R.HUŠEK: Ekonometrická analýza: strana 142 příklad 4

Máme třírovnicový model s identitou:

(1) $C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t - \alpha_2 . D_t + u_{t1}$ spotřební funkce (s uvažování zdanění)

(2) $I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + u_{t2}$ investiční funkce (bez úrokové míry)

(3) $D_t = \gamma_0 + \gamma_1 Y_t + u_{t3}$ funkce zdanění (závislá na důchodu)

(4) $Y_t = C_t + I_t + G_t$ bilanční identita důchodu

Kategorizace proměnných

Běžné ENDOGENNÍ: C_t - spotřeba, I_t - investice, D_t - objem daní, Y_t - důchod

EXOGENNÍ: "1" - jedničkový vektor, G_t - veřejné (vládní) výdaje

PREDETERMINOVANÉ: "1", G_t, Y_{t-1} - zpožděný GDP o 1 období

Tedy $m = 4, q = 3$

URČENÍ REDUKOVANÉHO TVARU SOUSTAVY

po vyloučení identity: způsobem $I_t = Y_t - C_t - G_t$; dosadíme do **(2)**:

(2') $\quad Y_t - C_t - G_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + u_{t2}$ resp.

(2') $\quad Y_t = C_t + G_t + \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + u_{t2}$ a na levé strany všech rovnic přesuneme členy s endogenními proměnnými

---

(1) $\quad C_t - \alpha_1 Y_t + \alpha_2 . D_t = \alpha_0 + u_{t1}$

(2') $\quad Y_t - C_t = \beta_0 + G_t + \beta_1 Y_{t-1} + u_{t2}$

(3*) $\quad D_t - \gamma_1 . Y_t = \gamma_0 + u_{t3}$

Soustavu přepíšeme do maticové struktury koeficientů

$$\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_1 & \alpha_2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \\ D_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 \\ \beta_0 & 1 & \beta_1 \\ \gamma_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ G_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix}$$

$$\det B = 1 + 0 + \alpha_2 \gamma_1 - 0 - \alpha_1 - 0 = 1 - \alpha_1 + \alpha_2 \gamma_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_1 & \alpha_2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 1 & -(-\alpha_1 + \alpha_2 . \gamma_1) & \alpha_2 \\ -(-1) & 1 & -(\alpha_2) \\ \gamma_1 & -(-\gamma_1) & 1-\alpha_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 & \alpha_2 \\ 1 & 1 & -\alpha_2 \\ \gamma_1 & \gamma_1 & 1-\alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \\ D_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 & \alpha_2 \\ 1 & 1 & -\alpha_2 \\ \gamma_1 & \gamma_1 & 1-\alpha_1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 \\ \beta_0 & 1 & \beta_1 \\ \gamma_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ G_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 & -\alpha_2 \\ 1 & 1 & -\alpha_2 \\ \gamma_1 & \gamma_1 & 1-\alpha_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} \alpha_0 + \alpha_1\beta_0 - \alpha_2\beta_0\gamma_1 + \alpha_2\gamma_0 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 & \alpha_1\beta_1 - \alpha_2 . \gamma_1\beta_1 \\ \alpha_0 + \beta_0 - \alpha_2\gamma_0 & 1 & \beta_1 \\ \gamma_1(\alpha_0 + \beta_0) + \gamma_0(1-\alpha_1) & \gamma_1 & \beta_1\gamma_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ G_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 & \alpha_2 \\ 1 & 1 & -\alpha_2 \\ \gamma_1 & \gamma_1 & 1-\alpha_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix}$$

Alternativní postup s vyloučením proměnné C_t:

Z rovnice **(4)** dosadíme $C_t = Y_t - I_t - G_t$ a dosadíme do rovnice **(1)**:

(1) $Y_t - I_t - G_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t - \alpha_2 . D_t + u_{t1}$ spotřební funkce (s uvažování zdanění)

(1*) $Y_t(1-\alpha_1) - I_t + \alpha_2 . D_t = \alpha_0 + G_t + u_{t1}$

(2) $I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + u_{t2}$ investiční funkce (bez úrokové míry)

(3*) $D_t - \gamma_1 . Y_t = \gamma_0 + u_{t3}$

Soustavu přepíšeme do maticové struktury koeficientů

$$\begin{bmatrix} -1 & 1-\alpha_1 & \alpha_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \\ D_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & 1 & 0 \\ \beta_0 & 0 & \beta_1 \\ \gamma_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ G_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1-\alpha_1 & \alpha_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-1+\alpha_1-\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 0 & -(1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1) & 0 \\ -(1) & -1 & -(-\alpha_2) \\ -\gamma_1 & -(\gamma_1) & \alpha_1 - 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-1+\alpha_1-\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 - 1 & 0 \\ -1 & -1 & \alpha_2 \\ -\gamma_1 & -\gamma_1 & \alpha_1 - 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \\ D_t \end{pmatrix} = \frac{1}{-1+\alpha_1-\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 - 1 & 0 \\ -1 & -1 & \alpha_2 \\ -\gamma_1 & -\gamma_1 & \alpha_1 - 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \alpha_0 & 1 & 0 \\ \beta_0 & 0 & \beta_1 \\ \gamma_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ G_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{-1+\alpha_1-\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 - 1 & 0 \\ -1 & -1 & \alpha_2 \\ -\gamma_1 & -\gamma_1 & \alpha_1 - 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{-1+\alpha_1-\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} \alpha_1\beta_0 - \alpha_2\beta_0\gamma_1 - \beta_0 & 0 & \alpha_1\beta_1 - \alpha_2\beta_1\gamma_1 - \beta_1 \\ -\alpha_0 - \beta_0 + \alpha_2\gamma_0 & -1 & -\beta_1 \\ -\gamma_1\alpha_0 - \gamma_1\beta_0 + \gamma_0(\alpha_1 - 1) & -\gamma_1 & -\beta_1\gamma_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ G_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{-1+\alpha_1-\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 - \alpha_2 . \gamma_1 - 1 & 0 \\ -1 & -1 & \alpha_2 \\ -\gamma_1 & -\gamma_1 & \alpha_1 - 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{1-\alpha_1+\alpha_2\gamma_1} \begin{bmatrix} -\alpha_1\beta_0 + \alpha_2\beta_0\gamma_1 + \beta_0 & 0 & -\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_1\gamma_1 + \beta_1 \\ \alpha_0 + \beta_0 - \alpha_2\gamma_0 & 1 & \beta_1 \\ \gamma_1\alpha_0 + \gamma_1\beta_0 + \gamma_0(1-\alpha_1) & \gamma_1 & \beta_1\gamma_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ G_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} +$$

Jak patrno, strukturní rovnice pro důchod Y_t a pro daně D_t mají shodný tvar jako při prvním postupu.