

## RBC model s nedělitelnou prací

Původní model, výsledky ze simulace

Proměnná $x_t$	Volatilita		Relativní vol.		Korelace $x_t$ s výstupem $y_t$	
	$\sigma_x$ (M)	$\sigma_x$ (D)	$\sigma_x/\sigma_y$ (M)	$\sigma_x/\sigma_y$ (D)	$\rho(y_t, x_t)$ (M)	$\rho(y_t, x_t)$ (D)
výstup $y_t$	1.351	1.72	1	1	1	1
spotřeba $c_t$	0.329	1.27	0.244	0.738	0.84	0.83
investice $i_t$	5.954	8.24	4.407	4.791	0.99	0.91
odprac. hodiny $h_t$	0.769	1.65	0.569	0.930	0.99	0.86

Technologický šok je velmi persistentní, způsobí spíše permanentní růst mzdy, nabídka práce reaguje málo (malá mezičasová substituce v nabídce práce) a volatilita hodin je malá.

Původní specifikace užitkové funkce

$$u(c_t, h_t) = \log(c) + \psi \log(1 - h)$$

### Nízká volatilita hodin v modelu

Řešení:

- opustit log specifikaci v užitkové funkci ( $\log(1 - h)$ ), dostat větší elasticitu nabídky práce  $\Rightarrow$  model s nedělitelnou nabídkou práce (lineární specifikace užitkové funkce)
- zavedení fluktuace zaměstnanosti (osob). V datech je fluktuace celkových hodin způsobena ze 2/3 změnami zaměstnanosti – extensive margin a 1/3 jsou změny v odpracovaných hodinách na pracovníka – intensive margin. (opět lineární užitková funkce z odpracovaných hodin)

Použijeme tuto specifikaci, kterou pak dále konkretizujeme

$$u(c_t, h_t) = \log(c_t) - v(h_t)$$

kde  $v(\cdot)$  je funkce.

Máme množinu ex-ante identických agentů (domácností). Domácnost buď pracuje na plný úvazek  $h_t = 1$  nebo nepracuje vůbec  $h_t = 0$ .

Jaké je odůvodnění tohoto tvaru užitkové funkce?

Dva ekvivalentní způsoby:

### Loterie

Každý agent hraje loterii,  $\pi_t$  je pravděpodobnost, že bude zaměstnán a bude pracovat,  $\pi_t \in (0, 1)$ . Agenti jsou ex-ante homogenní, čelí stejné pravděpodobnosti. Tím pádem  $\pi_t$  je také podíl (část) agentů, kteří jsou zaměstnáni. Agenti se mohou pojistit proti nezaměstnanosti (state contingent claims). Existuje plné pojištění v nezaměstnanosti – nezáleží na tom zda pracujete nebo ne, obdržíte stejné množství spotřeby. (Není možné se vyhýbat práci, jinak by agenti raději nepracovali a obdrželi stejnou spotřebu, proto loterie.)

## Sociální plánovač

Obdobně, sociální plánovač vybere část populace, která bude pracovat  $\pi_t$  a spotřebu  $c_t$ , kteří budou zaměstnaní i nezaměstnaní mít (opět poskytuje plné pojištění v nezaměstnanosti). Všichni čelí stejné pravděpodobnosti  $\pi_t$ , že budou vybráni.

### Příklad

Očekávaný užitek

$$E[u(c_t, h_t)] = E[\log(c_t) - v(h_t)]$$

Výsledkem je:

$$E[u(c_t, h_t)] = \log(c_t) - \psi\pi_t$$

kde  $[v(1) - v(0)] = \psi$ . Počet odpracovaných hodin (v produkční funkci) je část pracujících agentů  $\pi_t$  krát čas, který pracují (=1), tedy  $\pi_t = h_t$ . Jelikož jsou všichni agenti identičtí, je  $h_t$  i průměrný počet odpracovaných hodin jednoho agenta. Můžeme tedy psát

$$E[u(c_t, h_t)] = \log(c_t) - \psi h_t$$

Disutilita z práce je lineární, nabídka práce hodně reaguje na změny mezd.  $\psi$  je mezní disutilita z práce a je konstantní.

### Velikost spotřeby při plném pojištění

Agenti mají uzavřené pojištění v nezaměstnanosti. Ten, který jde do práce dostane  $w_t$ , nechá si jen část  $\pi_t w_t$  a zbytek  $(1 - \pi_t)w_t$  dá nezaměstnaným. Příjem nezaměstnaného je pouze z tohoto transferu ( $T$ ). Agregátně musí platit: počet nezaměstnaných x příjem = počet zaměstnaných x odevzdaný příjem. Transfer tedy řeší

$$(1 - \pi_t)T = \pi_t(1 - \pi_t)w_t$$
$$T = \pi_t w_t$$

Spotřeba (příjem) všech agentů je tedy stejný.

