

Linear programming-introduction

Ing.J.Skorkovský,CSc.

USE

- **Slitting and Levelling of material (coils, bars, sheets)**-Cutting material, trimming,...
- **Blending** - blending, diet, feeding rations for animals, ..
- **Transport problems** - material flow from stock to the destination and route planning - shortest route
- **Assignment of resources with limited capacities** - CCR
- **Sources** : Operation Management, Quality and Competitiveness in a global environment, Russel and Taylor (can be found easily in ESF library)

CCR=Capacity Constraint Resource

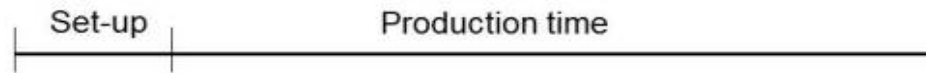


See next slide for explanation of CCR

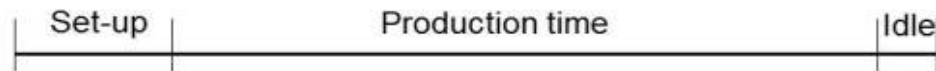
CCR –additional information

- There are 3 categories of resources from the point of view of capacity:
- Bottleneck
- CCR – Capacity Constraint Resource
- Non-CCR

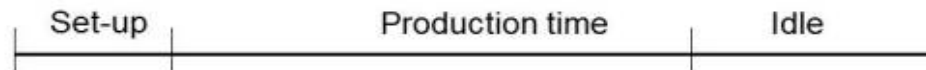
Bottleneck – demand on the machine **is higher than the available capacity**.
Works 24x7, the whole year around.





CCR (Capacity Constraint Resource) – according to the available time that you allow it to work, it becomes a trouble maker. The load bigger than 70%. The idle time is so little and unstable that in no time it can turn to Bottleneck.



Non-CCR – idle capacity includes some protective capacity.



Formulation of the simple model

Product	Description	Work /hour	Material/pcs	Return/pcs	
	Dish	x1	1	4	40
	Mug	x2	2	3	50

Which combination of products will have the greatest return at the limits of maximum production capacity type = **40** hours and moreover, the amount of material that is limited to **120** kg of clay?

Note: A similar task in terms of flow was solved in the P&Q example (only valid for Czech student), where the limitation in resource B and with a maximum capacity of 2400 minutes)

Description x1 and x2 stands for variables, Material means e.g. 4 kg for one piece (product)

Basic structures and used terminology

- We minimize our target function in the form of:

Target function
 $Z=Cx$

$$Z = c_1*x_1+c_2*x_2+.....+c_n*x_n$$
 with respect to the matrix of restrictive conditions:
 (in our case $c_1=40$ and $c_2=50$ which means return/pc)

$$\begin{array}{l}
 A_{11}*x_1 + A_{12}*x_2+ \dots+ A_{1n}*x_n \quad (<=>) \quad B_1 \\
 A_{22}*x_1 + A_{22}*x_2+ \dots+ A_{2n}*x_n \quad (<=>) \quad B_2 \\
 \vdots \\
 A_{m1}*x_1 + A_{m2}*x_2+ \dots+ A_{mn}*x_n \quad (<=>) \quad B_m
 \end{array}$$

- It is a classical system of linear equations is $Ax=B$
- The solving of such a linear equation system, e.g. By use of GAUSS-JORDAN algorithm is not required if we will use **Excel Solver add-on**.
- x_{ij} : decision variable = level of operation activity specified by this variable
- B_i : restrictive conditions , allowed deviations from the norm (in time and material as well)
- c_j : coefficient of the target function (in our case returns, meaning return **40** and **50**)
- A_{ij} : restrictive coefficients: work and material for one unit (pcs) of the product

Example I (introduction to the problem – practical demonstration)

Product	Description	Work /hour	Material/pcs	Return/pcs
Dish	x1	1	4	40
Mug	x2	2	3	50

$$Z = c_1 * x_1 + c_2 * x_2 + \dots + c_n * x_n \text{ (classical equation from)}$$

