# Směna a produkce

Varian: Mikroekonomie: moderní přístup, kapitoly 28, 29.7–9, 29.11–14
Varian: Intermediate Microeconomics, Chapters 31, 32.7–9, 32.11–14

# Na této přednášce se dozvíte

- co je to všeobecná rovnováha,
- jak vypadá všeobecná rovnováha v čisté směně,
- jak vypadá rovnováha v ekonomice s produkcí,
- co je to Walrasův zákon,
- co říkají první a druhá věta ekonomie blahobytu.

# Dílčí a všeobecná rovnováha

V předchozích přednáškách jsme ignorovali vliv cen ostatních statků na tržní rovnováhu.

**Analýza dílčí rovnováhy** zkoumá, jak cena statku ovlivňuje poptávané a nabízené množství tohoto statku.

V této přednášce se budeme zabývat všeobecnou rovnováhou.

**Analýza všeobecné rovnováhy** zkoumá, jak interakce poptávky a nabídky na více trzích ovlivňuje ceny mnoha statků.

Pro zjednodušení použijeme následující předpoklady. Máme

- dokonale konkurenční trhy (= všichni jsou příjemci ceny),
- pouze 2 statky a 2 spotřebitele.

# Model čisté směny

Nejdřív se budeme zabývat **čistou směnou**, tedy směnou mezi lidmi, kteří vlastní určité množství statků. Zatím ignorujeme produkci.

Máme dva spotřebitele A a B a dva statky 1 a 2.

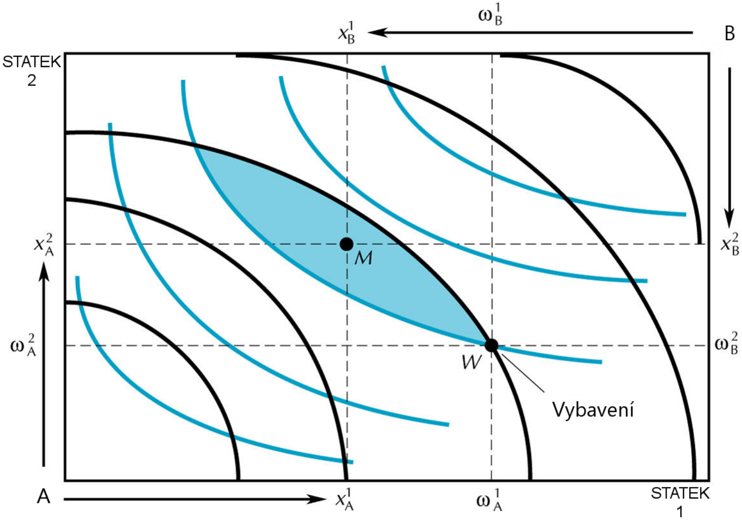
- $W_A = (\omega_A^1, \omega_A^2)$ je vybavení spotřebitele A,
- $W_B = (\omega_B^1, \omega_B^2)$ je vybavení spotřebitele B,
- $X_A = (x_A^1, x_A^2)$ je spotřební koš spotřebitele A,
- $X_B = (x_B^1, x_B^2)$ je spotřební koš spotřebitele B.

*Pár* spotřebních košů $X_A$ a $X_B$ je **alokace**. **Uskutečnitelná alokace** je taková alokace, kdy se spotřeba rovná dostupnému množství, tedy

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1,$$

$$x_A^2 + x_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2.$$

# Model čisté směny – Edgeworthův diagram



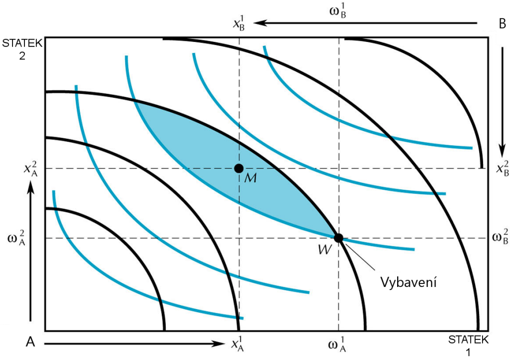
# Obchod

Obchod začíná v **počáteční alokaci** v bodě W. Spotřebitelé si polepší, když se posunou do libovolného bodu v modré oblasti.

