1 Kartel

1. Máme dvě firmy s nulovými náklady, které se simultánně rozhodují o množství produkce. Tyto firmy uzavřely kartel a maximalizují zisk v odvětví. Každá firma vyrábí kladné množství produkce a dostává polovinu zisku. Která z následujících tvrzení jsou pravdivá.
   a) V konečné opakované hře by každá z těchto firem chtěla zvýšit množství.
   b) V nekonečné opakované hře bude každá firma chtít vždy vyrábět stávající množství.
   c) Kartel bude vyrábět množství produkce, při kterém je cenová elasticita poptávky -1.
   d) Celkový výstup kartelu bude vyšší, než výstup Cournotova duopolu.

2. Dvě firmy vyrábějící vitamín C uzavřely kartel, který maximalizuje zisk v odvětví a rozděluje ho rovným dílem mezi jednotlivé firmy. Firma 1 má nákladovou funkci $c_1(y_1) = 10y_1$ a firma 2 má nákladovou funkci $c_2(y_2) = y_2^2$. Tržní poptávka po vitamínech je $D(p) = 40 - p$.
   a) Jaké množství budou vyrábět obě firmy?
   b) Jaká bude cena a zisk obou firem?
   c) Zakreslete situaci kartelu do grafu a v tomto grafu ukažte, v jakém vztahu jsou mezní příjmy a mezní náklady firem.

3. Dvě firmy vyrábějící prací prášek s náklady $c_1(y_1) = y_1^2$ a $c_2(y_2) = y_2^2$ uzavřely kartel, který maximalizuje zisk v odvětví. Tento kartel čelí tržní poptávce $y = 256/p^2$. Jaké množství produkce budou obě firmy vyrábět?

2 Nejistota

1. Mach má na prázdniny uspořeno 1 000 Kčs. Půlku této částky nosí pořád u sebe pro případ, kdyby se s Šebestovou ocitli v maléru a potřebovali by peníze. Potíž je v tom, že ty peníze s pravděpodobností 20 % ztratí. Naštěstí se Mach může pojistit u místní pojišťovny, která mu vyplatí částku K, pokud zaplatí pojistku $0,2K$. Mach má von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci $u(c_z, c_n, \pi_z, \pi_n) = \pi_z\sqrt{c_z} + \pi_n\sqrt{c_n}$, kde c_z (c_n) je jeho prázdninová spotřeba, když peníze ztratí (neztratí), a π_z (π_n) je pravděpodobnost, že peníze ztratí (neztratí).
   a) Jaké je Machovo rozpočtové omezení?
   b) Jak velké pojistné plnění K si Mach zvolí?
   c) Jak velké pojistné plnění by si Mach zvolil, pokud by pojišťovna zvýšila pojistné na $0,25K$?

2. Šebestová je neutrální k riziku. Na prázdniny si ušetřila 500 Kčs. Má však velmi staré kolo, které se jí s pravděpodobností 20 % ještě před prázdninami rozbije. Kdyby se jí rozbilo, musela by si na prázdniny koupit nové kolo a zbylo by jí pouze 250 Kčs. Šebestové se nyní naskytla příležitost koupit si za 75 korun pojištění, ze kterého by si před prázdninami mohla koupit nové kolo, pokud by se jí staré rozbilo. Bude mít Šebestová o toto pojištění zájem?

3. Horáček se rád sází. Protože je silnější, přinutil Pažouta, aby si s ním hodil mincí o všechno, co má. Pažout má nešetřeno 200 Kčs. Pokud vyhraje, bude mít 400 Kčs. Pokud prohraje, nebude mít nic. Pažout má von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci a jeho funkce užitku z bohatství x v každém výsledném stavu je $u(x) = \sqrt{x}$.
   a) Kolik korun by byl Pažout maximálně ochotný zaplatit Horáčkovi, aby se vyhnul této sázce?
   b) Byl by Horáček ochotný tuto nabídku přijmout, pokud má také našetřeno 200 Kčs, má von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci a jeho užitek z bohatství x je $u(x) = x^2$?

