Příklad 2: Zapište obecnou rovnici přímky určenou:

- g) Bodem $A = [4, -5]$ a normálovým vektorem $\vec{u} = (2, 7)$

Obecná rovnice přímky:

$ax + by + c = 0$

$2x + 7y + c = 0$

A: $2 \cdot 4 + 7 \cdot (-5) + c = 0$

$8 - 35 + c = 0$

$c = 27$

$2x + 7y + 27 = 0$

Parametrické rovnice přímky:

$\vec{s} = (7, -2)$ ... směrový vektor

$x = 4 + 7t$

$y = -5 - 2t, \ t \in \mathbb{R}$

Příklad 3: Přímky zadané v příkladu 2 zapište parametricky. **Příklad 4:** Zapište zadanou přímku v druhém tvaru:

- a) $\leftrightarrow p \equiv \begin{array}{rcl} x & = & 1 + 2t \\ y & = & 2 - 3t \end{array}, t \in \mathbb{R}$

$\vec{s} = (2, -3)$

$\vec{n} = (3, 2)$

$3x + 2y + c = 0$

$[1, 2]$: $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + c = 0$

$c = -7$

$3x + 2y - 7 = 0$

- e) $\leftrightarrow p \equiv 2x + 3y - 2 = 0$

$\vec{n} = (2, 3)$

$\vec{s} = (3, -2)$

$y = 0$ zvolili jsme $\Rightarrow 2x + 3 \cdot 0 - 2 = 0$

$2x = 2$

$x = 1$

$[1, 0] \in p$

parametrické rovnice:

$x = 1 + 3t$

$y = -2t, \ t \in \mathbb{R}$

Příklad 5: Hledejte průsečíky přímek z předchozích příkladů

Vezmu param. rovnice přímky v a) a dosadím je do obecné rovnice přímky v e): $2x + 3y - 2 = 0$

$2 \cdot (1 + 2t) + 3 \cdot (2 - 3t) - 2 = 0$

$2 + 4t + 6 - 9t - 2 = 0$

$-5t = -6$

$t = \frac{6}{5}$ $\longrightarrow$ 1 řešení $\Rightarrow$ přímky se protínají v 1 bodě $\left[\frac{17}{5}, -\frac{8}{5}\right]$

$x = 1 + 2t = 1 + 2 \cdot \frac{6}{5} = \frac{17}{5}$

$y = 2 - 3t = 2 - 3 \cdot \frac{6}{5} = -\frac{8}{5}$

Další případy:

NMŘ (nekonečně mnoho řešení) $\Rightarrow$ přímky jsou totožné

NŘ (nemá řešení) $\Rightarrow$ přímky jsou rovnoběžné

- b) $\leftrightarrow p \equiv \begin{array}{rcl} x & = & -3-3t \\ y & = & 4+2t \end{array}, t \in \mathbb{R}$

- c) $\leftrightarrow p \equiv \begin{array}{rcl} x & = & 5-2t \\ y & = & -2-t \end{array}, t \in \mathbb{R}$ $\rightarrow$ $\begin{array}{l} x = 5-2s \\ y = -2-s;\ s \in \mathbb{R} \end{array}$

$$\begin{aligned} -3-3t &= 5-2s \\ 4+2t &= -2-s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3t+2s &= 8 \\ 2t+s &= -6 \quad / \cdot (-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3t+2s &= 8 \\ -4t-2s &= 12 \end{aligned}$$

$$-7t = 20$$

$$\underline{t = -\frac{20}{7}}$$

volitelný výpočet

$$-3\cdot\left(-\frac{20}{7}\right)+2s = 8$$

$$2s = \frac{56}{7} - \frac{60}{7}$$

$$2s = -\frac{4}{7}$$

$$\underline{s = -\frac{4}{14}}$$

dosadíme t do param. rovnic:

$$x = -3-3t = -3-3\cdot\left(-\frac{20}{7}\right) = \frac{-21}{7} + \frac{60}{7} = \frac{39}{7}$$

$$y = -2-t = -2+\frac{20}{7} = \frac{-14}{7} + \frac{20}{7} = \frac{6}{7}$$

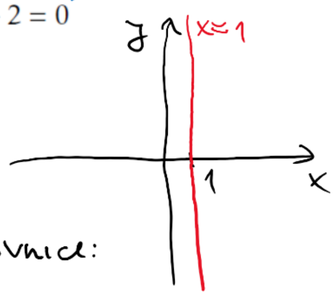
$$\underline{P\left[\frac{39}{7}, \frac{6}{7}\right]}$$

- f) $\leftrightarrow p \equiv 3x - 3 = 0$

- g) $\leftrightarrow p \equiv -2y + 2 = 0$

$3x = 3$

$\underline{x = 1}$



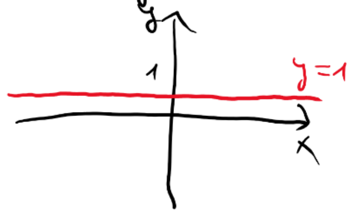
parametr. rovnice:

$x = 1$

$y = t, \; t \in \mathbb{R}$

$-2y = -2$

$y = 1$



parametrické rovnice:

