

# MAKROEKONOMICKÉ MODELOVÁNÍ – CVIČENÍ 5

## 1 Teorie

### Nabídka práce

Spotřebitel se rozhoduje o spotřebě, úsporách a nabídce práce. Předpokládejte, že žije pouze dvě období a vydělává mzdu  $w_1$ , když je mladý a  $w_2$  když je starý. Jeho spotřeba a nabídka práce v těchto obdobích jsou  $c_1$ ,  $c_2$  a  $h_1$  a  $h_2$ . Úroková míra je  $r$  a agent maximalizuje

$$U = u(c_1, h_1) + \beta u(c_2, h_2)$$

vzhledem k rozpočtovému omezení

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w_1 h_1 + \frac{w_2 h_2}{1+r}.$$

Předpokládejte, že užitková funkce je dána jako

$$u(c_t, h_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \frac{(1-h_t)^{1-\theta}}{1-\theta}$$

- Odvoďte podmínky prvního řádu pro  $h_1$  a  $h_2$  a  $c_1$  a  $c_2$ . Odvoďte Eulerovu rovnici a intratermporální rovnici. Interpretujte je. Ilustrujte je pomocí grafu. Odvoďte i intertemporální rovnici pro volný čas (práci).
- Nyní předpokládejte, že  $w_2 = 0$ , takže spotřebitelé pracují pouze pokud jsou mladí. Jaký je vliv mzdové sazby na nabídku práce? Na jakém parametru to závisí? *Hint: Najděte řešení pro  $c_1$  (z Eulerovy rovnice vyjádřete  $c_2$  a dosadte do rozpočtového omezení). Výsledek poté dosadte do intratermporální podmínky (za  $c_1$ ) a zjistěte vztah mezi  $w_1$  a  $h_1$ .*
- Během posledních sta let mzdy podstatně vzrostly, zatímco pracovní úsilí pokleslo (v průměru máme více volného času než naši prarodiče). Co tento fakt svědčí o parametrech v užitkové funkci?
- Nyní předpokládejte, že lidé pracují v obou obdobích. Pomocí podmínek optimality (z bodu a) prozkoumejte vliv na spotřebu  $c_t$  a nabídku práce  $h_t$  pokud dojde k
  - dočasnému šoku ve mzdě
  - permanetnímu šoku ve mzdě
- Dokážete z tohoto cvičení vyvodit nějaké užitečné závěry pro model reálného hospodářského cyklu?
- Frischova elasticita nabídky práce je definována jako

$$FE = \frac{d \ln h_t}{d \ln w_t} \mid u'(c) = \text{const.}$$

Frischova elasticita tedy zachycuje elasticitu odpracovaných hodin vzhledem k (reálné) mzdě, přičemž užitek ze spotřeby je konstantní. Vypočítejte FE v tomto modelu. *Hint: Vyjděte z intratermporální podmínky.*

## Solowovo reziduuum

Co to je Solowovo reziduuum a jak se měří? Jakou hraje roli v teorii reálného hospodářského cyklu?

## 2 Počítání

Předpokládejte následující verzi RBC modelu. Agent má užitek ze spotřeby a volného času.

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, h_t)$$

přičemž

$$u(c_t, h_t) = \ln c_t - \psi h_t$$

kde  $\beta \in (0, 1)$ . Produkční funkce firem je

$$y_t = z_t f(k_t, h_t) = e_t^z k^\alpha h^{1-\alpha}$$

kde  $\alpha \in (0, 1)$  a  $z_t$  je technologický šok, TFP (total factor productivity). Šok má nulovou střední hodnotu a možné stavy  $z = \{-\epsilon, \epsilon\}$  a je modelován jako Markovský řetězec s přenosovou pravděpodobností  $\Pi$ .

$$\Pi = \begin{pmatrix} \kappa & 1 - \kappa \\ 1 - \kappa & \kappa \end{pmatrix}$$

Rovnice pro vývoj kapitálu je

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

kde  $\delta \in (0, 1)$  je míra depreciace. Omezení ekonomiky je

$$c_t + i_t = y_t$$

- Napište Bellmanovu rovnici pro problém sociálního plánovače. Určete, které proměnné jsou stavové (endogenní/exogenní) a které řídicí.
- Vypočítejte deterministický steady state modelu. Výsledkem by měly být tři rovnice, z nichž lze vypočítat steady state hodnoty  $k$ ,  $c$  a  $h$  (jako funkce strukturálních parametrů). *Hint: Vyjděte z Eulerovy rovnice, intratemporální podmínky a rovnice (zdrojového) omezení ekonomiky. Najděte poměry  $k/h$  a  $c/h$  a výraz pro  $h$  do kterého můžete za poměry dosadit.*
- Nakalibrujte strukturální parametry modelu  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  a  $\psi$  na základě dlouhodobých vztahů v datech, přičemž víte, že
  - $c/y = 0.85$
  - $k/y = 3$
  - podíl důchodu práci je 70 %
  - podíl volného času v disponibilním čase je 80 %
- S využitím Bellmanovy rovnice najděte hodnotovou funkci a rozhodovací pravidlo pomocí metody iterace hodnotové funkce.

- Vytvořte grid pro stavové proměnné  $k_1 = 0.85\bar{k}$ ,  $k_{kg} = 1.15\bar{k}$ ,  $h_1 = 0.8\bar{h}$ ,  $h_{hg} = 1.2\bar{h}$ , kde  $kg = 101$  a  $hg = 51$ .

Vytvořte matici spotřeby ( $hg \times kg \times kg \times dim$ ), kde  $dim = 2$  – možné stavy technologického šoku. Vytvořte užitkovou matici. Definujte počáteční odhad hodnotové funkce  $v_0$  ( $kg \times dim$ ). Vypočítejte novou hodnotovou funkci řešením Bellmanovi rovnice.

$$(Tv)(k, z) = \max_{k', h} \{U + \beta \mathbf{1} \pi[v_0(k', z')]^T\}$$

Řešte iterativně, do té doby, až dostanete blízkou aproximaci skutečné hodnotové funkce. Vypočítejte a vykreslete rozhodvací pravidla pro  $k'$ ,  $c$ , a  $h$ .

- Nasimulujte (10000 krát) chování ekonomiky při reakci na stochastický šok  $z_t$ .
- Vypočítejte směrodatnou odchylku simulovaných veličin i vzhledem k (std) výstupu. Vypočítejte korelace mezi veličinami.

Pro tento příklad se podívejte na řešení na webu. M-file `seminar5_det.m` je řešením výše uvedeného problému pro deterministický případ (bez stochastického šoku). M-file `seminar5_stoch_mc.m` odpovídá výše uvedenému zadání.