

# TEKR – OTÁZKY K PROCVIČENÍ

## Endogenní růstové modely, Otázky z BSiM

### 4.4 Spillovers from average capital per worker

Jde o modifikaci modelu uvedeném v sekci 4.3 (podobný jako na přednášce). Nyní předpokládejte, že parametr produktivity ( $E$ ) závisí na průměrném kapitálu na pracovníka ( $K/L$ ) a nikoliv na agregátní zásobě kapitálu ( $K$ ). Produkční funkce je Cobb-Douglasova:

$$Y_i = A(K_i)^\alpha [(K/L)L_i]^{1-\alpha}$$

Odvod'te tempa růstu pro decentralizovanou ekonomiku a pro sociálního plánovače. Je zde přítomen *scale effect*, který jsme probírali na přednášce?

### 4.8 Growth in a model with spillovers (based on Romer, 1996)

Předpokládejte, že produkční funkce pro  $i$ -tou firmu je

$$Y_i = AK_i^\alpha L_i^{1-\alpha} K^{\lambda}$$

kde  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \lambda < 1$  a  $K$  je agregátní zásoba kapitálu.

- a) Ukažte, že pokud  $\lambda < 1 - \alpha$  a  $L$  je konstantní, má model přechodnou dynamiku podobnou Ramseyho modelu. Jaké je tempo růstu  $Y, K$  a  $C$  je steady statu v tomto případě?
- b) Pokud  $\lambda < 1 - \alpha$  a  $L$  roste tempem  $n > 0$ , jaké je tempo růstu  $Y, K$  a  $C$  ve steady statu?
- c) Ukažte, že pokud  $\lambda = 1 - \alpha$  a  $L$  je konstantní, steady state a přechodná dynamika je stejná jako v  $AK$  modelu.
- d) Co se stane, pokud  $\lambda = 1 - \alpha$  a  $L$  roste tempem  $n > 0$ ?

### 5.3 Externalities in human capital (based on Lucas, 1988)

Produkční funkce pro  $i$ -tého výrobce je

$$Y_i = AK_i^\alpha H_i^\lambda H^\epsilon$$

kde  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \lambda < 1$  a  $0 \leq \epsilon < 1$ . Proměnné  $K_i$  a  $H_i$  jsou množství fyzického a lidského kapitálu používaného  $i$ -tou firmou k výrobě zboží  $Y_i$ . Proměnná  $H$  je průměrná úroveň lidského kapitálu; parametr  $\epsilon$  představuje sílu externího vlivu průměrné zásoby lidského kapitálu na produktivitu každé firmy. Výstup ze sektoru zboží může být použit na spotřebu  $C$  nebo jako hrubé investice do fyzického kapitálu  $I_K$ . Fyzický kapitál deprecuje mírou  $\delta$ . Produkční funkce pro lidský kapitál je

$$(I_H)_j = BH_j$$

kde  $H_j$  je lidský kapitál používaný  $j$ -tým výrobcem lidského kapitálu. Lidský kapitál také deprecuje mírou  $\delta$ . Pro aggregátní produkční funkci uvažujte, že konstantní podíl  $u$  je určen na  $Y$  a  $(1 - u)$  je investován do  $H$ .

$$Y = AK^\alpha(uH)^\lambda H^\epsilon$$

$$I_H = B(1 - u)H$$

Domácnosti mají typické preference jako v Ramseyho modelu s diskontní mírou  $\rho$  a parametrem mezičasové substituce  $1/\theta$ . Uvažujte nejdříve konkurenční rovnáhu, kde výrobci  $Y$  a  $H$  jsou na dokonale konkurečním trhu.

- a) Jaké je tempo růstu  $Y, K$  a  $C$  ve steady statu? Jak tato odpověď závisí na velikosti parametru  $\epsilon$ , který vyjadřuje externalitu lidského kapitálu?
- b) Jaké je tempo růstu  $H$  ve steady statu? Za jakých okolností roste  $H$  stejným temtem jako  $K$  (ve steady statu).
- c) Jak se liší řešení sociálního plánovače od decentralizovaného řešení?

### **Krátká otázka:**

Souhlasíte s následujícím tvrzením? "Teorie ekonomického růstu predikují, že po válce nastává přechodné období zvýšeného ekonomického růstu."