Teorie ekonomického růstu

S využitím materiálů od Kåre Bævre, Department of Economics, University of Oslo

14 Růst prostřednictvím zvyšování rozmanitosti (Growth through increasing variety)

Základní četba: Romer (1990)
Doporučená četba: BSiM 6

14.1 Myšlenky: Rivalita, vyloučitelnost a nekonvexity

- Jsou znalosti/myšlenky veřejnými statky?
- Měli bychom rozlišovat dva aspekty: Rivalita a vyloučitelnost.
- Rivalita je technologický znak statku samotného.
- Myšlenka je obecně nerivalitní.
- To samozřejmě neznamená, že např. jedna firma si prodejem produktu, který myšlenku využívá, nekonkuruje (= není rivalitní) s jinou firmou.
- Dále je třeba rozlišovat mezi znalostmi ve formě myšlenek (design), tj. naše A a znalostmi ve formě lidského kapitálu jednotlivce.
- Ta dříve zmíněná je obecně nerivalitní a částečně vyloučitelná, ta druhá je naopak jasně rivalitní a vyloučitelná.
- Dále si všimněte, že nerivalitní znalosti (A) mohou být akumulovány neomezeně (ve vyjádření per capita), zatímco lidský kapitál nikoliv, protože je omezen životem každého jednotlivce.
- Pokud má nerivalitní vstup produktivní hodnotu, vede to k porušení replikačního argumentu, který je základem pro konstatní výnosy z rozshau a vede to na nekonvexity.
- Pokud K a L jsou rivalitní vstupy a A je nerivalitní vstup jako např. nějaký nápad (idea) a produkční funkce je $F(A, K, L)$, standardní replikační argument vede na konstatní výnosy z rozsahu (CRS) v K, L:

$$F(A, sK, sL) = sF(A, K, L) \tag{1}$$

což také implikuje (jako speciální případ Eulerovy věty)

$$F(A, K, L) = KF_K + LF_L \tag{2}$$

Ale pokud i A je produktivní, musíme mít

$$F(sA, sK, sL) > sF(A, K, L) \tag{3}$$

a

$$F(A, K, L) < AF_A + KF_K + LF_L \tag{4}$$

- Všimněte si, že (4) implikuje, že firma, která se řídí podle této produkční funkce nemůže přežít jako příjemce cen, když jsou všechny vstupy odměněny podle jejich mezních produktů.
- Takže za předpokladu dokonalé konkurence nedokážeme vysvětlit, proč firmy odměňují A a proč soukromé firmy (agenti) dělají výzkum.
- Zatím jsme se podívali na dva přístupy: Buď jsme považovali A za veřejný statek (poskytovaný vládou) nebo jsme bylo A jako vedlejší produkt efetku učení se děláním (learning by doing).
- Nyní se podíváme na nový přístup: znalosti budou částečně vyloučitelné a zavedeme tržní sílu.

Nápady ⇒ Nerivalita ⇒ Rostoucí výnosy z rozsahu ⇒ Nedokonalá konkurence

Ideas ⇒ Nonrivalry ⇒ Increasing returns ⇒ Imperfect competition

14.2 Monopolistická konkurence u horizontálně diferencovaných produktů

14.2.1 Sektor finálních statků

- Následující model je zjednodušená verze modelu Romer (1990).
- Produkční funkce reprezentativní firmy produkující finální statek Y je

$$Y = L_1^{1-\alpha} \sum_{i=1}^{A} x_i^{\alpha} \tag{5}$$

kde L_1 je pracovní vstup a $\{x_i\}_{i=1}^{A}$ jsou různé kapitálové statky (mezistatky – intermediate goods).