Target function: $Z = 40 * x_1 + 50 * x_2$, which we must maximize

Maximal production capacity = 40 hours and Maximal quantity of material = 120 kg
(B1 and B2 in our mathematical expression)

Specifications of task restrictions by use of 2x2 matrix:

$$1 * x_1 + 2 * x_2 = 40 \text{ (work-no more than 40 hours)}$$

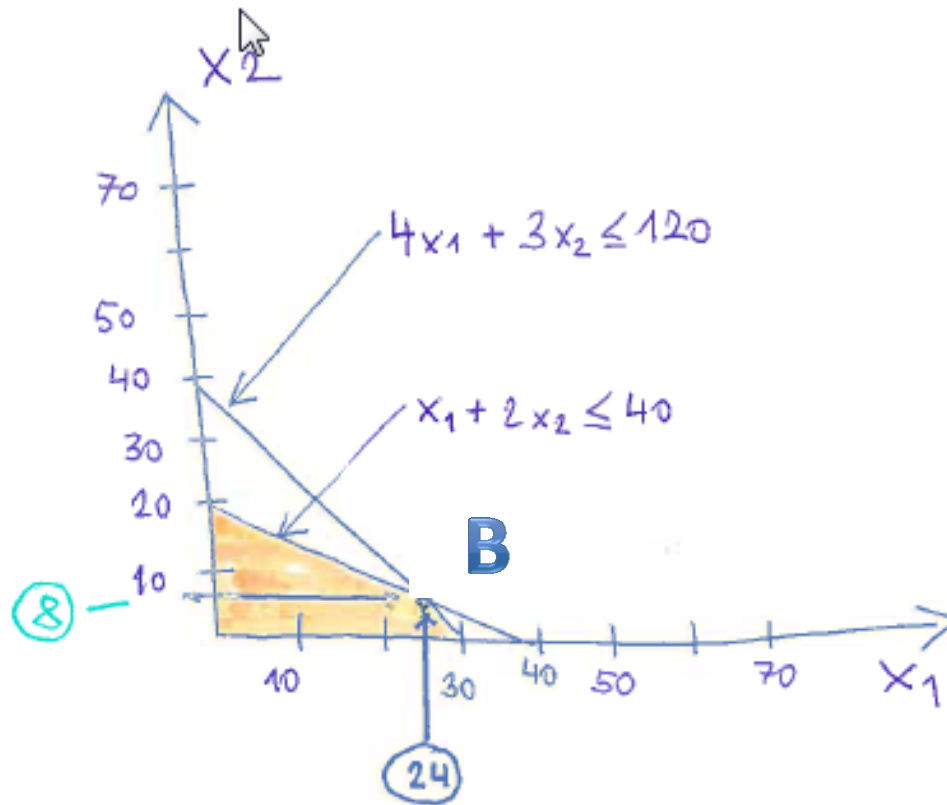
$$4 * x_1 + 3 * x_2 = 120 \text{ (material=kg of clay in our case) } \rightarrow x_1 = (40 - 2x_2) + 3x_2 = 120 \dots$$

Manual solving : $\rightarrow x_1 = 24$ a $x_2 = 8$ and after substitution of variables (24 pcs of Dish and 8 pcs of Mug)
in target function we will get

$$Z = 40 * 24 + 50 * 8 = 1360$$

(optimal Return meets the point B – see next slide)

Graphical solution



I apologize for the inappropriate graphic expression....

