Vzorový příklad na rozhodování BPH_ZMAN

Základní charakteristiky a značení

symbol	verbální vyjádření	interval
C_g	g-tý cíl	g = 1, ….. s
V_i	i-tá varianta	i = 1, ….. m
K_j	j-té kriterium	j = 1, ….. n
v_j	váha j-tého kriteria	
x_{ij}	hodnota i-té varianty dle j-tého kriteria	
u_{ij}	užitek i-té varianty dle j-tého kriteria	
S_k	k-tý scénář	k = 1, ….. t
p_k	pravděpodobnost k-tého scénáře	

1) Jednokriteriální rozhodování za podmínek jistoty

Pan Novák se rozhodl koupit nové auto a je pro něj rozhodující pouze nejnižší cena. Předpokládejme, že pana Nováka v tuto chvíli nezajímají žádné jiné parametry, nebo vybral pouze ty modely automobilů, které zcela odpovídají jeho požadavkům a jsou pro všechny vybrané varianty stejné. Pan Novák se rozhoduje mezi čtyřmi modely, které jsou pro něj variantami ve smyslu rozhodování – V_1, V_2, V_3 a V_4. Cena prvního modelu je 260 000,- Kč, cena druhého 268 000,- Kč, cena třetího 276 000,- Kč a cena čtvrtého je 284 000,- Kč, přičemž ceny jsou jasně dané a nebudou se za žádných okolností měnit.

Možné varianty tedy posuzujeme výhradně podle jednoho kritéria. Protože je kritérium pouze jedno, je jeho váha (význam pro rozhodovatele) rovna 1,0. (Pokud by bylo kritérií více, součet jejich vah musí dávat 1,0.)

Situaci shrnuje následující tabulka.

	Cena (K_1)
v_i	1,0 ($v_{1)}$
V_1	**260 000,-**
V_2	268 000,-
V_3	276 000,-
V_4	284 000,-

Z tabulky i ze zadání je zřejmé, že v tomto případě zvolí pan Novák variantu V_1, tedy první model, jehož cena je nejnižší.

2) Vícekriteriální rozhodování za podmínek jistoty

Předpokládejme nyní, že pan Novák změnil své požadavky. Protože se oženil a založil rodinu, zajímá jej nejen cena vozu, ale i počet dveří, kvůli pohodlnému usazení dětských sedaček. V každém případě chce, aby měl vůz zadní pár dveří a kufr, tj. celkem 5 dveří. Pana Nováka dále zajímá spotřeba pohonných hmot (pro zjednodušení uvažujme jeden typ) – čím méně, tím lépe. Důležitá je také záruka vozu (tentokrát je však úměra obrácená – čím delší záruka, tím lépe) a výše povinného ručení. Všechna zmíněná kritéria jsou pro pana Nováka stejně důležitá a váhy se proto rozloží rovnoměrně, pouze u počtu dveří se jedná o kritérium, které musí být za všech okolností splněno a není možné jej vyvážit úžasnými vlastnostmi v jiné oblasti. Varianty, které toto kritérium nesplní, budou z rozhodování vyloučeny. Pan Novák si všechny údaje zapsal do následující tabulky:

K_i	Cena (K_1)	Spotřeba (K_2) v l/100 km	Záruka (K_3) v letech	Povinné ručení (K_4) v Kč/rok	Počet dveří (K_5) v ks
v_i	0,25 (v_1)	0,25 (v_2)	0,25 (v_3)	0,25 (v_4)	----
V_1	260 000,-	7,3	6	4 000,-	5
V_2	268 000,-	5,2	5	4 600,-	5
V_3	276 000,-	6,5	5,5	3 800,-	5
~~V_4~~	~~284 000,-~~	~~6,8~~	~~5~~	~~3 900,-~~	~~3~~

Jak ukazuje předchozí tabulka, poslední varianta zcela vypadla z rozhodování, protože nesplnila kritérium počtu dveří. Panu Novákovi tedy už nezáleží na tom, jakých hodnot dosahují ostatní kritéria této varianty, byť jsou sebelepší.