- Všimněte si, že produkční funkce vykazuje konstantní výnosy z rozsahu ve všech vstupech L_1 a $\{x_i\}_{i=1}^{A}$. Takže předpoklad reprezentativní firmy, která je příjemcem ceny, je opodstatněný.
- Nová inovace (vynález) v modelu souvisí s vytvořením nového kapitálového statku, který může být použit v sektoru finální produkce.
- Reprezentativní firma, která maximalizuje zisk řeší problém

  $$\max_{L_1, \{x_i\}_{i=1}^{A}} \sum_{i=1}^{A} (L_1^{1-\alpha} x_i^{\alpha} - wL_1 - p_i x_i)$$

  který vede na prodmínky prvního řádu

  $$w = (1-\alpha)\frac{Y}{L_1}$$

  $$p_i = \alpha L_1^{1-\alpha} x_i^{\alpha-1}$$

  kde w je mzda placená práci a p_i je nájemní cena kapitálového statku.

  Interpretace je jako obvykle: firma najímá práci dokud se mezní produkt práce nerovná mzdě, a najímá kapitálové statky, dokud není mezní produkt roven nájemní ceně.
- Všimněte si, že mezní produkt x_i je $MP = \alpha L_1^{1-\alpha} x_i^{\alpha-1}$, což je nekonečno pokud $x_i = 0$. Takže firma bude chtít využít všech A dostupných vstupů.
- Všimněte si také, že pokud x_i označuje různé kapitálové statky, potom rovnice (5) předpokládá, že mají aditivně separabilní vliv na produkci. Mezní produkt kapitálového statku i (traktoru) nezávisí na použitém množství ostatních kapitálových statků (např. počítačů).
- To je v protikladu s tradičním přístupem, kde jsme měřili kapitálové statky jednoduše jako sumu $(\sum_{i=1}^{A} x_i)^{\alpha} = K^{\alpha}$). Tato formulace předpokládala dokonalou substituovatelnost mezi traktory a počítači.

14.2.2 Produkce mezistatků

- (Inverzní) poptávková funkce po mezistatcích x_i je odvozena z podmínky prvního řádu z výše zmíněného problému maximalizace zisku.

$$\alpha L_1^{1-\alpha} x_i^{\alpha-1} = p_i(x_i) \tag{6}$$

- Každý vstup x_i je dodáván jednou firmou, která má monopolní sílu v produkci mezistatku (intermediate good) x_i.
- Tato monopolní síla je založena na vlastnictví (najmutí) patentovaného designu na produkci x_i.
- Abychom si to zjednodušili, budeme předpokládat, že firma vyrábějící mezistatek x_i ho může vyrobit jednoduše přeměněním kapitálového/spotřebního statku Y na x_i. (To znamená, že všechny x_i mají stejnou produkční funkci jako Y.)
- To implikuje, že x_i je vyráběno za fixní jednotkovou cenu, která je rovna úrokové míře r.
- Po dosazení rovnice (6) vidíme, že každý monopolista čelí maximalizačnímu problému

$$\pi = \max_{x_i} \; p(x_i)x_i - rx_i \;\; = \;\; \max_{x_i} \alpha L_1^{1-\alpha} x_i^{\alpha-1} x_i - rx_i$$

  což nám dává

$$\alpha L_1^{1-\alpha} x_i^{\alpha-1} = r/\alpha \tag{7}$$

  nebo

$$p_i = r/\alpha \tag{8}$$

- Takže firma vyrábějící mezistatky stanovuje cenu jako přirážku k mezním nákladům r.
- Díky symetrii vstupů x_i v (5), dostaneme v rovnováze $x_i = x$ a $p_i = p$ pro všechna i. Každý kapitálový statek je zapojen ve stejném množství.
- Zisk monopolisty vyrábějící mezistatky je tak

$$\pi = \frac{r}{\alpha}x - rx \;\; = \;\; \frac{1-\alpha}{\alpha} rx > 0 \tag{9}$$

- Celková poptávka po kapitálu se musí rovnat celkové zásobě kapitálu v ekonomice

$$\sum_{i=1}^{A} x_i = K$$

Protože jsou kapitálové statky použity ve stejném množství, můžeme určit x

$$x = \frac{K}{A}$$

Produkční funkce pro finální statky tak může být přepsána jako

$$Y = L_1^{1-\alpha} A x^{\alpha} = L_1^{1-\alpha} (Ax)^{\alpha} A^{1-\alpha} \tag{10}$$

Což je nakonec obvyklá produkční funkce

$$Y = L_1^{1-\alpha} (K)^{\alpha} A^{1-\alpha} = K^{\alpha} (AL_1)^{1-\alpha}$$

Vidíme, že produkční funkce má konstantní výnosy z rozsahu v L_1 a K.