Use of Solver (Czech EXCEL)

Complements Supplement

Možnosti aplikace Excel

Obecné
Vzorce
Kontrola pravopisu a mluvnice
Uložit
Jazyk
Upřesnit
Přizpůsobit pás karet
Panel nástrojů Rychlý přístup
Doplňky
Centrum zabezpečení

Zobrazení a správa doplňků systému Microsoft

Doplňky

Název
Aktivní doplňky aplikací
Doplňek sdílení pro produkt Microsoft Lync 2010
Jet Reports
Řešitel Solver
Snagit Add-in

Neaktivní doplňky aplikací
Analytické nástroje
Analytické nástroje – VBA
Datum (XML)
Microsoft Actions Pane 3
Nástroje pro měnu euro
Neviditelný obsah
Skruté listy
Skruté řádky a sloupce
Vlastní data XML
Záhlaví a zápatí

Doplňek: Analytické nástroje
Vydavatel: Microsoft Corporation
Kompatibilita: K dispozici nejsou žádné informace o kompatibilitě.
Umístění: C:\Program Files (x86)\Microsoft Office\Office14\Library\Analysis\ANALYS32.XLL

Popis: Obsahuje nástroje pro analýzu statistických a inženýrských dat.

Spravovat: Doplnky aplikace Excel **Přejít...**

Excel setup

Doplňky

Doplňky k dispozici:

- Analytické nástroje
- Analytické nástroje – VBA
- Nástroje pro měnu euro
- Řešitel**

Solver

Analytické nástroje
Obsahuje nástroje pro analýzu statistických a inženýrských dat.

OK
Storno
Procházet...
Automatizace...

Solver

Simplex_1_Chairs_Tables_20170223.xlsx - Microsoft Excel

Soubor Domů Vložení Rozložení stránky Vzorce **Data** Revize Zobrazení Vývojář Doplnky Jet

Připojení
Vlastnosti
Upravit odkazy
Připojení

Seřadit Filtr Vymazat Použít znovu Upřesnit

Text do sloupců Odebrat duplicitu Ověření dat Sloučit Citlivostní analýza

Seskupit Oddělit Souhrn

Zobrazit podrobnosti
Skrýt podrobnosti

Osnova **Řešitel** Analýza

Use o solver (see actual Excel formulas on one of the next slides)

	Dish	Mug	Total	Capacity
Variables (x1, x2)	0	0	0	
Return	40	50	0	
Material	4	3	0	120
Work	1	2	0	40

$=D7*D6+E7*E6$
 $=D10*D6+E10*E6$
 $=D11*D6+E11*E6$

Assignment entered in table

Assignment

$x1 = \text{Dish}$, $x2 = \text{Mug}$, max 40 hour (B1), max 120 kg (B2)

Target function $Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 50 * x2$

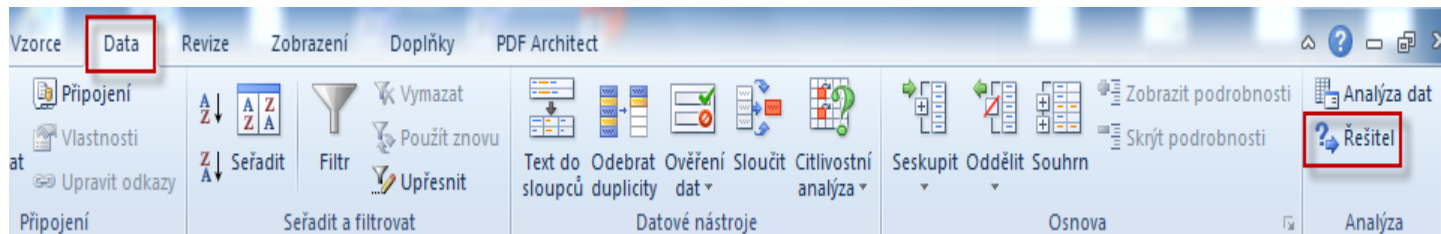
$4 * x1 + 3 * x2 = 120$ - capacity restrictions = max quantity of material = B1

$1 * x1 + 2 * x2 = 40$ - capacity restrictions by max work capacity = B2



Product	Description	Work /hour	Material/pcs	Return/pcs
Dish	x1	1	4	40
Mug	x2	2	3	50