Při posunu do bodu M

- spotřebitel A vymění $|x_A^1 - \omega_A^1|$ za $|x_A^2 - \omega_A^2|$.
- spotřebitel B vymění $|x_B^2 - \omega_B^2|$ za $|x_B^1 - \omega_B^1|$.

Bodem M bychom mohli znovu nakreslit IC a hledat alokaci, ve které si oba spotřebitelé polepší, atd.

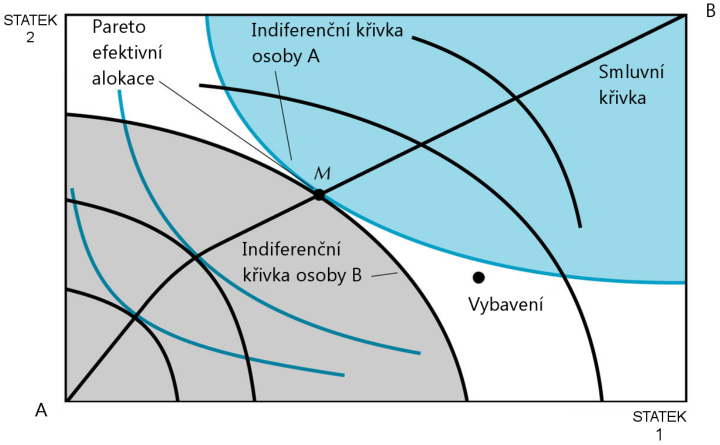



Nakonec dostaneme Pareto efektivní alokaci.

# Pareto efektivní alokace

Při **Pareto efektivní** alokaci si nemůže jeden spotřebitel polepšit, aniž by si druhý nepohoršil (bod, kde se dotýkají indiferenční křivky).

**Smluvní křivka** – množina všech Pareto efektivních alokací.



# Obchod na trhu

Když mohou spotřebitelé obchodovat libovolně, mohou skončit kdekoli na části smluvní křivky, kde si oba nepohorší oproti počáteční alokaci.

Když mají spotřebitelé

- dané relativní ceny (cenoví příjemci + předpoklad aukcionáře)
- stejné MRS v bodě dotyku IC (hladké, konvexní IC, vnitřní řešení)

skončí při daném vybavení právě v jedné Pareto efektivní alokaci.

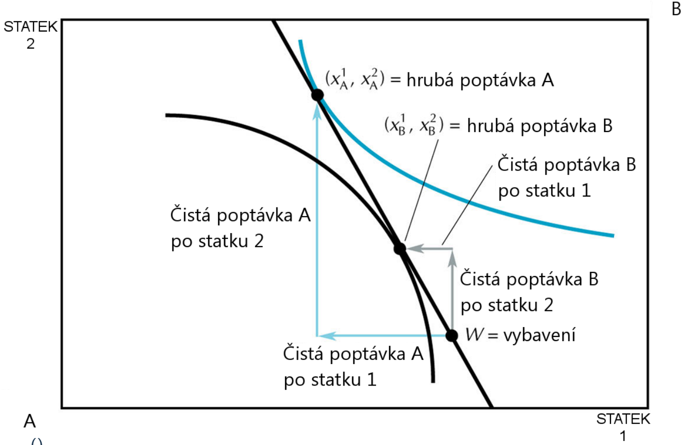
Když aukcionář nastaví ceny $(p_1, p_2)$, máme

- hrubou poptávku spotřebitele $(x)$,
- čistou poptávku spotřebitele $(x - \omega)$.