### Mezičasová substituce práce – jednoduchý příklad

Agenti žijí 2 období, nediskontují budoucnost ( $\beta = 1$ ) a spotřebovávají jen ve druhém období  $c_2$ . Žádná akumulace kapitálu, ale domácnost může uskladnit spotřebu do budoucna. Rozpočtové omezení  $c_2 = w_1 h_1 + w_2 h_2$ , kde  $w_1$  a  $w_2$  je mzda v prvním a druhém období. Srovnáme dvě užitkové funkce

$$\ln c_2 + \psi \ln(1 - h_1) + \psi \ln(1 - h_2)$$

a

$$\ln c_2 - \psi h_1 - \psi h_2$$

Řešení u první rovnice:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{1 - h_1}{1 - h_2}$$

když  $w_1 > w_2 \Rightarrow h_1 > h_2$ , dočasné zvýšení mzdy, zvýšení pracovního úsilí. Pokud podíl  $w_2/w_1$  není příliš velký pracují v obou obdobích. Malé změny  $w_2/w_1$ , ne příliš velké změny v nabídce práce.

Řešení u druhé rovnice: (plus předpoklad, že  $\psi > 1$ , aby omezení  $h_1, h_2 \leq 1$  nebylo závazné) Pokud  $w_1 = w_2$  jsou agenti indiferentní mezi prací v prvním a druhém období (dohromady dá nabídka práce  $\frac{1}{\psi}$ ).

Pokud  $w_1 > w_2$  pracují pouze v prvním období, pokud  $w_2 > w_1$  pracují pouze ve druhém období. Disutilita z jedné jednotky práce je  $\psi$  bez ohledu na to, kdy agent pracuje. Proto si vybere to období, kde je více produktivní. Konkrétně  $w_1 > w_2$ , pak  $h_2 = 0$ . Řešíme

$$\max[\ln(c_2) - \psi h_1] \quad c_2 = w_1 h_1$$

Tedy  $h_1 = \frac{1}{\psi}$  a  $c_2 = \frac{w_1}{\psi}$ . Shrnutí v tabulce.

Mzdy	$h_1$	$h_2$	$c_2$
$w_1 > w_2$	$\frac{1}{\psi}$	0	$\frac{w_1}{\psi}$
$w_1 < w_2$	0	$\frac{1}{\psi}$	$\frac{w_2}{\psi}$
$w_1 = w_2 = w$	$\in [0, \frac{1}{\psi}]$	$\in [0, \frac{1}{\psi}]$	$\frac{w}{\psi}$

Lineární užitková funkce z práce, pracovníci reagují velmi silně na změny ve mzdě (nepatrné odchýlení, velká změna nabídky práce). Částečně způsobeno abstrahováním od akumulace kapitálu a spotřeby v prvním období. Ale hlavní vliv je lineární disutilita z práce.

### Shrnutí

- Agenti ex-ante homogenní, ex-post heterogenita (pracuje nebo ne).
- Plné pojištění v nezaměstnanosti - všichni spotřebovávají stejně. (můžeme opět pracovat s reprezentativním spotřebitelem, poznámka o pojištění).
- Fluktuace celkových odpracovaných hodin je tažena fluktací v zaměstnanosti, nikoliv v hodinách (extrémní případ).
- Frischova elasticita nabídky práce (jak moc se změní nabízené množství práce při změně reálné mzdy přičemž užitek ze spotřeby je konstantní). Rozdíl na mikro a makro úrovni.
  - agregátní úroveň (obecnější tvar  $-\psi \frac{h^{1+\theta}}{1+\theta}$ ,  $FE = \frac{1}{\theta}$ ) v našem případě  $FE = \infty$
  - individuální úroveň (pro stále zaměstnaného pracovníka)  $FE = 0$  (konstantní odpracované hodiny).

### Impulsní odezvy

Model s lineární užitkovou funkcí. Vyřešit, nakalibrovat, log-linearizovat, nasimulovat. Porovnání dat z modelu s reálnými daty nebo pomocí impulsních odezev (impulse response function, IRF). Impulsní odezvy ukazují, jak se endogenní proměnné v modelu vyvíjejí v čase v reakci na exogenní šok (disturbanci). Šok o velikosti jedné standardní odchylky  $\sigma_\epsilon$ , pouze v prvním období, pak  $\epsilon = 0$ . Proces pro technologii se dále vyvíjí podle  $\hat{z}_t = \rho \hat{z}_{t-1}$ .

Obrázek IRF.

