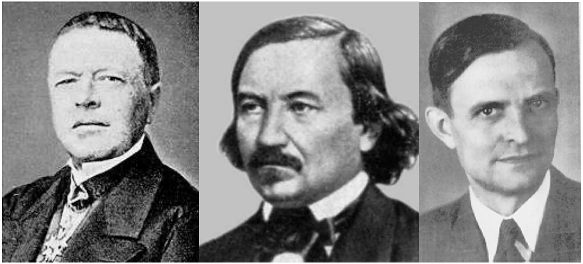
Teorie her a oligopol

Varian: Mikroekonomie: moderní přístup, oddíly 26.1-9, 27.1-3 a 27.7-8
Varian: Intermediate Microeconomics, Sections 27.1-9, 28.1-3, 28.7-8

Obsah přednášky

V této přednášce se dozvíte,

- co je to oligopol,
- co je to simultánní a sekvenční hra,
- co je to Nashova rovnováha a dokonalá rovnováha vzhledem k podhrám,
- jak fungují Cournotův, Bertrandův, Stackelbergův model a model cenového vůdcovství.



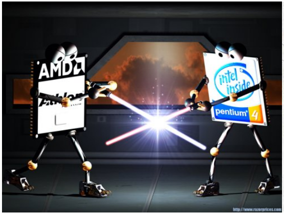
Oligopol

Oligopol – struktura odvětví s několika firmami na trhu.

Firmy v oligopolu věří, že jejich chování (volba množství nebo ceny) ovlivní chování ostatních firem na trhu.

Příklady oligopolních odvětví:

- procesory (Intel vs. AMD)
- kolové nápoje (Coke vs. Pepsi)
- mobilní telefony
- automobily
- ...



Oligopol

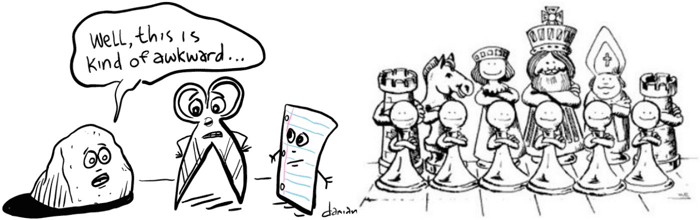
Mezi firmami v oligopolu dochází ke strategickým interakcím.

Při zkoumání strategických interakcí používáme **teorii her**.

Hra = aktivita, při které spolu hráči soutěží podle daných pravidel.

V této přednášce se budeme zabývat dvěma typy her:

- simultánní hra – hráči se rozhodují zároveň,
- sekvenční hra – hráči se rozhodují v daném pořadí.



Simultánní hra

Simultánní hra obsahuje

- množinu hráčů,
- množinu akcí (strategií) pro každého hráče,
- u každého hráče preference nad množinou **profilů akcí** (profil akcí = jedna možná kombinace akcí všech hráčů).

Příklad simultánní hry

Máme simultánní hru, která obsahuje

- hráče A a B
- množinu akcí pro
  - hráče A (nahoru T, dolů B),
  - hráče B (doleva L, doprava R).
- preference hráčů dané výplatami pro všechny profily akcí, kde
  - hráč A má preference $BL \succ TL \sim BR \succ TR$,
  - hráč B má preference $TL \succ BL \sim TR \succ BR$.

Tato hra má následující výplatní matici:

		Player B	
		Left	Right
Player A	Top	1, 2	0, 1
	Bottom	2, 1	1, 0

Rovnováha v dominantních strategiích

Rovnováha v dominantních strategiích je profil akcí, ve kterém každý hráč hraje svou dominantní strategii.

Dominantní strategie je taková akce hráče, která je optimální při jakékoliv akci ostatních hráčů.

V této tabulce je dominantní strategie hráče A **dolů** a hráče B **doleva**. Rovnováha v dominantních strategiích je *BL*.

		Player B	
		Left	Right
Player A	Top	1, 2	0, 1
	Bottom	2, 1	1, 0

Nashova rovnováha

Nashova rovnováha je profil akcí, ve kterém každý hráč hraje optimální akci při akcích ostatních hráčů.

Reakční funkce hráče ukazuje optimální akci tohoto hráče pro všechny kombinace akcí ostatních hráčů. Ve hře znázorněné v tabulce dole je reakční funkce hráče A $f_A(L) = T$ a $f_A(R) = B$.