Nyní je třeba převést jednotlivá kritéria na „společné jednotky“ pomocí tzv. normalizace, která je určena vztahem:

$$u^n{}_{ij} = \frac{x_{ij} - D_j}{H_j - D_j}$$

kde $u^n{}_{ij}$ je normalizovaný užitek i-té varianty podle j-tého kritéria, x_{ij} je hodnota kritéria, D_j je nejhorší hodnota kritéria a H_j je nejlepší hodnota kritéria. Pro kritérium ceny tedy bude výpočet vypadat následovně:

$$u^n{}_{11} = \frac{260\,000 - 276\,000}{260\,000 - 276\,000} = 1 \text{ (V}_1\text{)}$$

$$u^n{}_{21} = \frac{268\,000 - 276\,000}{260\,000 - 276\,000} = 0{,}5 \text{ (V}_2\text{)}$$

$$u^n{}_{31} = \frac{276\,000 - 276\,000}{260\,000 - 276\,000} = 0{,}0 \text{ (V}_3\text{)}$$

Stejně vypočteme dílčí hodnoty normalizovaných užitků pro další varianty a doplníme je do následující tabulky (počet dveří už nemusíme uvažovat, protože kritérium je splněno stejnou měrou pro všechny varianty):

K_i	Cena (K_1)	Spotřeba (K_2) v l/100 km	Záruka (K_3) v letech	Povinné ručení (K_4) v Kč/rok	Celkový užitek varianty (u_i)
v_i	0,25 (v_1)	0,25 (v_2)	0,25 (v_3)	0,25 (v_4)	
V_1	**1,0**	**0,0**	**1,0**	**0,75**	**0,6875**
V_2	0,5	1,0	0,0	0,0	0,375
V_3	0,0	0,38	0,5	1,0	0,470

Celkový užitek varianty je roven součtu součinů dílčího užitku a váhy kritéria a nejvyšší hodnoty celkového užitku dosahuje varianta V_1.

3) Změna váhy kritérií

Pokud by pro pana Nováka byla například nejdůležitější spotřeba pohonných hmot a až za ní by stála všechna ostatní kritéria, mohla by se váha jednotlivých kritérií změnit, stejně jako celý výsledek rozhodovacího procesu. Jednotlivé normalizované užitky vždy násobíme váhou kritéria a součet těchto součinů je celkovým užitkem varianty.

K_i	Cena (K_1)	Spotřeba (K_2) v l/100 km	Záruka (K_3) v letech	Povinné ručení (K_4) v Kč/rok	Celkový užitek varianty (u_i)
v_i	0,2 (v_1)	0,4 (v_2)	0,2 (v_3)	0,2 (v_4)	
V_1	**1,0**	**0,0**	**1,0**	**0,75**	**0,55**
V_2	0,5	1,0	0,0	0,0	0,5
V_3	0,0	0,38	0,5	1,0	0,452

I tomto případě je však nejvyššího celkového užitku dosaženo při výběru varianty V_1.

4) Jednokriteriální rozhodování za podmínek rizika

Vraťme se nyní k původním charakteristikám jednotlivých variant.

K_i	Cena (K_1)	Spotřeba (K_2) v l/100 km	Záruka (K_3) v letech	Povinné ručení (K_4) v Kč/rok
V_1	260 000,-	7,3	6	4 000,-
V_2	268 000,-	5,2	5	4 600,-
V_3	276 000,-	6,5	5,5	3 800,-

Pan Novák se rozhodl, že si vytvoří z dostupných informací jedno kritérium, kterým budou náklady na jeden rok provozu vozidla v záruce. Podle předchozích zkušeností zjistil, že za rok ujede 12 000 km. Pan Novák předpokládá, že po konci záruky vůz prodá a to ve všech třech případech za 100 000,- Kč.

Rozdíl mezi pořizovací a prodejní cenou následně rozpočítá na jednotlivé roky. Vzorec jeho kritéria tedy bude následující:

$K = \{(K_1\text{-}100\,000)/K_3\} + \{(K_2/100)*12\,000*c\} + K_4$

kde c je cena pohonných hmot v Kč/l.