# Obchod na trhu (pokračování)

**Hrubá poptávka** spotřebitele A po statku 1 je $x_A^1$ a po statku 2 je $x_A^2$.

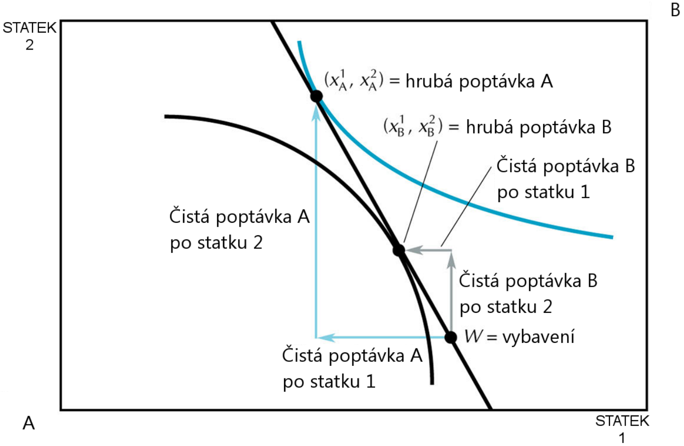
**Čistá poptávka** nebo **nadměrná poptávka** spotřebitele A po statku 1 je $e_A^1 = x_A^1 - \omega_A^1$ a po statku 2 je $e_A^2 = x_A^2 - \omega_A^2$.



# Obchod na trhu (pokračování)

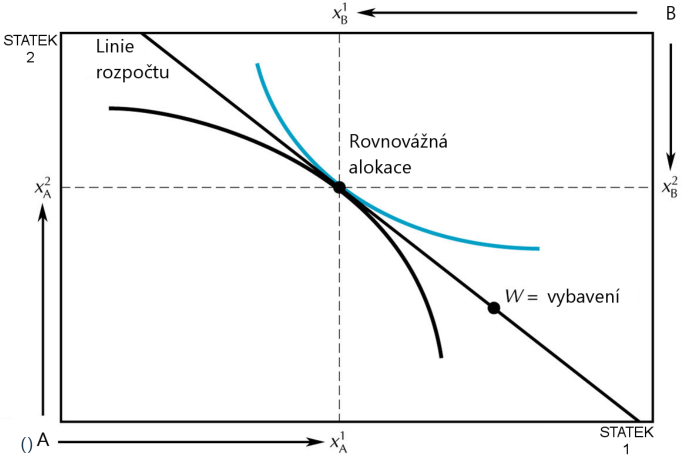
Pro $(p_1, p_2)$ na obrázku výše je trh v nerovnováze = nerovnají se

- čisté poptávky = jsou nabízena a poptávána jiná množství,
- hrubé poptávky a nabídky = spotřeba se nerovná vybavením.



Když aukcionář mění cenu tak, aby srovnal převis poptávky (nabídky), dostaneme **všeobecnou** nebo **Walrasiánskou rovnováhu**.

V rovnováze se rovnají sklony BL a IC: $\text{MRS}_A = -p_1/p_2 = \text{MRS}_B$.



# Všeobecná rovnováha

Pro rovnovážné ceny $(p_1^*, p_2^*)$ platí, že se poptávka rovná nabídce, tedy

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1,$$

$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2.$$

Pro rovnovážné ceny $(p_1^*, p_2^*)$ platí, že **agregátní nadměrné poptávky** po statcích 1 a 2 jsou

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^1 - \omega_B^1 = 0,$$

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^2 - \omega_B^2 = 0.$$

# Walrasův zákon

**Walrasův zákon:** Pokud se poptává celé vybavení obou spotřebitelů, součet hodnot nadměrných poptávek po statcích 1 a 2 musí být při libovolných cenách $(p_1, p_2)$ roven 0, neboli

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Z Walrasova zákona vyplývá, že když je jeden trh v rovnováze, musí být v rovnováze i druhý trh.

Pokud platí, že

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0 \text{ a } z_1(p_1^*, p_2^*) = 0,$$

pak musí při $p_2 > 0$ také platit, že

$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

# Důsledky Walrasova zákona

Abychom měli rovnováhu na $k$ trzích, stačí najít takové ceny, které zajistí rovnováhu na $k-1$ trzích.

Máme tedy jen $k-1$ nezávislých rovnic (nabídka = poptávce), ale na $k$ trzích máme $k$ cen.

Je možné tuto soustavu rovnic vyřešit?

Ano. V rovnováze můžeme jednu cenu nastavit na libovolné číslo. Nejčastěji nastavíme cenu $p_1 = 1$ (numeraire).