Tato hra má dvě Nashovy rovnováhy TL a BR:

- TL, protože $f_A(L) = T$ a $f_B(T) = L$,
- BR, protože $f_A(R) = B$ a $f_B(B) = R$.

		Player B	
		Left	Right
Player A	Top	2, 1	0, 0
	Bottom	0, 0	1, 2

Nashova rovnováha (pokračování)

Každá hra nemá Nashovu rovnováhu v čistých strategiích.

Čistá strategie je akce, kterou si hráč volí s jistotou.

Smíšená strategie je pravděpodobnostní rozdělení nad strategiemi hráče. Např. když si hráč A zvolí T na 75 % a B na 25 %, jeho smíšená strategie je $(\alpha_A(T), \alpha_A(B)) = (3/4, 1/4)$.

		Player B	
		Left	Right
Player A	Top	0, 0	0, –1
	Bottom	1, 0	–1, 3

Každá hra má Nashovu rovnováhu ve smíšených strategiích.
U této hry je to $(3/4, 1/4)$ pro hráče A a $(1/2, 1/2)$ pro hráče B.

Cournotův model

Cournotův model je simultánní hra, ve které

- hráči jsou firmy,
- akce jsou množství, které firmy vyrábí,
- preference hráčů jsou dané zisky firem.

Firmy maximalizující zisk si zároveň volí množství produkce.

Nashova (Cournotova) rovnováha je kombinace produkce firem, při které každá firma reaguje optimálně na produkci ostatních firem.

Cournotova rovnováha: Při množstvích produkce, které zvolily ostatní firmy, volí každá firma množství produkce, které maximalizuje její zisk.

Cournotova rovnováha se 2 firmami

Základní verze Cournotova modelu:

- dvě firmy – firma 1 a firma 2 vyrábí množství y_1 a y_2,
- nulové náklady – $c_1(y_1) = 0$ a $c_2(y_2) = 0$,
- identický produkt – inverzní tržní poptávka je $p = a - b(y_1 + y_2)$.

Firmy řeší maximalizační problém

$$\max_{y_1} \pi_1(y_1, y_2) \quad \text{a} \quad \max_{y_2} \pi_2(y_1, y_2),$$

kde zisky firem 1 a 2 jsou

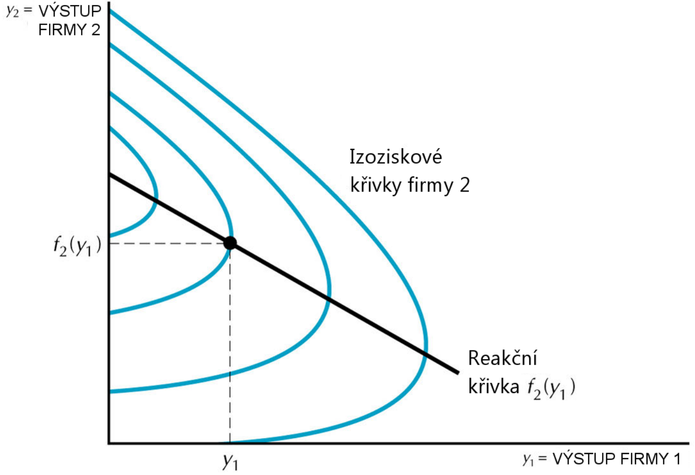
$$\pi_1(y_1, y_2) = r(y_1, y_2) - c(y_1) = [a - b(y_1 + y_2)]y_1 = ay_1 - by_1^2 - by_1 y_2,$$

$$\pi_2(y_1, y_2) = r(y_1, y_2) - c(y_2) = [a - b(y_1 + y_2)]y_2 = ay_2 - by_2^2 - by_1 y_2.$$

Cournotova rovnováha se 2 firmami (pokračování)

Izoziskové funkce firem 1 a 2 jsou

$$\bar{\pi}_1 = ay_1 - by_1^2 - by_1 y_2 \quad \text{a} \quad \bar{\pi}_2 = ay_2 - by_2^2 - by_1 y_2.$$



Cournotova rovnováha se 2 firmami (pokračování)