4. Kropáček nemá na prázdniny vůbec žádné peníze. Jeho jedinou nadějí je odměna za vysvědčení. Pokud bude mít samé jedničky, dostane od rodičů 400 Kčs. Pokud nebude mít samé jedničky, dostane pouze 100 Kčs. Když se bude Kropáček víc učit, vzroste pravděpodobnost S, že bude mít samé jedničky. S je ale zároveň studijní úsilí, které spolu s penězi na prázdniny P vstupuje do jeho užitkové funkce $U(S,P) = \sqrt{P} - 10S^2$.
   a) Jaké S si Kropáček zvolí, pokud maximalizuje von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci?
   b) Co by se stalo s Kropáčkovým studijním úsilím, kdyby měl od Vánoc nešetřeno 300 Kčs? Zvýšilo by se, nebo by se snížilo?

3 Asymetrické informace

1. V Brně se prodává 1 000 ojetých aut. Všichni ví, že 50 % z nich jsou dobrá auta a 50 % špatná auta. Vlastníci špatných aut jsou ochotní je prodat za 10 000 Kč a vlastníci dobrých aut za 100 000 Kč. Na trhu je velké množství rizikově neutrálních nakupujících, kteří nepoznají dobré auto od špatného a jsou ochotní zaplatit za špatná auta 50 000 a za dobrá auta 140 000 Kč.
   a) Jaká auta se budou v rovnováze obchodovat a za jakou cenu? Vysvětlete.
   b) Co se stane, když se podíl dobrých aut zvýší z 50 na 60 %?

2. V Bratislavě se prodává 2 000 ojetých aut. Pro každé $V \in (0, 4\,000)$ platí, že počet aut, jejichž hodnota je menší než V euro, je $V/2$. Tedy např. 2 000 aut má menší hodnotu než 4 000 euro nebo 1 000 aut menší hodnotu než 2 000 euro (rovnoměrné rozdělení). Prodejci aut znají hodnotu svých aut a jsou ochotní auta prodat za jakoukoli cenu. Rizikově neutrální nakupující hodnotu aut neznají.
   a) Za jakou cenu se budou auta prodávat a jaký bude celkový příjem z prodeje aut?
   b) Předpokládejte, že existuje důvěryhodný mechanik, který za 400 euro zjistí hodnotu auta. Jakou nejnižší hodnotu musí mít auto, které v rovnováze nechají prodejci u tohoto mechanika odhadnout?
   c) Jaký bude celkový zisk (příjmy mínus náklady za mechanika) vlastníků aut nyní?

3. Velká pohřební služba zaměstnává dva typy hrobníků. Hodnota měsíční práce hrobníků prvního typu je 27 000 Kč a hrobníků druhého typu je 24 000 Kč za měsíc.
   a) Jak velká bude tržní mzda hrobníků na dokonale konkurenčním trhu práce, pokud tato firma není schopná dopředu zjistit typ hrobníků, ale ví, že obou typů zaměstnává stejně?
   b) Firma hrobníky přihlásí na hrobnické zkoušky, jejichž úspěšné absolvování však nezvýší jejich produktivitu. Aby uspěli, musí správně zodpovědět 50 otázek v testu. Hrobník prvního typu potřebuje na každou správnou odpověď studovat 8 hodin a hrobník druhého typu 10 hodin. Pro všechny hrobníky je hodina studia stejně nepříjemná jako snížení měsíčního příjmu o 7 Kč. Má tato hra separační nebo společnou rovnováhu? Jaké budou rovnovážné mzdy hrobníků? Vysvětlete.
   c) Co by se stalo, kdyby stát zvýšil počet otázek potřebných pro úspěšné složení zkoušky na 60? Jaký typ rovnováhy by vznikl v tomto případě? Jaké by byly mzdy horníků?

4. Bolek má užitkovou funkci $C - 10L^2$, kde C je spotřeba a L jsou hodiny práce za den. Ve městě pracuje 8 hodin denně a vydělá 1 000 Kč za den. Nyní se mu naskytla příležitost si v Olšanech pronajmout farmu, na které může pracovat, kolik hodin denně chce, a jeho příjem z prodeje plodin bude $240L$.
   a) Jaký nejvyšší denní pronájem R po něm může vlastník farmy chtít?
   b) Bolkovi takové svobodné podnikání nesedí a chce se nechat zaměstnat. Jakou hodinovou mzdu w mu vlastník farmy nabídne. Byl by mu Bolek ochotný za tuto změnu podmínek něco zaplatit?

4 Všeobecná rovnováha

1. Boris a Steffi oba spotřebovávají statky 1 a 2 a mají užitkovou funkci $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$. Boris má počáteční vybavení 6 jednotek statku 1 a 9 jednotek statku 2. Steffi má počáteční vybavení 9 jednotek statku 1 a 6 jednotek statku 2.
   a) Jaká je rovnovážná cena statku 2, když je statek 1 numeraire ($p_1^* = 1$)?
   b) Jaká je Pareto efektivní alokace statků 1 a 2?
   c) Nakreslete Edgeworthův diagram a vyznačte v něm počáteční alokaci W a konečnou alokaci X. Jaký tvar bude mít smluvní křivka?