To znamení, že máme také jen $k-1$ nezávislých cen.

# Příklad – výpočet rovnováhy

Spotřebitelé A a B mají $u_A = \sqrt{x_A^1}\sqrt{x_A^2}$ a $u_B = \sqrt{x_B^1}\sqrt{x_B^2}$ a počáteční vybavení $(\omega_A^1, \omega_A^2) = (15, 4)$ a $(\omega_B^1, \omega_B^2) = (5, 11)$.

Abychom mohli najít rovnovážné ceny $(p_1^*, p_2^*)$, potřebujeme jednu cenu, např. cenu statku 2, určit jako numeraire $(p_2^* = 1)$.

Chceme najít rovnovážnou cenu $p_1^*$, při které se součet poptávek rovná součtu vybavení obou spotřebitelů:

$$x_A^1(p_1^*) + x_B^1(p_1^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1$$
$$x_A^2(p_1^*) + x_B^2(p_1^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2.$$

Dosazením za vybavení získáme

$$x_B^1(p_1^*) = 20 - x_A^1(p_1^*)$$
$$x_B^2(p_1^*) = 15 - x_A^2(p_1^*).$$

# Příklad – výpočet rovnováhy (pokračování)

Cobb–Douglasovy preference – hladké a konvexní IC a vnitřní řešení
$\Longrightarrow$ pro alokaci $(x_A^1(p_1^*), x_A^2(p_1^*))$ a $(x_B^1(p_1^*), x_B^2(p_1^*))$ platí, že

$$\mathrm{MRS}_A(x_A^1(p_1^*), x_A^2(p_1^*)) = \mathrm{MRS}_B(x_B^1(p_1^*), x_B^2(p_1^*)$$

$$-\frac{x_A^{2\,*}(p_1^*)}{x_A^{1\,*}(p_1^*)} = -\frac{x_B^{2\,*}(p_1^*)}{x_B^{1\,*}(p_1^*)}$$

$$\frac{x_A^2(p_1^*)}{x_A^1(p_1^*)} = \frac{15 - x_A^2(p_1^*)}{20 - x_A^1(p_1^*)}$$

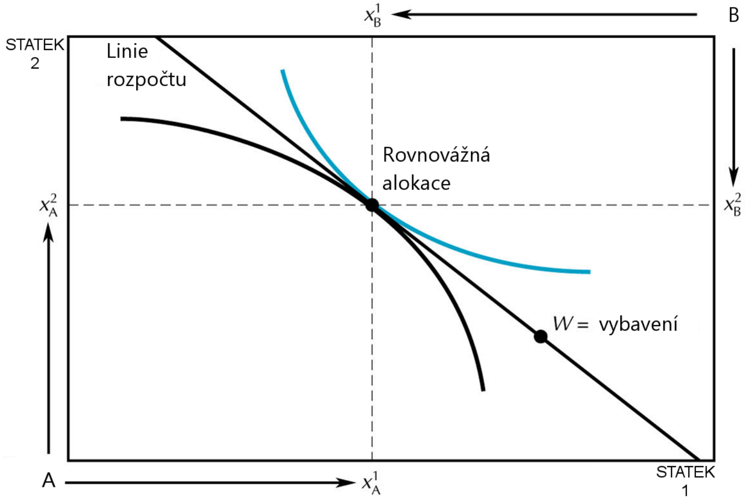
$$x_A^2(p_1^*) = \frac{3}{4} x_A^1(p_1^*).$$

Protože v rovnovážné alokaci platí, že sklon IC se rovná sklonu BL:

$$\mathrm{MRS}_A(x_A^1(p_1^*), x_A^2(p_1^*)) = -p_1^*$$

$$p_1^* = \frac{3}{4}.$$

# Příklad – výpočet rovnováhy (graf)



# Existence rovnováhy

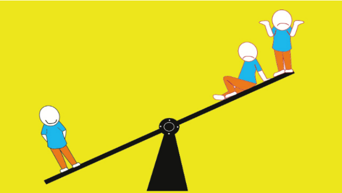
Existuje rovnováha vždy (pro všechny užitkové funkce a vybavení)?