Derivací obou ziskových funkcí získáme podmínky prvního řádu

$$a - 2by_1^* - by_2 = 0 \quad \text{a} \quad a - 2by_2^* - by_1 = 0.$$

Z podmínek prvního řádu vyjádříme reakční funkci firmy 1 a 2

$$f_1(y_2) = y_1^* = \frac{a - by_2}{2b} \quad \text{a} \quad f_2(y_1) = y_2^* = \frac{a - by_1}{2b}. \tag{1}$$

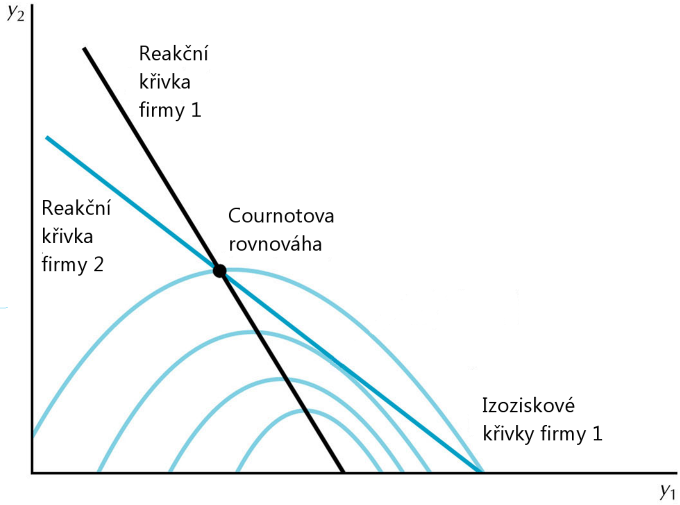
Cournotova rovnováha je kombinace výstupů (y_1^*, y_2^*), pro které platí

$$y_1^* = f_1(y_2^*) \quad \text{a} \quad y_2^* = f_2(y_1^*).$$

Dosazením y_2^* za y_2 a y_1^* za y_1 v rovnicích (1) dostaneme dvě rovnice o dvou neznámých, jejímž řešením získáme Cournotovu rovnováhu

$$(y_1^*, y_2^*) = \left(\frac{a}{3b}, \frac{a}{3b}\right).$$

Cournotova rovnováha se 2 firmami (pokračování)



Cournotova rovnováha s n firmami

Celkový výstup odvětví je $Y = y_1 + \cdots + y_n$, kde n je počet firem v odvětví. Firma i řeší maximalizační problém

$$\max_{y_i} \pi_i = p(Y)y_i - c(y_i).$$

Podmínka prvního řádu je

$$p(Y) + \frac{dp(Y)}{dY} y_i = MC(y_i).$$

Vynásobením druhého členu vlevo Y/Y a vytknutím $p(Y)$ získáme

$$p(Y)\left[1 + \frac{dp(Y)}{dY}\frac{Y}{p(Y)}\frac{y_i}{Y}\right] = MC(y_i).$$

Cournotova rovnováha s n firmami (pokračování)

Když použijeme definici elasticity agregátní poptávkové křivky $\epsilon(Y)$ a dosadíme $s_i = y_i/Y$, získáme

$$p(Y)\left[1 - \frac{s_i}{|\epsilon(Y)|}\right] = MC(y_i).$$

Tento výraz můžeme napsat také jako

$$p(Y)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon(Y)|/s_i}\right] = MC(y_i).$$

Výraz $|\epsilon(Y)|/s_i$ můžeme chápat jako elasticitu poptávky po produkci firmy i. Když je na trhu

- 1 firma, máme monopol, který čelí tržní poptávce,
- mnoho firem, poptávka po produkci jedné firmy je velmi elastická a situace na trhu se blíží dokonalé konkurenci s $p(Y) = MC(y_i)$.

Bertrandův model

Bertrandův model je simultánní hra, ve které

- hráči jsou firmy,
- akce jsou ceny produkce,
- preference hráčů jsou dané zisky firem.

Firmy maximalizující zisk si zároveň volí ceny produkce.

Nashova (Bertrandova) rovnováha je taková kombinace cen firem, při které každá firma reaguje optimálně na ceny ostatních firem.

Bertrandova rovnováha: Při cenách produkce, které zvolily ostatní firmy, volí každá firma cenu produkce, která maximalizuje její zisk.