- Technologický pokrok je zachycen nárůstem počtu dostupných vstupů (větší rozmanitostí) do produkce, tj. prostřednictvím nárůstu A.

- Interpretace: Jak roste rozmanitost vstupů, dochází k růstu produkce díky tomu, že můžeme použít specializavanější vstupy.

14.2.3 Výzkum a vývoj (Research and development)

- Design pro nové mezistatky je vyvíjen prostřednictvím sektoru výzkumu a vývoje (R & D). Výroba nových designů je charakterizována deterministickou produkční funkcí

$$\dot{A} = B L_2 A \tag{11}$$

kde L_2 je množství pracovníků v sektoru R&D. Zároveň musí platit omezení $L_1 + L_2 = L$, kde celková nabídka práce je fixní.

- Všimněte si, že nápady (invence) A jsou částečně vyloučitelné. Vynálezce vlastní patent na design jak vyrobit x_i, ale ta invence samotná je nevyloučitelná při produkci nových invencí a designů. Takže A je v rovnci (11) veřejným statkem.

- Není úplně důležité, kdo provádí výzkum, může to být (monopolistický) výrobce mezistatků nebo někdo jiný. Důležité je, že se design může nechat patentovat.
- Hodnota V_a vynalezení nového designu je tak rovena čisté současné hodnotě realizovaného zisku ve všech dalších obdobích, jak je zobrazeno v rovnici (9).
- Metoda arbitráže nám říká, že můžeme dát peníze do banky (v tomto modelu je to ekvivalentní nákupu jedné jednotky kapitálu) nebo si koupit patent na design na jedno období, vydělat zisk a patent prodat. V rovnováze se musí výnos z těchto dvou investic rovnat.
- Arbitrážní podmínka pak vede

  $$rV_a = \pi + \dot{V}_a$$

  LHS = úrok získaný z investování částky V_a do banky, RHS = zisk plus kapitálový zisk nebo ztráta ze změny ceny patentu

  $$r = \frac{\pi}{V_a} + \frac{\dot{V}_a}{V_a}$$

  Podél BGP je r konstantní a V_a je také konstantní, takže $\dot{V}_a = 0$. Z toho vyplývá

  $$V_a = \frac{\pi}{r} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha}x \tag{12}$$

- Dále musí nastat situace, že jednotlivcům je jedno, jestli pracují v sektoru finálních statků nebo v sektoru výzkumu a vývoje.
- Mzda v sektoru R & D je rovna meznímu produktu (BA) krát hodnota nového vynálezu V_a.

  $$w_{R\&D} = BAV_a$$

- Podmínka rovnosti mezd v obou sektorech nám dává

  $$BAV_a = (1-\alpha)L_1^{-\alpha}x^{\alpha}A$$

  $$V_a = \frac{1-\alpha}{B}L_1^{-\alpha}x^{\alpha}$$

  což spolu s (7) a (12) dává

  $$r = B\alpha L_1 \tag{13}$$

  tj. úroková míra je funkcí L_1.

14.2.4 Spotřebitelé

- K uzavření modelu potřebujeme přidat chování spotřebitelů. Opět předpokládáme obvyklou mezičasovou optimalizaci při daných tržních cenách (w a r) s CRRA funkcí.
- Populace je konstantní ($n = 0$).
- Přeskočíme detaily maximalizace užitku a podíváme se rovnou na Eulerovu rovnici
$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{r - \rho}{\theta} \tag{14}$$
kde ρ a θ jsou nám známé parametry popisující chování spotřebitelů.
- Pro jednoduchost neuvažujeme depreciaci, takže
$$\dot{K}(t) = Y(t) - C(t)$$