Existuje, pokud je agregátní nadměrná poptávková funkce spojitá.

To znamená, že malé změny v relativních cenách povedou k malým změnám v převisech nabídky nebo poptávky na trzích.

To platí, když jsou

- individuální poptávky spojité, což vyžaduje konvexní preference,
- individuální poptávky nespojité, ale máme velké množství spotřebitelů (dokonale konkurenční trhy).



# Rovnováha a efektivnost

Nyní víme, za jakých podmínek existuje rovnováha a umíme najít rovnovážné ceny pro konkrétní počáteční alokace a užitkové funkce.

Je ale tato rovnováha Pareto efektivní? Ano. V rovnováze se indiferenční křivky dotýkají. Paretovské zlepšení tedy není možné.

**První věta ekonomie blahobytu** – všechny dokonale konkurenční tržní rovnováhy jsou Pareto efektivní.

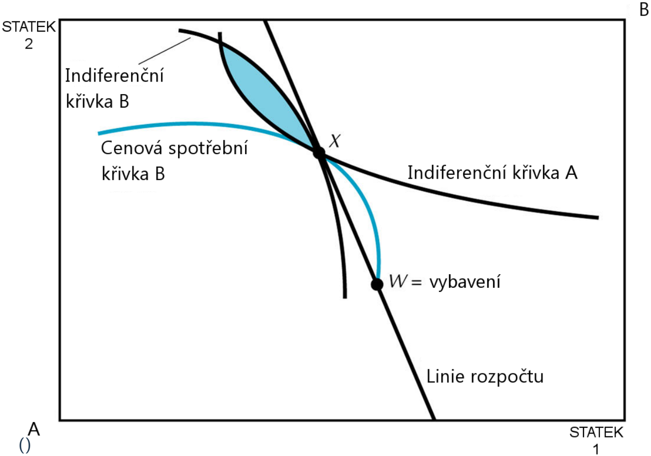
První věta ekonomie blahobytu platí, pokud

- zde není spotřební externalita (každému spotřebiteli záleží jen na jeho spotřebě),
- se spotřebitelé chovají dokonale konkurenčně a existuje dokonale konkurenční rovnováha.

# Příklad – neefektivnost monopolu

Monopol – jeden spotřebitel určuje ceny a druhý je přijímá.

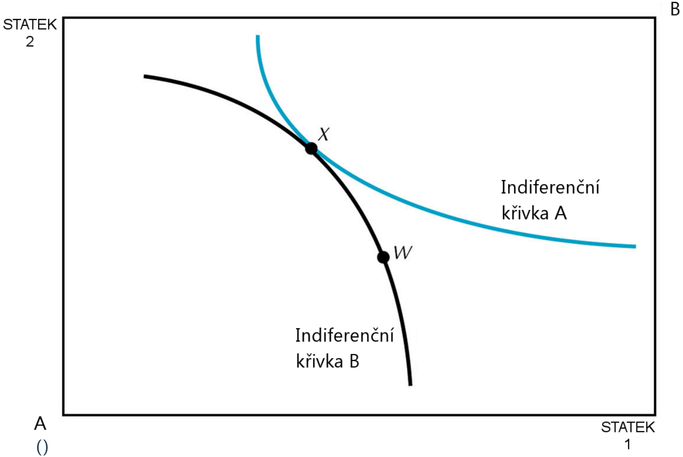
Monopolista (spotřebitel A) volí bod na cenové spotřební křivce spotřebitele B, který mu přináší nejvyšší užitek.



# Příklad – efektivnost dokonale diskriminujícího monopolu

Dokonale diskriminující monopol (A) prodává každou jednotku produktu za maximální cenu, kterou je B ochotný zaplatit.