Bertrandova rovnováha se 2 firmami

Základní verze Bertrandova modelu:

- dvě firmy,
- stejné konstantní mezní náklady $MC_1(y_1) = MC_2(y_2) = c$,
- identický produkt – inverzní tržní poptávka $p = a - b(y_1 + y_2)$. Poptávka po produkci firmy $i = 1, 2$ pro $i \neq j$ a $p_1, p_2 < a$ je

$$y_i = \begin{cases} 0 & \text{když } p_i > p_j, \\ \frac{a-p_i}{2b} & \text{když } p_i = p_j, \\ \frac{a-p_i}{b} & \text{když } p_i < p_j, \end{cases}$$

Nashova (Bertrandova) rovnováha je (p_1^*, p_2^*), kde $p_1^* = p_2^* = c$.

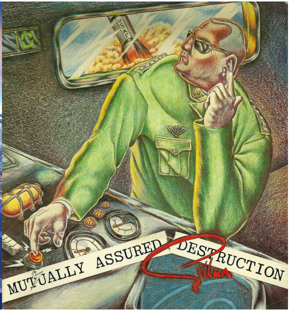
Kdyby při ceně firmy j $p_j^* = c$ firma i

- zvýšila cenu, neprodala by nic (nepolepší si),
- snížila cenu, byla by ve ztrátě (pohorší si).

Sekvenční hra

Sekvenční hra obsahuje

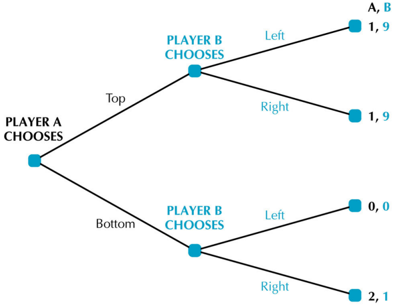
- množinu hráčů,
- množinu konečných historií,
- hráčskou funkci, která určuje, kdo je kdy na tahu,
- preference nad množinou konečných historií u každého hráče.



Příklad sekvenční hry

Máme sekvenční hru, která obsahuje

- hráče A a B,
- množinu konečných historií (TL, TR, BL, BR),
- hráčskou funkci: první na tahu je hráč A, pak hráč B,
- preference hráčů jsou dané výplatami pro všechny historie:
    - hráč A má preference $BR \succ TL \sim TR \succ BL$,
    - hráč B má preference $TL \sim TR \succ BR \succ BL$.



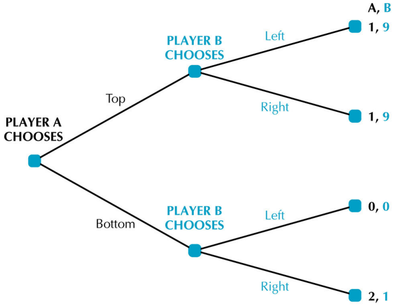
Dokonalá rovnováha vzhledem k podhrám (SPE)

Tato hra má dvě Nashovy rovnováhy TL a BR, pouze BR je **dokonalá rovnováha vzhledem k podhrám (SPE)**.

SPE (Subgame Perfect Equilibrium) je profil akcí, ve kterém každý hráč v každé podhře (t.j. v každém okamžiku, kdy je na tahu) hraje optimální akci při akcích ostatních hráčů.

Hru řešíme zpětnou indukcí:

- Hráč B volí podle své reakční funkce: $f_B(T) = L, R$ a $f_B(B) = R$.
- Hráč A si zvolí B, protože $BR \succ TL \sim TR$.

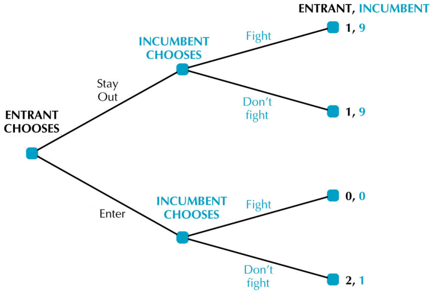


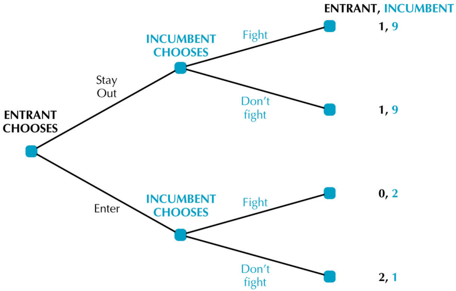
Příklad – zabraňování vstupu

Hra se stejnou strukturou jako předchozí příklad. Jiná motivace.

