

7. cvičení z Matematiky 0, derivace

Příklad 1: Vypočtěte první derivaci funkcí:

a) $y = x^4 - 3x^2 + \frac{x}{2} - 2$, $[y' = 4x^3 - 6x + \frac{1}{2}]$

b) $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$, $[y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}]$

c) $y = \frac{x^2+1}{(1-x)^2}$, $[y' = \frac{2(x+1)}{(1-x)^3}]$

d) $y = x\sqrt{1+x^2}$, $[y' = \frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}}]$

e) $y = \sin^4 x - \cos^4 x$, $[y' = 4 \sin x \cos x]$

f) $y = tg^4 x - 2tg^2 x - 4\ln(\cos x)$, $[y' = 4tg^5 x]$

Příklad 2: Vypočtěte třetí derivaci funkcí:

a) $y = e^x \cdot \sin x$, $[y' = 2e^x(\cos x - \sin x)]$

b) $y = \frac{x}{x+1}$, $[y' = \frac{1}{(x+1)^4}]$

Příklad 3: Napište rovnici tečny a normály ke křivce $y = f(x)$ v jejím bodě T :

a) $f(x) = e^{-x} \cos 2x$, $T = [0, ?]$, $[t : y = 1 - x, n : y = x + 1]$

b) $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$, $T = [\frac{\pi}{4}, ?]$, $[t : y = x - \frac{\pi}{4}, n : y = -x + \frac{\pi}{4}]$

c) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2}$, $T = [-2, ?]$, $[t : y = \frac{-x}{4} - \frac{5}{4}, n : y = 4x + \frac{29}{4}]$

d) $f(x) = \frac{tg^2 x}{2} + \ln(\cos x)$, $T = [0, ?]$, $[t : y = 0, n : x = 0]$

e) $f(x) = x \cdot e^{-x}$ v takovém bodě T , aby tečna byla rovnoběžná s osou x .