Problém je v tom, že cena pohonných hmot není konstantní. Pan Novák si pečlivě prostudoval vývoj cen a dospěl k názoru, že průměrná cena ve sledovaných letech bude s pravděpodobností 0,25 rovna 27,- Kč/l, s pravděpodobností 0,5 bude její výše 30,- Kč/l a s pravděpodobností 0,25 se vyšplhá na 33,- Kč/l. Cena pohonných hmot je pro pana Nováka proměnnou a její konkrétní hodnota představuje tři možné scénáře:

Scénář	S_1	S_2	S_3
Cena	27,- Kč/l	30,- Kč/l	33,- Kč/l
Pravděpodobnost	0,25 (p_1)	0,5 (p_2)	0,25 (p_3)

Nyní musíme pro každý scénář vypočítat hodnoty kritéria pro všechny varianty. Jejich hodnoty jsou uvedeny v následující tabulce (druhý sloupec u každého scénáře je roven součinu hodnoty kritéria a pravděpodobnosti scénáře):

	S_1 (27,- Kč/l)		S_2 (30 Kč/l)		S_3 (33 Kč/l)		Očekávané náklady
p_i	0,25		0,5		0,25		$\Sigma\{K(S_k,V_j)*p_k\}$
V_1	54 319	13 580	56 947	28 473	59 575	14 894	56 947
V_2	**55 048**	**13 762**	**56 920**	**28 460**	**58 792**	**14 698**	**56 920**
V_3	56 860	14 215	59 200	29 600	61 540	15 385	59 200

Nejnižší očekávané roční náklady má varianta V_2. V případě, že by nastal první scénář, bylo by pro pana Nováka nejlepší, kdyby zvolil variantu V_1, u druhého a třetího scénáře je již výhodnější varianta V_2. Pokud by byl pan Novák ochoten riskovat, vybral by si variantu V_1, pokud by byl jeho vztah k riziku negativní, rozhodl by se spíše pro variantu V_2.

5) Analýza citlivosti

Pan Novák si vybral variantu V_2. Do této chvíle předpokládal, že pořizovací cen vozidla je neměnná (co když si ale bude chtít do vozu dokoupit klimatizaci?), cena pohonných hmot nabude jedné z předpokládaných hodnot a spotřeba uvedená v dokumentaci vozidla bude totožná se skutečnou spotřebou. Je však třeba vzít v úvahu i změnu těchto hodnot a zjistit, jaký bude mít změna vliv na celkové roční náklady. Vývoj hodnoty kritéria při parciální změně jedné proměnné o 10 % ukazuje následující tabulka:

V_2	Pořizovací cena	Cena pohonných hmot	Spotřeba
Původní	268 000,-	30,- Kč	5,2
Růst o 10 %	294 800,-	33,- Kč	5,72

Původní hodnota nákladů	56 920,-	56 920,-	56 920,-
Nová hodnota nákladů	62 280,-	58 792,-	58 792,-
Změna	+ 9,4 %	+ 3,3 %	+ 3,3 %

Nejcitlivěji tedy reagují roční náklady na změnu pořizovací ceny.

6) Jednokriteriální rozhodování v podmínkách nejistoty

Kvůli náhlým výkyvům na trhu s pohonnými hmotami se ukázaly výpočty pravděpodobností pana Nováka jako bezpředmětné. Pan Novák neví, s jakou pravděpodobností nastanou jednotlivé scénáře, a proto musí postupovat podle některého z pravidel rozhodování v podmínkách nejistoty. Rozhodovací matice je následující:

	S_1 (27,- Kč/l)	S_2 (30 Kč/l)	S_3 (33 Kč/l)
V_1	**54 319**	56 947	59 575
V_2	55 048	56 920	**58 792**
V_3	56 860	59 200	61 540

U pravidla maximin se snaží pan Novák vybrat tu variantu, kde je v případě nejméně příznivého vývoje hodnota kritéria nejlepší. Pan Novák je tedy pesimista. Volí proto variantu V_2.