14.2.5 Vyvážená růstová trajektorie (BGP)

- Ukážeme si, že v tomto modelu dostaneme vyvážený růst, kde r a L_1 jsou konstantní.
- Nebudeme řešit přechodnou dynamiku, protože je to obtížné a ne tak zajímavé.
- Začneme předpokladem, že r je konstantní. Potom L_1 je také konstantní podle (13) a tak x je také konstantní podle (7). Z (10) pak vyplývá, že tempo růstu Y je stejné tako tempo růstu A.
- Protože $K = Ax$ a x je konstantní, pak K také roste stejným tempem jako A. Takže také K/Y je konstantní.
- Z toho pak pramení, že
$$\frac{C}{Y} = \frac{Y - \dot{K}}{Y} = 1 - \frac{\dot{K}}{K}\frac{K}{Y}$$
což je konstanta, protože $\dot{K}/K$ i K/Y jsou konstantní.
- Nakonec tedy máme
$$\gamma = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{A}}{A} = BL_2$$
$$\gamma = BL - BL_1 = BL - \frac{r}{\alpha} \tag{15}$$

- Takže existence rovnovážné růstové trajektorie závisí na tom, že je r konstantní. Ale konstantní r je to, co jsem předpokládali na začátku a ukázali jsme, že to implikuje BGP. Takže je zde konzistence.

  Budeme chtít vyřešit r jako funkci parametrů. Z rovnic (14) a (15) dostaneme

  $$r = \frac{\alpha}{\alpha + \theta} (\theta BL + \rho)$$

  tj. konstanta, jak jsme požadovali.

- Takže existuje vyvážená růstová trajektorie

$$\gamma = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\alpha BL - \rho}{\alpha + \theta} \tag{16}$$

- Ohledně steady statového tempa růstu platí následující:

  1. Růst je kladný a konstantní (Model se chová špatně pokud $\alpha BL < \rho$).
  2. Růst je způsoben tím, že soukromí agenti provádějí výzkum ($L_2 > 0$), takže jsem endogenizovali technologický pokrok.
  3. Růst závisí na ochotě spořit, která je vyjádřena v parametrech ρ a θ. Takže je zde prostor pro hospodářskou politiku, která může ovlivnit dlouhodobé tempo růstu.
  4. Tempo růstu se zvýší, když se zvýší populace L. Takže se zde vyskytuje scale effect.
  5. Dá se ukázat, že tyto dvě poslední vlastnosti závisí na produkční funkci výzkumu a vývoje (11), konkrétně na tom, že $\dot{A}$ je lineárně závislé na A.

14.3 Implikace pro hospodářskou politiku

- Nyní se podíváme na alokaci sociálního plánovače.

- Sociální plánovač vždycky vybere stejné množství, $x_i = x$ pro všechna i.

- Produkční funkce je pak

  $$Y = L_1^{1-\alpha} A x^\alpha = A^{1-\alpha} L_1^{1-\alpha} K^\alpha$$

  kde ve druhé rovnosti jsme definovali $K = Ax$ jako celkovou (účetní) zásobu zdrojů používaných na kapitálové statky.

- Tato definice zásoby 'kapitálu' K se vyvíjí podle:

$$\dot{K} = Y - C = A^{1-\alpha} L_1^{1-\alpha} K^{\alpha} - C$$

- Nyní formulujeme problém pro nalezení společensky optimálního rovnovážného růstu (tj. opět ignorujeme přechodnou dynamiku).Sociální plánovač tedy řeší:

$$\begin{aligned} \max & \int_0^\infty \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} dt && (17) \\ \dot{K} &= A^{1-\alpha} L_1^{1-\alpha} K^{\alpha} - C && (18) \\ \dot{A} &= B L_2 A && (19) \\ L_1 + L_2 &\leq L && (20) \end{aligned}$$