Kdyby byly výplaty stejné jako v předchozí hře (obrázek vlevo), *entrant* vstoupí a *incumbent* se rozhodne nebojovat.

Incumbent si ale může vybudovat výrobní kapacity, které jako monopol nebude využívat, ale vyplatí se mu bojovat, když *entrant* vstoupí, protože preferuje (Enter, Fight) před (Enter, Don't fight).





Stackelbergův model

Stackelbergův model (množstevní vůdcovství) je sekvenční hra, kde

- hráči jsou firmy – vůdce a následovník,
- vůdce si volí množství produkce první a následovník druhý,
- preference hráčů jsou dané zisky firem.

Příklady:

- v odvětví je jedna dominantní firma, která si buduje kapacity
- modely se vstupem a budováním kapacit (přístavy)

Stackelbergova rovnováha je (SPE) – vůdce si volí optimální množství při známé reakční funkci následovníka.

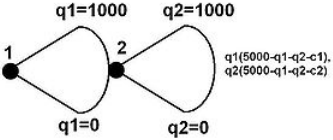
Stackelbergova rovnováha

Základní verze Stackelbergova modelu:

- firma 1 je vůdce a firma 2 je následovník,
- nulové náklady – $c_1(y_1) = 0$ a $c_2(y_2) = 0$,
- identický produkt – inverzní tržní poptávka je $p = a - b(y_1 + y_2)$.

Zpětná indukce:

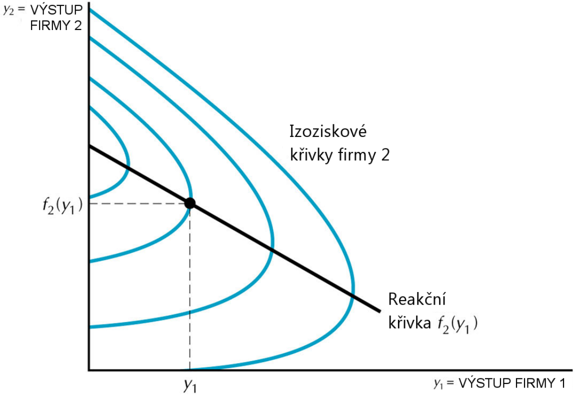
- Pro každý možný výstup vůdce si následovník volí množství produkce, které maximalizuje jeho zisk (reakční funkce firmy 2).
- Vůdce si zvolí takové množství produkce, které maximalizuje jeho zisk při známé reakci následovníka.



Stackelbergova rovnováha (pokračování)

Následovník maximalizuje zisk $\pi_2(y_1, y_2)$. Z podmínky prvního řádu $a - 2by_2^* - by_1 = 0$ vypočítáme reakční funkci firmy 2

$$f_2(y_1) = y_2^* = \frac{a - by_1}{2b}.$$



Stackelbergova rovnováha (pokračování)

Vůdce pak řeší maximalizační problém

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2)y_1 - c_1(y_1) \quad \text{při omezení } y_2 = f_2(y_1).$$

Substitucí získáme neomezenou maximalizační úlohu

$$\max_{y_1} p(y_1 + f_2(y_1))y_1 - c_1(y_1).$$

Dosazením do rovnice zisku vůdce dostaneme

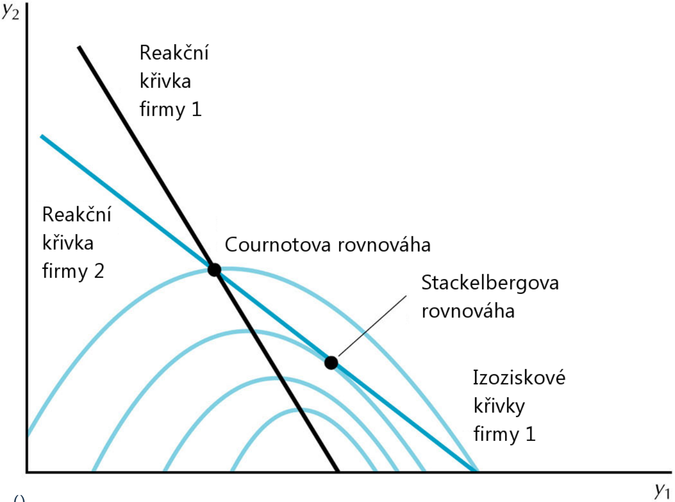
$$\pi_1 = \left[a - b\left(y_1 + \frac{a - by_1}{2b}\right)\right]y_1 = \frac{a}{2}y_1 - \frac{b}{2}y_1^2.$$