U pravidla maximax je naopak pan Novák optimista a vybírá tu variantu, pro niž je v případě nejpříznivějšího vývoje hodnota kritéria nejlepší. Pan Novák je optimista. Volí proto variantu V_1.

Hurwitzovo pravidlo pracuje s parametrem β, který udává ochotu rozhodovatele riskovat v rozmezí od 0 do 1. Předpokládejme, že pan Novák má hodnotu parametru β=0,5. Pro každou variantu je pak třeba provést následující výpočet:

- určení maximální, tj. nejvýhodnější (x_{imax}) a minimální, tj. nejméně výhodné (x_{imin}) hodnoty kritéria v jednotlivých řádcích,
- výpočet souhrnné hodnoty kritéria každé varianty dle vztahu $K = \beta \cdot x_{imax} + (1 - \beta) \cdot x_{imin}$,

	S_1 (27,- Kč/l)	S_2 (30 Kč/l)	S_3 (33 Kč/l)	K
V_1	54 319 (x_{1max})	56 947	59 575 (x_{1min})	56 947
V_2	**55 048 (x_{2max})**	**56 920**	**58 792 (x_{2min})**	**56 920**
V_3	56 860 (x_{3max})	59 200	61 540 (x_{3min})	59 200

Pan Novák tedy volí variantu V_2.

Podle Laplaceova pravidla jsou všechny varianty stejně pravděpodobné. Proto jsou hodnoty jednoduše sečteny pro jednotlivé varianty a vyděleny počtem scénářů.

	S_1 (27,- Kč/l)	S_2 (30 Kč/l)	S_3 (33 Kč/l)	u_i
V_1	54 319	56 947	59 575	56 947
V_2	**55 048**	**56 920**	**58 792**	**56 920**
V_3	56 860	59 200	61 540	59 200

Pan Novák tedy opět volí variantu V_2.

7) Vícekriteriální rozhodování v podmínkách rizika

Pan Novák se zmínil manželce, že chce koupit nový automobil a ta přidala k jeho nákladovému kritériu ještě design vozu. Do rozhodování tedy vstoupilo další kritérium. Paní Nováková hodnotí design jednotlivých variant na bodové stupnici od 1 do 10, přičemž 10 bodů je nejlepší hodnocení. Manželé Novákovi se dohodli, že váha designu vozu bude 0,3 a váha ročních nákladů 0,7. Paní Nováková hodnotí design následovně:

	Design
V_1	6
V_2	3
V_3	8

Pro jednotlivé scénáře jsou absolutní hodnoty kritérií a normované hodnoty užitku následující:

S_1 (27 Kč/l)	Náklady		Design		u_i
v_j	0,7		0,3		
V_1	54 319	1,0	6	0,6	0,880
V_2	55 048	0,71	3	0	0,497
V_3	56 860	0,0	8	1	0,300

S_2 (30 Kč/l)	Náklady		Design		u_i
v_j	0,7		0,3		
V_1	56 947	0,99	6	0,6	0,873
V_2	56 920	1,0	3	0	0,700
V_3	59 200	0,0	8	1	0,300

S_3 (33 Kč/l)	Náklady		Design		u_i
v_j	0,7		0,3		
V_1	59 575	0,72	6	0,6	0,684
V_2	58 792	1,0	3	0	0,700
V_3	61 540	0,0	8	1	0,300

Hodnoty celkových očekávaných užitků jednotlivých variant jsou následující:

	S_1 (27,- Kč/l)	S_2 (30 Kč/l)	S_3 (33 Kč/l)	u_i
p_j	0,25	0,5	0,25	
V_1	0,880	0,873	0,684	0,8275
V_2	0,497	0,700	0,700	0,6492
V_3	0,300	0,300	0,300	0,3000

Design hodnocený paní Novákovou tedy převážil výsledek rozhodování ve prospěch varianty V_1.