2. Chobotničky z druhého patra, Modrá a Zelená, spotřebovávají elektřinu a plastelínu a mají stejné Cobb-Douglasovy užitkové funkce. Počáteční vybavení Modré je 2 jednotky elektřiny a 2 jednotky plastelíny. Zelená má vybavení 8 jednotek elektřiny a 3 jednotky plastelíny. Nakreslete jejich Edgeworthův diagram a smluvní křivku. V jakém poměru budou Modrá a Zelená spotřebovávat elektřinu a plastelínu?

3. Robinson a Pátek jsou jediní dva lidé na opuštěném ostrově, na kterém jsou pouze dva statky, banány B a křepelky K. Robinson je z civilizace zvyklý na vyváženou stravu. Jeho užitková funkce je $U_R(B_R, K_R) = B_R K_R$. Pátek vyrostl v tvrdých podmínkách, a tak hledí jen na nutriční hodnotu

potravin. Jeho užitková funkce je $U_P(B_P, K_P) = B_P + 2K_P$. Robinsonovo počáteční vybavení je 4 banány a 10 křepelek a Pátkovo počáteční vybavení 10 banánů a 4 křepelky.
a) Jaká je rovnovážná cena křepelek, když jsou banány numeraire ($p^*_B = 1$)?
b) V jakém poměru bude Robinson v rovnováze konzumovat banány a křepelky?
c) Jaká bude konečná alokace?
d) Nakreslete Edgeworthův diagram a vyznačte v něm počáteční alokaci W a konečnou alokaci X.

4. Spotřebitelé A a B spotřebovávají pouze statky x a y. Spotřebitel A má užitkovou funkci $U_A(x_A, y_A) = x_A + 3y_A$ a spotřebitel B má užitkovou funkci $U_B(x_B, y_B) = 5(3x_B + 9y_B)^2$. Jak bude vypadat množina Pareto efektivních alokací?

5. Fidel a Che spotřebovávají kolu K a rum R. Fidel si oba nápoje míchá přesně v poměru 1:1. Má užitkovou funkci $U_F(K_F, R_F) = \min\{K_F, R_F\}$. Che může tyto nápoje míchat v různých poměrech. Jeho užitková funkce je $U_C(K_C, R_C) = K_C R_C$. Fidel má 5 litrů rumu a 7 litrů koly. Che má 5 litr rumu a 3 litry koly.
a) Jaká bude rovnovážná cena koly, když rum je numeraire?
b) Jaká bude konečná alokace?
c) Nakreslete Edgeworthův diagram a vyznačte v něm počáteční alokaci W a konečnou alokaci X. Jaký tvar bude mít smluvní křivka?
d) Změnila by se rovnovážná cena koly, kdyby Fidel měl místo 5 litrů 7 litrů rumu? Vysvětlete pomocí Edgeworthova diagramu.

6. Laurel a Hardy spotřebovávají buřinky B a dorty D, kterými po sobě hází. Laurel má užitkovou funkci $U_L(B_L, D_L) = 2\sqrt{B_L} + D_L$ a Hardy má užitkovou funkci $U_H(B_H, D_H) = 4\sqrt{B_H} + D_H$. Laurel nyní vlastní 3 buřinek a 30 dortů. Hardy má 7 buřinky a 70 dortů. Kolik buřinek bude spotřebovávat Laurel v Pareto efektivní alokaci, ve které oba spotřebovávají jak buřinky, tak dorty? Vyznačte smluvní křivku do Edgeworthova diagramu.