- Všimněte si, že (19) je produkční funkce výzkumu a vývoje (R&D).
- Řídící proměnné jsou C a L_2 a jsou zde dvě stavové proměnné K a A. Rozšíření teorie optimálního řízení na tento dvoudimenzionální problém je poměrně jednoduché.
- Current-value Hamiltonián pro tento problém je

$$\mathcal{H} = \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta} + p[A^{1-\alpha}(L - L_2)^{1-\alpha} K^{\alpha} - C] + qBL_2A \qquad (21)$$

- Kostavové proměnné p a q musí splňovat

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \rho p - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial K} && (22) \\ \dot{q} &= \rho q - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial A} && (23) \end{aligned}$$

- Podmínky prvního řádu pro řídící proměnné (princip maxima) jsou

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial C} &= C^{-\theta} - p = 0 && (24) \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial L_2} &= -(1-\alpha) p A^{1-\alpha} (L - L_2)^{-\alpha} K^{\alpha} + qBA = 0 && (25) \end{aligned}$$

- Jelikož se díváme jenom na vyváženou růstovou trajektorii, musíme mít $\gamma^* = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{A}}{A}$. Protože (19) nám dává $\frac{\dot{A}}{A} = BL_2$ máme $\gamma^* = BL_2$ a pro určení rovnovážného tempa růstu γ^* potřebujeme určit podíl pracovníku, kteří se podílejí na výzkumu L_2.

- Všimněte si, že (po vydělení A a vynásobení $(L - L_2)$) rovnice (25) implikuje

$$(1-\alpha)pA^{-\alpha}(L-L_2)^{1-\alpha}K^{\alpha} = qB(L-L_2)$$

a protože

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial A} = (1-\alpha)pA^{-\alpha}(L-L_2)^{1-\alpha}K^{\alpha} + qBL_2$$

máme

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial A} = qB(L-L_2) + qBL_2 = qBL$$

- Dosazením tohoto výrazu do (23) dostáváme

$$\frac{\dot{q}}{q} = \rho - BL \tag{26}$$

- A jako obvykle (24) dává

$$-\theta\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{p}}{p}$$

- Protože jsme na BGP, platí $\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{A}}{A}$ a také musíme mít $\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{p}}{p}$, což nám dá

$$-\theta\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{q}}{q}$$

Dosazením do (26) a využitím $\frac{\dot{A}}{A} = BL_2$ dostaneme

$$-\theta BL_2 = \rho - BL$$

což můžeme konečně vyřešit pro L_2

$$L_2 = \frac{L}{\theta} - \frac{\rho}{B\theta} \tag{27}$$

což implikuje, že tempo růstu na vyvážené růstové trajektorii je

$$\gamma^* = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{BL-\rho}{\theta} \tag{28}$$

- Protože $\alpha \in (0,1)$, vyplývá z toho, že tempo růstu v decentralizované ekonomice (γ) je nižší, než tempo růstu při řešení sociálního plánovče (γ^*). To samozřejmě pramení z toho, že v decentralizovaném řešení se provádí příliš málo výzkumu.

- Jsou dva důvody, proč je příliš málo výzkumu v decentralizovaném řešení

    1. Existuje pozitivní externalita ve výzkumu. Soukromí agenti neberou v potaz, že nový vynález také znamená, že je snadnější přijít s dalším novým vynálezem (tj. tím, že dělají výzkum, přispívají k A, což je veřejný statek v produkční funkci R&D (19)).
    2. Je zde monopolistické nastavování cen pro mezistatky, kde firma nastavuje cenu jako přirážku k mezním nákladům. Jejich motivací k inovacím (výzkumu) je vidina monopolního zisku, který je ale menší než zisk pro společnost (spotřebitelský přebytek). Výrobce nemá tak silnou motivaci přijít s novým vynálezem jako sociální plánovač, který maximalizuje spotřebitelský (sociální) přebytek.

- Všimněte si, že tržní síla je nutná, aby soukromí agenti měli motivaci investovat do výzkumu, ale monopolní nastavování cen vede k neoptimálnímu růstu.

15 Růst prostřednictvím zvyšování kvality

Základní četba: Aghion and Howitt (1998), Chapter 2.1–2.3.