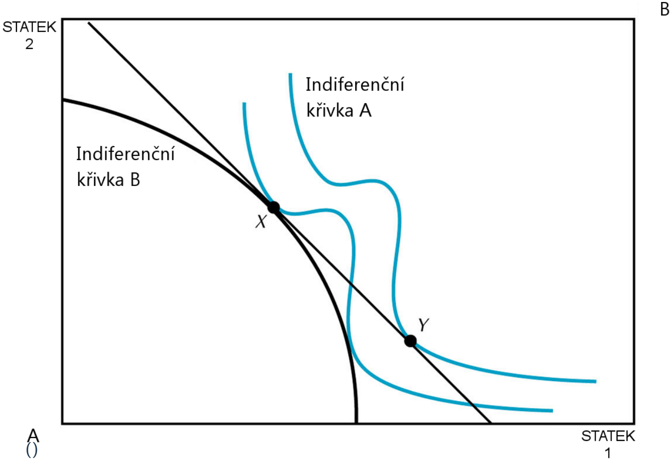
Zvolí si bod na $IC_B$ procházející W, který mu přináší největší užitek.



# Efektivnost a rovnováha

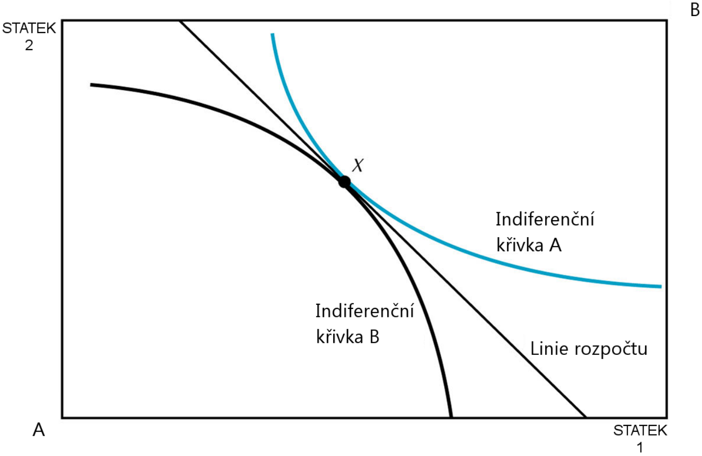
První věta blahobytu = rovnováha na doko trhu je Pareto efektivní.

Funguje to i naopak? Je každá Pareto efektivní alokace i tržní rovnováha? Není, když mají spotřebitelé nekonvexní preference.



# Efektivnost a rovnováha (pokračování)

**Druhá věta ekonomie blahobytu** – pokud mají všichni spotřebitelé konvexní preference, existuje vždy množina cen a vybavení, pro které je každá Paretovo efektivní alokace tržní rovnováha.



# Důsledky první věty ekonomie blahobytu

První věta – dokonale konkurenční trh, na kterém každý spotřebitel maximalizuje užitek, povede k Pareto efektivní alokaci.

Když máme velké množství lidí, dokonale konkurenční trhy snižují množství informací, které potřebuje každý člověk znát.

Když spotřebitelé znají ceny a trh najde dokonale konkurenční ceny, vznikne Pareto efektivní alokace.

# Důsledky druhé věty ekonomie blahobytu

Druhá věta – za určitých podmínek může vzniknout na dokonale konkurenčním trhu libovolná Pareto efektivní alokace.

Můžeme oddělit problémy efektivnosti a distribuce. Můžeme si zvolit, jak chceme rozdělit spotřebu mezi lidi, a stále mít efektivní alokaci.

Jak? Pomocí konkurenčního trhu se můžeme z určitých počátečních vybavení dostat do libovolné Pareto efektivní alokace.

Pokud přerozdělením získáme vhodnou počáteční alokaci a necháme trh najít rovnovážné ceny, spotřebitelé ve směně dosáhnou Pareto efektivní alokace.

# Důsledky druhé věty ekonomie blahobytu (pokračování)

Praktický problém: Jak nastavit daňový systém tak, aby posunul počáteční alokaci požadovaným směrem?

Je obtížné uvalit vyšší paušální daň na lidi s vyšším vybavením, když jejich vybavení spočívá v hodnotě práce, kterou by mohli nabídnout.

Když zdaníme hodnotu jejich práce, budeme mít distorzní daň
= daň změní množství nabízené práce.

Pokud chceme mít efektivní alokaci zdrojů, ceny by měly odrážet relativní vzácnost statků a neměly by sloužit k přerozdělování.