Solver start



Use of Solver (Czech- not for MHP_AOPR)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3			Miska	Hrnek	Total	Kapacita	
4		Proměnné x1,X2	0	0			
5		Přínos	40	50	0		
6							
7		Materiál	4	3	0	120	
8		Práce	1	2	0	40	
9							

$$E5 = =D7*D6+E7*E6$$

$$Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 30 * x2$$

$$E7 = C7 * C4 + D7 * D4 = 4 * x1 + 3 * x2 = 120$$

$$E8 = C8 * C4 + D8 * D4 = x1 + 2 * x2 = 40$$

Parametry Řešitele

Účelová funkce:

\$E\$5

Hledat: Max

Min

Hodnota:

0

Proměnné modelu:

\$C\$4:\$D\$4

Omezující podmínky:

\$E\$7 <= \$F\$7

\$E\$8 <= \$F\$8

	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,X2	24	8		
Přínos	40	50	1360	
Materiál	4	3	120	120
Práce	1	2	40	40

Use of solver (for MPH_AOPR)

F7 = $=D7*D6+E7*E6$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5				Dish	Mug	Total	Capacity	
6			Variables X1, X2	0	0			
7			Return	40	50	0		
8								
9								
10			Material	4	3	0	120	
11			Work	1	2	0	40	
12								

$$Z = x1 * c1 + x2 * c2 = 40 * x1 + 30 * x2$$

$$F10 = D10 * D6 + E10 * E6 = 4 * x1 + 3 * x2 = 120$$

$$F11 = D11 * D6 + E11 * E6 = x1 + 2 * x2 = 40$$

Parametry Řešitele

Nastavit cíl: **Target** \$F\$7

Na: Max Min Hodnota: 0

Na základě změny proměnných buněk: **Variables** \$D\$6:\$E\$6

Omezující podmínky: **Restrictions**

\$F\$10 <= \$G\$10
\$F\$11 <= \$G\$11

Nastavit proměnné bez omezujících podmínek jako nezáporné

Vyberte metodu řešení: GRG Nonlinear

Metoda řešení
Modul GRG Nonlinear vyberte pro hladké nelineární problémy Řešitele. Modul LP Simplex zvolte pro lineární problémy Řešitele a modul Evolutionary pro nehladké problémy Řešitele.

Solve it

$=D10*D6+E10*E6$

$=D11*D6+E11*E6$



	Dish	Mug	Total	Capacity
Variables X1, X2	24	8		
Return	40	50	1360	
Material	4	3	120	120
Work	1	2	40	40

Využití Řešitele (use of Solver)