15.1 Schumpeterovský přístup

- Místo předpokladu monopolistické konkurence s různými druhy mezistatků se podíváme na případ, kde inovace vede k novému a lepšímu mezistatku, který nahradí ten starý.

- Pokud je (mezi)statek tím nejlepším dostupným, má jeho vynálezce monopol na jeho prodej (který je vynucen patentem). Ale tento statek vydrží na trhu pouze do té doby, dokud ho nenahradí novější a lepší statek. Takže každá inovace poskytuje pouze dočasný monopol.

- Zisk, který monopolista krátkodobě realizuje je motivací pro dělání R&D.

- Tento model odráží Schumpeterovu myšlenku o kreativní destrukci. Nové vynálezy jsou kreativní tím, že zvyšují produktivitu. Ale jsou zároveň destruktivní, protože vyřadí dosavadní vynálezy (statky) z trhu. A opět ten fakt, že můžete profitovat z monopolního postavení, když zničíte konkurenta, vás motivuje ke kreativitě – vynalézání.

15.2 Jednoduchý model bez akumulace kapitálu

- Budeme se zabývat jednoduchým modelem podle učebnice Aghion a Howitt (1998).

- Produkce spotřebních statků za jednotku (kalendářního) času je dána

$$Y_t = A_t x_t^{\alpha} \tag{29}$$

  kde x_t je množství nejnovějšího mezistatku (vstupu), který je i jediným vstupem do produkce.

- Všimněte si, že index t zde neoznačuje kalendářní čas, ale označuje *pořadové číslo* inovace.

- Zásoba práce L je daná a může být použita buď ve výzkumu (n) nebo k produkci mezistatků x. Předpokládáme, že jedna jednotka práce vyrobí jednu jednotku mezistatku. Takže podmínka vyčištění trhu práce je

$$L = n_t + x_t \tag{30}$$

- Když je n jednotek práce použito ve výzkumu dostaneme očekávaných λn nových inovací za jednotku kalendářního času. Vývoj parametru λ je dán Poissonovým procesem. Je to pravděpodobnost, že se objeví nová inovace (v nějakém čase) na jednoho výzkumníka.

  Nová inovace má za důsledek nový mezistatek x_{t+1} který má vyšší produktivitu $A_{t+1} = \gamma A_t$, kde $\gamma > 1$ je parametr charakterizující velikost inovace.

- Nejdůležitější vztah tohoto modelu je arbitrážní podmínka

$$w_t = \lambda V_{t+1} \tag{31}$$

  Ta říká, že práce musí přinášet stejnou očekávanou hodnotu při jakémkoli užití. Buď může být použita při produkci mezistatků, což přináší mzdu w_t za časovou jednotku (za hodinu). Nebo může být použita ve výzkumu, kde její očekávaný přínos je λ nových inovací za dodatečnou časovou jednotku (hodinu). Každá nová inovace vede k vytvoření monopolního trhu nejnovějšího mezistatku x_{t+1}, což přinese příjem s čistou současnou hodnotou V_{t+1}.

- Protože v tomto modelu neuvažujeme kapitálovou akumulaci, je úroková míra r dána exogenně.
- Diskontovaná hodnota V_{t+1} musí splňovat

$$rV_{t+1} = \pi_{t+1} - \lambda n_{t+1} V_{t+1} \tag{32}$$

  Patent na (mezi)statek číslo $t+1$ je aktivum s očekávanou mírou návratnosti rV_{t+1} za jednotku kalendářního času. Na pravé straně máme zisk z výroby a monopolního prodeje x_{t+1}, který je π_{t+1} za jednotku kalendářního času. V nějakém budoucím okamžiku se aktivum stane bezcenným, protože statek se stane zastaralým poté, co došlo k nové inovaci. To se stane s pravděpodobnotí λn_{t+1} za jednotku kalendářního času, takže $\lambda n_{t+1} V_{t+1}$ je očekávaná kapitálová ztráta za jednotku kalendářního času. Rovnost obou stran je opět standardní arbitrážní podmínka.