# Produkce

Doposud jsme předpokládali, že je množství statků určených ke spotřebě dané a pouze se rozděluje mezi spotřebitele.

Nyní bude množství statků určených ke spotřebě záviset na produkčních rozhodnutích firem.

Obě věty ekonomie blahobytu platí i v ekonomice s produkcí, pokud

- zde nejsou výrobní externality,
- pokud existuje dokonale konkurenční rovnováha,
- pokud nejsou na velkém rozsahu produkce rostoucí výnosy.

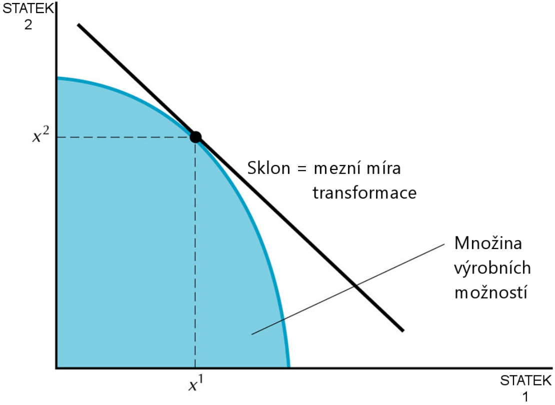
# Produkce (pokračování)

Máme firmy, které vyrábí statky 1 a 2. Když použijí všechny dostupné zdroje, můžou vyrobit různé kombinace těchto statků.

Kombinace statků, které může firma vyrobit při daných zdrojích, se nazývá **množina výrobních možností**.

Hranice této množiny je **hranice výrobních možností** (PPF).

Sklon hranice výrobních možností je **mezní míra transformace** (MRT).



# Rovnováha v produkci a ve směně

Dva způsoby, jak směňovat jeden statek za druhý:

- spotřebitelé můžou směňovat v poměru daném cenami,
- při výrobě je možné nahrazovat statky v poměru daném MRT.

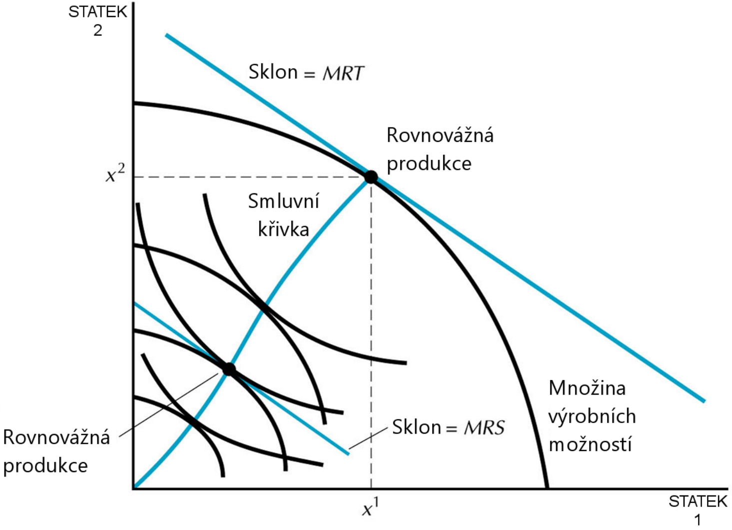
Pro alokace na smluvní křivce platí, že $\mathrm{MRS}_A = -p_1^*/p_2^* = \mathrm{MRS}_B$.
Co kdyby při dané výrobě platilo, že $\mathrm{MRS}_A = \mathrm{MRS}_B \neq \mathrm{MRT}$?

Tato rovnováha by nebyla Pareto efektivní, protože by si oba spotřebitelé mohli polepšit při změně struktury výroby.

Při Pareto efektivní alokaci v ekonomice s produkcí musí platit, že

$$\mathrm{MRS}_A = -\frac{p_1^*}{p_2^*} = \mathrm{MRS}_B = \mathrm{MRT}.$$

# Produkce a Edgeworthův diagram



# Příklad – Robinson, Pátek a Trosečník a.s.

V tomto příkladu máme

- 2 spotřebitele – Robinsona Crusoe $R$ a Pátka $P$,
- 2 výrobní faktory – práci Crusoa $L_R$ a práci Pátka $L_P$,
- 2 statky – kokosové ořechy $C$ a ryby $F$,
- 1 firmu, Trosečník a.s., která vyrábí oba statky.