$x = t$

$y = 1, \; t \in \mathbb{R}$

Příklad 0.1 *Určete n-tý člen posloupnosti:*

a) $(2, -2, 2, -2, 2, \ldots)$ *b)* $(1, -4, 9, -16, 25)$

a) $\boxed{a_n = 2 \cdot (-1)^{n+1}}$

$a_1 = 2 \cdot (-1)^{1+1} = 2 \cdot (-1)^2 = 2$

$a_2 = 2 \cdot (-1)^{2+1} = 2 \cdot (-1)^3 = -2$

$\vdots$

b) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n^2$

$a_1 = (-1)^{1+1} \cdot 1^2 = (-1)^2 \cdot 1^2 = 1$

$a_2 = (-1)^{2+1} \cdot 2^2 = (-1)^3 \cdot 4 = -4$

$a_3 = (-1)^{3+1} \cdot 3^2 = (-1)^4 \cdot 9 = 9$

$\vdots$

Příklad 0.2 *Zjistěte zda je posloupnost (a_n) monotonní:*
a) $\left(\frac{1}{3n+2}\right)$ *b)* $\left(2-\frac{5}{2n}\right) = a_n$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{3\cdot(n+1)+2} - \frac{1}{3n+2} = \frac{1}{3n+5} - \frac{1}{3n+2}$$

$$= \frac{3n+2-(3n+5)}{(3n+5)\cdot(3n+2)} = -\frac{3}{(3n+5)(3n+2)} < 0$$

$n \in \mathbb{N}$

$\boxed{a_{n+1} - a_n < 0 \quad \text{Př.: } 5 - 6 < 0}$

posloupnost je klesající

b) $$a_{n+1} - a_n = \left(\cancel{2} - \frac{5}{2(n+1)}\right) - \left(\cancel{2} - \frac{5}{2n}\right) =$$

$$= -\frac{5}{2(n+1)} + \frac{5}{2n}$$

$$= \frac{-5\cdot n + 5\cdot(n+1)}{2\cdot n\cdot(n+1)} = \frac{-\cancel{5n}+\cancel{5n}+5}{2n(n+1)}$$

$$= \boxed{\frac{5}{2n(n+1)}} > 0$$

$n \in \mathbb{N}$

$\boxed{a_{n+1} - a_n > 0 \quad \text{Př.: } \underbrace{6 - 5 > 0}_{\text{rostoucí posl.}}}$

Příklad 0.3 *Posloupnost je daná rekurentně. Napište několik prvních členů a rozhodněte, která je aritmetická a k která je geometrická. Dále zapište posloupnosti vzorcem pro n-tý člen.*

a) $a_1 = 7$
$a_{n+1} = 2a_n - 3n - 1$

b) $a_1 = 8$
$a_{n+1} = a_n + 4\cdot 2^n$

a) $a_1 = 7$
$a_2 = 2\cdot 7 - 3\cdot 2 - 1 = 7$
$a_3 = 2\cdot 7 - 3\cdot 3 - 1 = 4$
$a_4 = 2\cdot 4 - 3\cdot 4 - 1 = -5$
$\vdots$

není kvocient: $\cdot 1$, $\cdot \frac{4}{7}$, $\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)$

není diference: $+0$, -3, -9

posloupnost není aritmetická, ani geometrická

b) $a_1 = 8$ $\boxed{a_{n+1} = a_n + 4\cdot 2^n}$
$a_2 = 8 + 4\cdot 2^2 = 8 + 16 = 24$
$a_3 = 24 + 4\cdot 2^3 = 24 + 32 = 56$
$a_4 = 56 + 4\cdot 2^4 = 56 + 64 = 120$

není stejný kvocient: $\cdot 3$, $\cdot \frac{\cancel{56}\,7}{\cancel{24}\,3}$, $\cdot \frac{\cancel{120}\,15}{\cancel{56}\,7}$

není stejná diference: $+16$, $+32$, $+64$

není aritmetická, ani geometrická

Příklad 0.4 *Délku stran pravoúhlého trojúhelníka tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Obvod trojúhelníku je 96. Vypočítejte délky stran.*

a_1 $\qquad a_2 = a_1 + d = 32 \qquad a_3 = a_1 + 2d$ $\rightarrow$ přepona

$a_1 = 32 - d$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 96$$
$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 96$$
$$3a_1 + 3d = 96 \quad /:3$$
$$\boxed{(a_1 + d) = 32}$$
$$a_2 = 32$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$
$$a_3 = \underline{a_1 + d} + d$$
$$a_3 = 32 + d$$

Pythagorova věta: $a_1^2 + a_2^2 = a_3^2$

$$(32-d)^2 + 32^2 = (32+d)^2$$
$$32^2 - 64d + \cancel{d^2} + \cancel{32^2} = \cancel{32^2} + 64d + \cancel{d^2}$$
$$32^2 = 128d$$
$$1024 = 128d$$
$$\underline{8 = d}$$

$$\boxed{\begin{aligned} a_1 &= 24 \\ a_2 &= 32 \\ a_3 &= 40 \end{aligned}}$$