Z podmínky prvního řádu $a/2 - by_1 = 0$ získáme optimální množství vůdce $y_1^* = \frac{a}{2b}$ a z reakční funkce následovníka vypočítáme optimální množství následovníka

$$y_2^* = \frac{a - b\frac{a}{2b}}{2b} = \frac{a}{4b}.$$

Stackelbergova rovnováha je tedy $(y_1^*, y_2^*) = (a/(2b), a/(4b))$.

Vůdce si nevolí množství produkce na své reakční křivce, musí tedy nějak udělat závazek o svém množství produkce.



Cenové vůdcovství

Cenové vůdcovství je sekvenční hra, ve které

- hráči jsou firmy,
- nejdřív si volí cenu vůdce a pak následovník(ci),
- preference hráčů jsou dané zisky firem.

Příklad: V odvětví je jedna dominantní firma, která rozesílá katalogy.

Způsob řešení: dokonalá rovnováha vzhledem k podhrám (SPE) – vůdce si volí optimální cenu při známé reakční funkci následovníka.

Cenové vůdcovství s identickým produktem

Základní verze modelu cenového vůdcovství:

- firma 1 je vůdce a firma 2 je následovník,
- vůdce má konstantní mezní náklady c a následovník má rostoucí funkci mezních nákladů,
- identický produkt.

Zpětná indukce:

- Následovník bude prodávat za cenu vůdce $p_2 = p_1$ a bude chtít nabízet takové množství produkce, aby maximalizoval svůj zisk.
- Vůdce si zvolí cenu produkce, která maximalizuje jeho zisk při známém nabízeném množství produkce následovníka.

Cenové vůdcovství s identickým produktem (pokračování)

Následovník přijme cenu vůdce p_1 a zvolí množství produkce, aby

$$\max_{y_2} p_2 y_2 - c_2(y_2).$$

Z podmínky prvního řádu odvodíme stejnou podmínku jako u dokonale konkurenční firmy

$$p_2 = MC_2(y_2).$$

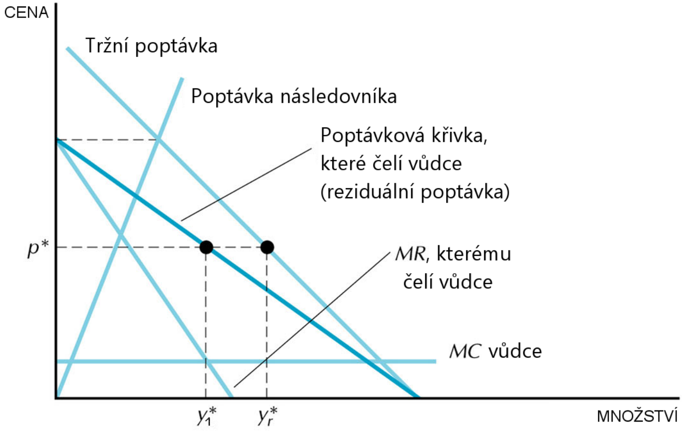
Reakční funkce následovníka je $y_2 = S_2(p_1)$, kde $S_2(p_1)$ je dokonale konkurenční nabídka následovníka.

Proč následovník zvolí cenu $p_2 = p_1$?

- Kdyby zvolil cenu $p_2 > p_1$, neprodal by nic.
- Kdyby zvolil cenu $p_2 < p_1$, měl by nižší zisk.

Cenové vůdcovství s identickým produktem (pokračování)

Vůdce čelí **reziduální křivce poptávky** $R(p_1) = D(p_1) - S_2(p_1)$. Vůdce si zvolí takovou cenu $p_1 = p^*$, při které bude maximalizovat zisk $\pi_1(p_1) = (p_1 - c)R(p_1)$, tedy při které $MC(y_1^*) = MR(y_1^*)$.