5 Řešení

5.1 Kartel

1. a) Pravda (Viz Varian str. 486)
b) Nepravda (Neplatí, že se to firmě musí vyplatit vždy, závisí na konkrétních hodnotách zisků a diskontním faktoru)
c) Pravda (Firma maximalizuje příjem, protože náklady jsou nulové, což se děja v bodě, kde je ealsticita jednotková)
d) Nepravda (Kartel se chová jako monopol)
2. a) Zapíšeme ziskovou funkci kartelu: $\Pi = y_1 p(y_i + y_2) + y_2 p(y_i + y_2) - c_1(y_1) - c_2(y_2)$ a hledáme y_1 ay_2, které maximalizují zisk (tj. uděláme parciální derivace a položíme rovny nule) $y_1 = 10$ a $y_2 = 5$.
b) $p = 25$, $\pi_1 = 125$ a $\pi_2 = 125$.
3. Viz předchozí $y_1 = y_2 = 2$

5.2 Nejistota

1. (řešení viz Varian str. 223)
a) $c_z + 4c_n = 4\,500$.
b) $K = 500$ Kčs.
c) $K \doteq 70$ Kčs.
2. Pokud je neutrální k riziku, pak její užitková funkce je $U = 0,2(250 + K - \gamma K) + 0,8(500 - \gamma K)$. Stačí zjistit zda preferuje situaci s pojištěním, kde K je 250 a γK 75 nebo situaci bez pojištění.
3. Viz Varian str. 222-223
a) Hledáte částku při které na tom Pažout bude stejně (tj. bude mít stejný užitek) jako když je vystaven sázce. Potom 200 Kčs (tolik má) minus tato částka je jeho ochota zaplatit. Výsledek je 100 Kčs.

b) Porovnáte užitek v případě sázky a v případě, kdy má 300 Kčs (200 má původně + 100 dostane od Pažouta) s jistotou. Ano, byl.

4. Sestavte von Neumann-Morgensternovu uužitkovou funkci a najděte maximum pro S.
   a) $K = 1/2$.
   b) Snížilo by se.

5.3 Asymertické informace

1. a) (Viz Varian str. 623-624) Budou se prodávat pouze špatná auta za cenu 50 000 Kč, tj. za rezervační cenu kupujících. Kupujících je totiž velké množství, což znamená dokonalou konkurenci na straně kupujících.
   b) Prodají se všechna ojetá auta za 104 000 Kč.
2. a) Nejvyšší hodnota nabízeného auta je 4000. Cena, kterou jsou kupující ochotni zaplatit je střední hodnota rovnoměrného rozdělení od 0 do 4000, tj. 2 000 euro. Celkový příjem je 4 000 000 euro.
   b) Hledáme hodnotu auta x, jehož vlastník je indiferentní mezi situacím kdy prodá auto bez technikova odhadu a situacím kdy si jej nechá odhadnout. Pokud si jej nechá odhadnout získá $x - 400$. Pokud si jej nenech8 odhadnou, pak se auto prodá za střední hodnotu neodhadnutých aut, tj. za $(0 + x)/2$. V7sledek je 800 euro.
   c) 3 360 000 euro.
3. (Viz Varian kap. 34.6)
   a) 25 500 Kč.
   b) Separační rovnováhu. Rovnovážná mzda hrobníků prvního typu bude 27 000 Kč a hrobníků druhého typu 24 000 Kč.
   c) Společná rovnováha. Rovnovážná mzda hrobníků obou typů bude 25 500 Kč.
4. (Viz Varian kap. 34.7)
   a) $R = 1080$ Kč.
   b) $w = 240$ Kč. Ano. Bolek by mu byl ochotný zaplatit 1080 Kč ($K = -1080$).

5.4 Všeobecná rovnováha

1. (Viz Varian příklad na str. 507)
   a) $p_2^* = 2$.
   b) $(x_1^B, x_2^B) = (8, 8)$, $(x_1^S, x_2^S) = (7, 7)$.
   c) Smluvní křivka bude diagonála $x_2^B = x_1^B$.
2. (Viz Varian příklad na str. 507) $x_1 = 2x_2$.
3. Využijte skutečnosti, že v rovnováze se $MRS_P = MRS_R = P_1/P_2$
   a) $p_K^* = 2$.
   b) Bude konzumovat 2 banány s každou křepelkou.
   c) $(B_R, K_R) = (12, 6)$, $(B_P, K_P) = (2, 8)$.
   d) –
4. Indiferenční křivky obou jsou stejné a statky jsou dokonalé substituty. Množina Pareto efektivních alokací je celý Edgeworthův diagram.
5. Postupujte podobně jako v předchozích případech. Sestavte poptávky Fidela a Che po rumu a kole. Rovnováha je dána podmínkou, že se vyčistí trhy, tj. poptávky po každém statku se rovnají součtu vybavení.
   a) Cena koly bude 1 peso.
   b) Oba budou v rovnováze spotřebovávat 6 litrů obou nápojů.
   c) Smluvní křivka bude diagonála.
   d) Ano, změnila.
6. $B_L = 2$.