- Technologie vyskočí v období 0, pak klesá zpět k steady statu.
- Nejvíce reagují investice (technologický šok je persistentní, kapitál bude produktivnější i v budoucím období, vyplatí se investovat).
- Nabídka práce reaguje pozitivně na růst produktivity (mzdy), méně než investice.
- Výstup se zvýšil více než technologický šok (výsledek mezičasové substituce práce).
- Spotřeba roste, ale málo. (je optimálnější dát zvýšenou produkci na investice, využít zvýšené produktivity a ne na spotřebu)
- Veličiny se postupně navrací ke steady statu.
- Spotřeba zůstává vysoká po dlouhou dobu (hump-shaped, vrchol je později než dopad šoku).

Shrnutí: Silná odezva investic na technologický šok. Pozitivní odezva nabídky práce (zesilující efekt na výstup). Persistentní vliv na výstup (persistentní technologický šok, zvýšení kapitálové zásoby).

## Model vs. data

Simulace kalibrovaného modelu a porovnání s daty. Li (1999) nebo Hansen and Wright (1992). Indivisible labor. Tabulka, obrázek. Některé statistiky:

- výstup, volatilita je blízko volatilitě dat
- relativní volatilita odpracované hodiny/výstup – volatilita blízko datům
- relativní volatilita mzda(produktivita)/výstup – hodně klesla (menší než data)
- relativní volatilita hodiny/mzda – hodně vzrostla (větší než data)
- korelace odpracované hodiny vs. mzda – trochu klesla, ale stále vysoká (oproti datům)

Řešení některých problémů, zavedení vládních výdajů (šok ve vládních výdajích).

$$\log(g_{t+1}) = (1 - \lambda) \log(\bar{g}) + \lambda \log(g_t) + \mu_t$$

Výdaje financované paušální daní (neovlivní užitkovou a produkční funkci), stejné jako vyhození zdrojů (negativní efekt bohatství). Růst  $g$  sníží  $y$ , domácnosti budou reagovat zvýšením nabídky práce. Obrázek. Čistý efekt závisí na  $\lambda$ . Korelace  $corr(h, w) = .49$  klesla blíže k datům.

## Frischova elasticita

Frischova elasticita nabídky práce pro různé typy užitkových funkcí. Zachycuje elasticitu odpracovaných hodin vzhledem ke mzdě (příčemž užitek ze spotřeby je konstantní). Jinými slovy: jak se změní nabízené množství práce, když se změní mzda (obě změny v procentech).

Formálně:

$$FE = \frac{d \ln h_t}{d \ln w_t} \mid u'(c) = \text{const.}$$

Frischova elasticita pro vybrané typy užitkových funkcí:

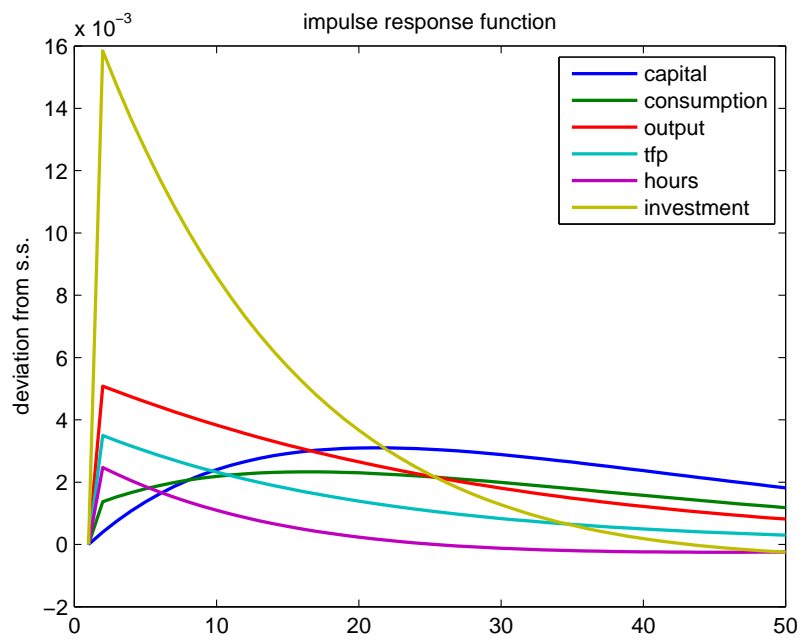
$$\ln c_t + \psi \frac{(1 - h_t)^{1-\theta} - 1}{1 - \theta} \quad FE = \frac{1 - h}{h} \frac{1}{\theta}$$

$$\ln c_t + \psi \log(1 - h_t) \quad FE = \frac{1 - h}{h}$$

$$\ln c_t - \psi \frac{h_t^{1+\theta}}{1 + \theta} \quad FE = \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{(c_t^\mu (1 - h_t)^{1-\mu})^{1-\theta} - 1}{1 - \theta} \quad FE = \frac{1 - h}{h}$$

## Základní model



## Indivisible labor