Robinson a Pátek pracují v Trosečníku a jsou také jediní akcionáři a zákazníci této firmy.

# Příklad – Robinson, Pátek a Trosečník a.s. (pokračování)

Trosečník řeší maximalizační problém

$$\max_{C,F,L_C,L_F} p_C^* C + p_F^* F - w_R^* L_R - w_P^* L_P$$

při omezení daném množinou produkčních možností.

Předpokládáme, že je pro firmu optimální najmout $L_R^*$ a $L_P^*$ a při daných mzdách jsou náklady na práci $L^*$. Zisk Trosečníka je pak

$$\pi = p_C^* C + p_F^* F - L^*.$$

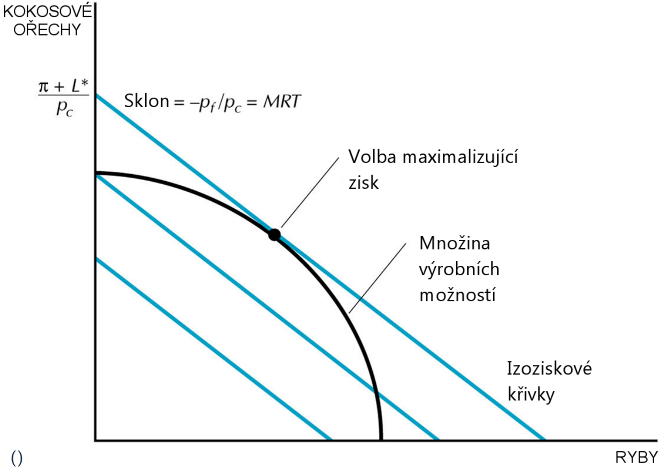
Ze ziskové funkce můžeme odvodit izoziskové linie

$$C = \frac{\pi + L^*}{p_C^*} - \frac{p_F^* F}{p_C^*}.$$

# Příklad – Robinson, Pátek a Trosečník a.s. (pokračování)

Trosečník si volí bod z množiny výrobních možností, který se dotýká nejvyšší izoziskové linie (předpokládáme fixní náklady $L^*$).

Izozisková funkce musí být tečna PPF, tedy MRT $= -p_F^*/p_C^*$.



# Příklad – Robinson, Pátek a Trosečník a.s. (pokračování)

Robinson a Pátek jako spotřebitelé dostávají mzdu a zisky. Mohou si tak koupit celý produkt Trosečníka (variace Walrasova zákona).

V rovnováze si každý koupí nejvíce preferovanou kombinaci $C$ a $F$. Když mají konvexní preference, bude $\mathrm{MRS}_R = \mathrm{MRS}_P = -p_F^*/p_C^*$.

V rovnováze je tedy $\mathrm{MRS}_R = \mathrm{MRS}_P = \mathrm{MRT}$.

<u>Závěr:</u>

Společenský problém efektivního využívání zdrojů může být vyřešen na individuální úrovni.

Když jednotlivé firmy maximalizují zisk a jednotliví spotřebitelé maximalizují užitek a trh určí dokonale konkurenční ceny, výsledná rovnováha bude Pareto efektivní.

## Shrnutí

- Za určitých podmínek existuje dokonale konkurenční rovnováha na všech trzích.
- Za určitých podmínek platí, že je dokonale konkurenční rovnováha Pareto efektivní (1. věta) a že každá Pareto efektivní alokace může být dosažena na dokonale konkurenčním trhu (2. věta ekonomie blahobytu).
- Aby byla alokace Pareto efektivní, musí se mezní míry substituce rovnat sklonu linie rozpočtu a hranice výrobních možností.
- Výhoda dokonale konkurenčních trhů je, že decentralizovaná rozhodnutí spotřebitelů a firem efektivně alokují zdroje.