- Rovnici (32) můžeme přepsat jako

$$V_{t+1} = \frac{\pi_{t+1}}{r + \lambda n_{t+1}} \tag{33}$$

  zisk je tedy diskontován členem, který je větší než úroková míra r protože v nějakém budoucím okamžiku (charakterizovaným pravděpodobností λn_{t+1}) se tok zisku zastaví.

- Sektor pro produkci finálního (spotřebního) statku je dokonale konkurenční. Z toho pramení, že cena x_t se bude rovnat meznímu produktu při výrobě Y, což nám dává inverzní poptávkovou křivku po vstupu x_t

$$p_t(x_t) = A_t \alpha x_t^{\alpha-1}$$

  Všimněte si, že α je elasticita této poptávkové křivky takže také charakterizuje tržní sílu monopolisty vyrábějícího mezistatky.

- Nyní musíme určit zisk π_t a alokaci práce do sektoru mezistatků x_t. To zjistíme z maximalizace zisku monopolisty

$$\pi_t = \max_{x_t} [p_t(x_t) x_t - w_t x_t]$$

- Monopolista si vybere

$$x_t = \left(\frac{\alpha^2}{w_t/A_t}\right)^{1/(1-\alpha)} \tag{34}$$

nebo evkivalentně

$$A_t \alpha x_t^{\alpha-1} = \frac{w_t}{\alpha}$$

a tak je zisk roven

$$\pi_t = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) w_t x_t = A_t \tilde{\pi}(\omega_t) \tag{35}$$

kde $\omega_t = w_t/A_t$ je mzdová sazba upravená o produktivitu a

$$\tilde{\pi}(\omega_t) \equiv \left[\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \omega_t^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\right]$$

takže $\tilde{\pi}'(\omega_t) < 0$. Všimněte si, že z (34) plyne, že také $x_t'(\omega_t) < 0$.

- Dosazením do (33) a přeskládáním (vzpomeňte si, že $A_{t+1} = \gamma A_t$) dostaneme

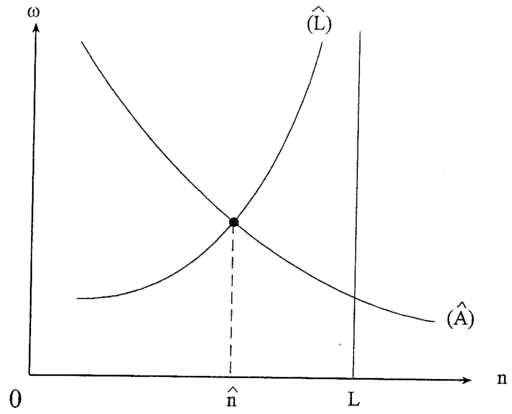
$$\omega_t = \lambda \frac{\gamma \tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{r + \lambda n_{t+1}} \tag{36}$$

což spolu s rovnováhou na trhu práce

$$L = n_t + \tilde{x}(\omega_t) \tag{37}$$

kde $x_t = \tilde{x}(\omega_t)$, určuje trajektorii ω_t a n_t.

- Zaměříme se na steady state kde $\omega_t = \omega$ a $n_t = n$ pro všechna t. Protože (36) je klesající a (37) je rostoucí křivka v (n, ω) diagramu, můžeme jednoznačně určit $\hat{n}$.