Příklad – cenové vůdcovství s identickým produktem

Poptávková křivka: $D(p) = a - bp$
Nákladová funkce vůdce: $c_1(y_1) = cy_1$
Nákladová funkce následovníka: $c_2(y_2) = y_2^2/2$

Mezní náklady následovníka jsou $MC_2(y_2) = y_2$. Následovník volí množství y_2, že $p_1 = MC_2(y_2)$. Nabídková funkce je $y_2 = S_2(p_1) = p_1$.

Reziduální poptávka po produkci vůdce je

$$R(p_1) = D(p_1) - S_2(p_1) = a - bp_1 - p_1 = a - (b+1)p_1.$$

Inverzní poptáva po produkci vůdce je

$$p_1 = \frac{a}{b+1} - \frac{1}{b+1}y_1.$$

Příklad – cenové vůdcovství s identickým produktem

Dál řešíme jako maximalizaci zisku monopolu, tedy

$$\max_{y_1} \left(\frac{a}{b+1} - \frac{1}{b+1} y_1 \right) y_1 - c y_1 \quad \text{při omezení } y_1 \geq 0.$$

Podmínka prvního řádu $MR_1 = MC_1$ je

$$\frac{a}{b+1} - \frac{2}{b+1} y_1 = c.$$

Optimální množství vůdce je

$$y_1^* = \frac{a - c(b+1)}{2}.$$

Rovnovážná cena a optimální množství následovníka je

$$p^* = y_2^* = \frac{a}{b+1} - \frac{1}{b+1} y_1^* = \frac{a + c(b+1)}{2(b+1)}.$$

APLIKACE: Konkurence a inovace

Aghion et al., „Competition, Imitation and Growth with Step-by-Step Innovation“, 2001, používají Bertrandův model se

- 2 firmami, které mohou používat různé technologie (různé MC),
- diferencovaným produktem – α měří míru substituovatelnosti,
- výdaji na RD, které souvisí s pravděpodobností inovace.

Step-by-step innovation: Když firma inovuje, její mezní náklady se vynásobí γ^{-1}, kde $\gamma > 1$ je parametr určující velikost inovace.

Firma 1, která je před firmou 2 náskok n technologických kroků, má relativní náklady $c_1/c_2 = \gamma^{-n}$. Např. pro $\gamma = 1,135$ a

- $n = 5$ je $c_1/c_2 = 0{,}5$,
- $n = 30$ je $c_1/c_2 = 0{,}022$.

APLIKACE: Konkurence a inovace (pokračování)

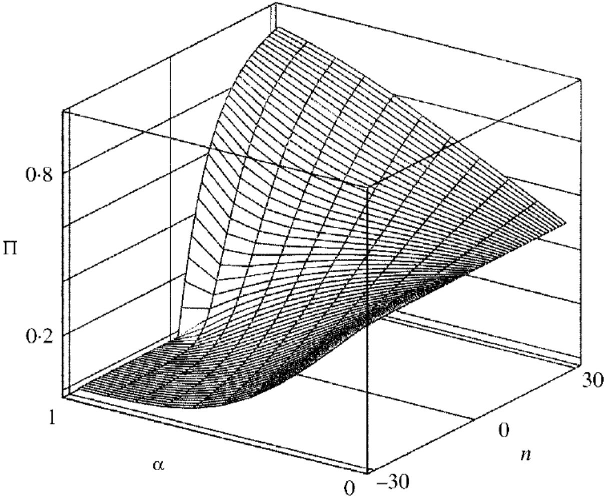


FIGURE 1

A firm's profit Π as a function of its technological lead n and the degree of competition α when $\gamma = 1{\cdot}135$

Shrnutí

- V Nashově rovnováze každý hráč reaguje optimálně na akce ostatních hráčů.
- Cournotova rovnováha je Nashova rovnováha hry, ve které firmy volí simultánně množství produkce.
- Bertrandova rovnováha je Nashova rovnováha hry, ve které firmy volí simultánně cenu produkce.
- U sekvenčních her můžeme zpětnou indukcí zjistit, které Nashovy rovnováhy jsou dokonalé rovnováhy vzhledem k podhrám (SPE).
- Stackelbergova rovnováha je SPE hry, ve které firmy volí sekvenčně množství produkce.
- Rovnováha v cenovém vůdcovství je SPE hry, ve které firmy volí sekvenčně cenu produkce.