Microsoft Excel 15.0 Citlivostní sestava

List: [Simplex_1_Misky_Hrnky_Chairs_Tables_20170228.xlsx]List1

Sestava vytvořena: 9. 3. 2017 16:19:56

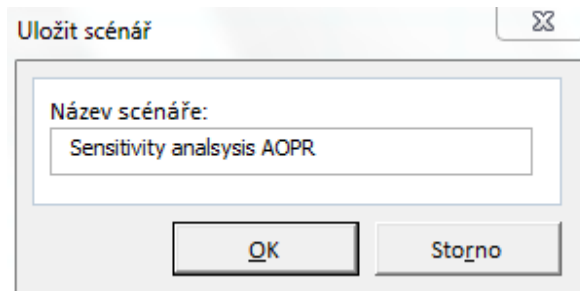
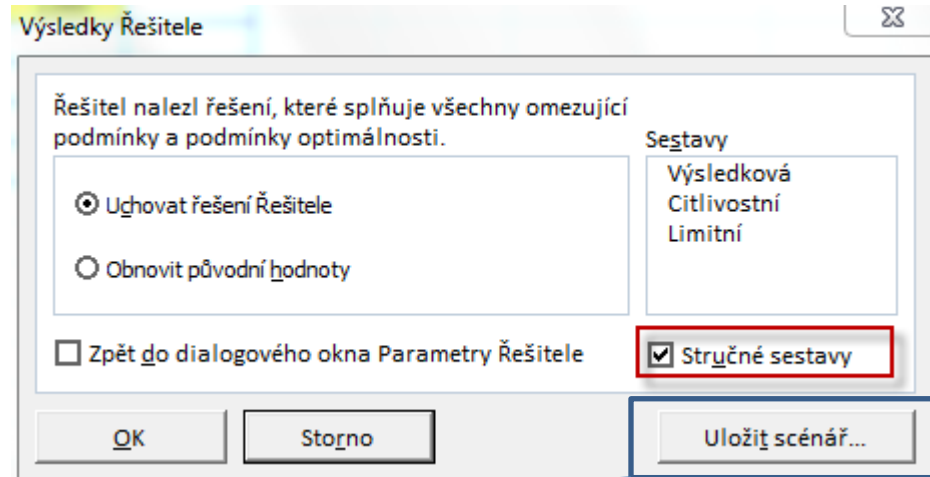
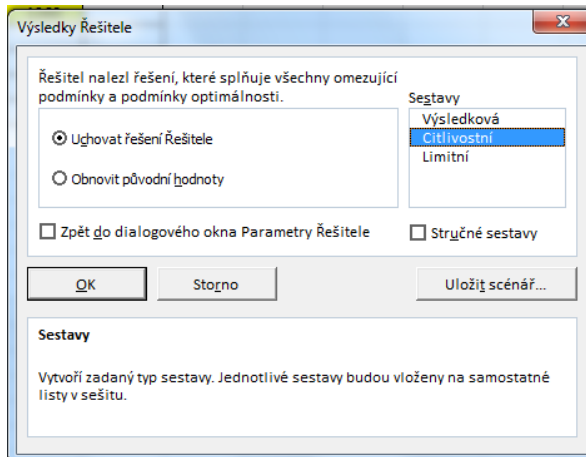
Proměnné

Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Redukovaná náklady	Účelová funkce koeficient	Povolený nárůst	Povolený pokles
\$C\$4	Proměnné x1,X2 Miska	24	0	40	26,66666667	15
\$D\$4	Proměnné x1,X2 Hrnek	8	0	50	30	20

Omezující podmínky

Levá strana omezující podmínky	Název	Konečná Hodnota	Stínová cena	Pravá strana omezující podmínky	Povolený nárůst	Povolený pokles
\$E\$7	Materiál Total	120	6	120	40	60
\$E\$8	Práce Total	40	16	40	40	10

Use of Solver (English)



New Excel List



Microsoft Excel 14.0 Citlivostní sestava
List: [LP_EXCEL_SOLVER USE_20171101.xlsx]List1
Sestava vytvořena: 2.11.2017 8:49:10

Proměnné buňky

Buňka	Název	Konečná Hodnota	Snížené Gradient
\$D\$6	Variables X1, X2 Dish	24	0
\$E\$6	Variables X1, X2 Mug	8	0

Omezující podmínky

Buňka	Název	Konečná Hodnota	Lagrangeův multiplikátor
\$F\$10	Material Total	120	6
\$F\$11	Work Total	40	16

Změna úlohy- jiné výnosy jiná omezení typu práce na dvou strojích a jejich kapacitní omezení

(Change of parameters- not necessary for MPH_AOPR !!!!!)

	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	0		
Přínos	40	50	0	
Stroj 1	7	5	0	200
Stroj 1	5	5	0	400



	Miska	Hrnek	Total	Kapacita
Proměnné x1,x2	0	40		
Přínos	40	50	2000	
Stroj 1	7	5	200	200
Stroj 1	5	5	200	400

Parametry Řešitele

Účejová funkce:

Hledat: Max Min Hodnota:

Proměnné modelu:

Omezující podmínky:

- \$E\$15 <= \$F\$15
- \$E\$16 <= \$F\$16



OK ?