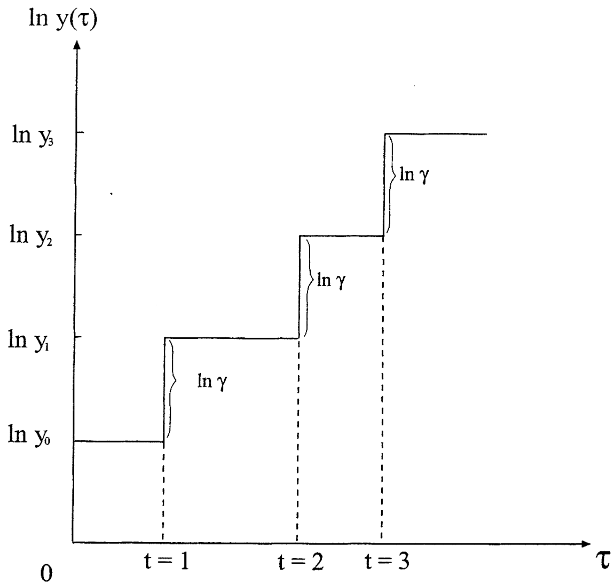


- Jednoduchou algebraickou úpravou zjistíme, že steady statová úroveň $\hat{n}$ splňuje

$$1 = \lambda \frac{\gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(L - \hat{n})}{r + \lambda \hat{n}} \tag{38}$$

- Všimněte si, že množství výzkumníků ($\hat{n}$) určuje růst. Aghion a Howitt (1998) (Section 2.2.2)

$$g = \lambda \hat{n} \ln \gamma$$



15.3 Motivace pro výzkum a vývoj (R&D) a implikace pro hospodářsku politiku

- V tomto modelu dostáváme následující výsledky

  1. Pokles úrokové míry (r) zvyšuje mezní přínosy z výzkumu (současná hodnota monopolního zisku bude vyšší) a zvyšuje $\hat{n}$.
  2. Růst dostupné práce (L) snižuje mzdu a tím pádem mezní náklady výzkumu a zároveň zvyšuje očekávaný monopolní zisk (zvyšuje poptávku). Dochází tedy ke zvýšení $\hat{n}$.
  3. Čím pravděpodobnější je nová inovace (vyšší λ), tím méně nákladný je výzkum, ale zároveň tím méně cenná je nová inovace kvůli kreativní destrukci. V našem případě ten původní efekt převáží, takže růst λ vede ke zvýšení $\hat{n}$.
  4. Růst velikosti inovace (γ) zvyšuje interval, kdy si monopolista bude užívat zisku, relativně vůči dnešní produktivitě a tím pádem zvyšuje motivaci dělat výzkum.
  5. Množství výzkumu klesá s elasticitou poptávkové křivky (α), které čelí monopolista. Takže konkurence na trhu je špatná pro růst.

- Když porovnáme decentralizované řešení s řešením sociálního plánovače, které je

$$1 = \lambda \frac{(\gamma - 1)\frac{1}{\alpha}(L - \hat{n}^*)}{r - \lambda \hat{n}^*(\gamma - 1)} \tag{39}$$

  vidíme zde tři efekty.

  1. *Mezičasový efekt přelévání (The intertemporal spillover effect).* Sociální plánovač bere v úvahu, že přínos další inovace bude trvat navždy, zatímco soukromá firma provádějící výzkum nedává žádnou váhu přínosům, které se realizují poté, co se objeví nová úspěšná inovace. Tento efekt vede k příliš malému soukromému výzkumu.
  2. *Efekt přivlastnění (The appropriability effect).* Stejně jako v Romerově modelu, soukromý monopolista si nemůže přivlastnit celý sociální přebytek z nového vynálezu a tím pádem má slabou motivaci dělat výzkum.

3. *Efekt okrádání (The business-stealing effect).* Soukromá firma nedokáže zahrnout (internalizovat) fakt, že inovací zničí předchozímu monopolistovi veškerý zisk. Tento efekt vede k příliš velké motivaci dělat výzkum v decentralizovaném řešení (laissez-faire).

- Který efekt dominuje, je otázka empirického zkoumání. Podstatný rozdíl oproti Romerově modelu je ten, že je možné dostat v decentralizovaném řešení příliš mnoho výzkumu (inovací) a tím příliš silný růst.

Reference

[1] **Aghion, P., Howitt, P.** *Endogenous growth theory*, Cambridge and London: MIT Press, 1998, Chapter 2.

[2] **Romer, Paul M.** Endogenous Technological Change, *Journal of Political Economy,* October 1990, 98 (5) . Pp. 71-102. Part 2.