquad \textbf{(10)}$$

Opět invertujeme matici $(I_2 - B)$ a dostaneme (determinant je i zde roven hodnotě $1-b_1-b_2$**)**

$$(I_2 - B)^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1-b_2}{1-b_1-b_2} & \dfrac{b_1}{1-b_1-b_2} \\ \dfrac{b_2}{1-b_1-b_2} & \dfrac{1-b_1}{1-b_1-b_2} \end{pmatrix}$$, **takže dostaneme**

$$\begin{pmatrix} C_t \\ I_t \end{pmatrix} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}-\boldsymbol{b}_1-\boldsymbol{b}_2} \begin{bmatrix} \boldsymbol{1}-b_2 & \boldsymbol{b}_1 \\ \boldsymbol{b}_2 & \boldsymbol{1}-b_1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}_1 & 0 & \boldsymbol{b}_1 \\ c_3 & c_2 & \boldsymbol{b}_2 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{Y}_{t-1} \\ \boldsymbol{G}_t \end{pmatrix} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}-\boldsymbol{b}_1-\boldsymbol{b}_2} \begin{bmatrix} \boldsymbol{1}-b_2 & \boldsymbol{b}_1 \\ \boldsymbol{b}_2 & \boldsymbol{1}-b_1 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_t \\ \boldsymbol{w}_t \end{pmatrix}$$

Odtud již snadno vyvodíme následující tvar pro obě rovnice redukovaného tvaru :

$$C_t = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}-\boldsymbol{b}_1-\boldsymbol{b}_2} . \left\{ \boldsymbol{c}_1 - c_1 b_2 + b_1 \boldsymbol{c}_3 + b_1 \boldsymbol{c}_2 \boldsymbol{Y}_{t-1} + b_1 . \boldsymbol{G}_t + (1-b_2)\boldsymbol{u}_t + b_1 . \boldsymbol{w}_t \right\}$$

(11a-b)

$$I_t = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}-\boldsymbol{b}_1-\boldsymbol{b}_2} . \left\{ c_1 \boldsymbol{b}_2 + \boldsymbol{c}_3 - b_1 \boldsymbol{c}_3 + (\boldsymbol{c}_2 - b_1 \boldsymbol{c}_2) \boldsymbol{Y}_{t-1} + \boldsymbol{b}_2 \boldsymbol{G}_t + (1-b_1)\boldsymbol{u}_t + \boldsymbol{b}_2 \boldsymbol{w}_t \right\}$$

I v tomto případě jsme se tedy dopracovali k tvarům shodným s předchozími výsledky. Srovnej (11a) s (5a) , resp. (11b) s (9a).