Exponenciální rovnice, logaritmy a inverzní funkce

Lukáš Kokrda

Ekonomicko správní fakulta
Masarykova Universita

podzim 2022

Řešení rovnic specifického typu

Exponenciální rovnicí nazýváme každou rovnici, ve které je neznámá $x \in \mathbb{R}$ v exponentu mocniny nějakého čísla. Za základní tvar exponenciální rovnice lze považovat

$$a^{f(x)} = b^{g(x)},$$

kde $a > 0,\ b > 0$ a $f(x),\ g(x)$ jsou nějaké výrazy.

Metoda řešení:
Rovnici převedeme logaritmováním na tvar

$$f(x)log(a) = g(x)log(b),$$

ve speciálním případě, kdy $a = b$, dostaneme

$$f(x) = g(x).$$

Řešení exponenciální rovnice - společný základ

Příklad:
V reálném oboru řešte:

$$3^{x+1} - 9^{2-x} = 0.$$

Řešení: Převedeme druhý člen na pravou stranu:

$$3^{x+1} = 9^{2-x}$$

Dosadíme $9 = 3^2$

$$3^{x+1} = 3^{2(2-x)}$$

Logaritmováním dostaneme

$$\begin{aligned} x + 1 &= 2(2 - x) \\ 3x &= 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

$$3^{2x} \cdot 3^{-1} - 3^{2x} \cdot 3^{-4} + 3^{2x} \cdot 3^{-2} \quad = 315$$

Řešení exponenciální rovnice - vytknutí

Příklad:
V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

$$\begin{aligned} 3^{2x} \cdot 3^{-1} - 3^{2x} \cdot 3^{-4} + 3^{2x} \cdot 3^{-2} &= 315 \\ 3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) &= 315 \end{aligned}$$

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

$$\begin{aligned} 3^{2x} \cdot 3^{-1} - 3^{2x} \cdot 3^{-4} + 3^{2x} \cdot 3^{-2} &= 315 \\ 3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) &= 315 \\ 3^{2x}(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{81} + \tfrac{1}{9}) &= 315 \end{aligned}$$

Příklad:
V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

$$\begin{aligned} 3^{2x}\cdot 3^{-1} - 3^{2x}\cdot 3^{-4} + 3^{2x}\cdot 3^{-2} &= 315 \\ 3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) &= 315 \\ 3^{2x}(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{81} + \tfrac{1}{9}) &= 315 \\ 3^{2x}.\tfrac{35}{81} &= 315 \end{aligned}$$

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

$$\begin{aligned}
3^{2x} \cdot 3^{-1} - 3^{2x} \cdot 3^{-4} + 3^{2x} \cdot 3^{-2} &= 315 \\
3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) &= 315 \\
3^{2x}(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{81} + \tfrac{1}{9}) &= 315 \\
3^{2x} . \tfrac{35}{81} &= 315 \\
3^{2x} &= 729
\end{aligned}$$

Příklad:
V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

$$\begin{aligned}
3^{2x} \cdot 3^{-1} - 3^{2x} \cdot 3^{-4} + 3^{2x} \cdot 3^{-2} &= 315 \\
3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) &= 315 \\
3^{2x}(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{81} + \tfrac{1}{9}) &= 315 \\
3^{2x} . \tfrac{35}{81} &= 315 \\
3^{2x} &= 729 \\
3^{2x} &= 3^6
\end{aligned}$$

Příklad:
V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

$$\begin{aligned}
3^{2x} \cdot 3^{-1} - 3^{2x} \cdot 3^{-4} + 3^{2x} \cdot 3^{-2} &= 315 \\
3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) &= 315 \\
3^{2x}(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{81} + \tfrac{1}{9}) &= 315 \\
3^{2x} . \tfrac{35}{81} &= 315 \\
3^{2x} &= 729 \\
3^{2x} &= 3^6
\end{aligned}$$

$$2x = 6 \Leftrightarrow x = 3.$$

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení exponenciální rovnice - substituce

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení exponenciální rovnice - substituce

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Zavedeme substituci $y = 5^x$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

Řešení exponenciální rovnice - substituce

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Zavedeme substituci $y = 5^x$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

Dostaneme kořeny

$$y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow y_1 = 1 \wedge y_2 = 5$$

Příklad:
V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Zavedeme substituci $y = 5^x$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

Dostaneme kořeny

$$y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow y_1 = 1 \wedge y_2 = 5$$

Tedy po provedení zpětné substituce dostaneme:

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Zavedeme substituci $y = 5^x$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

Dostaneme kořeny

$$y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow y_1 = 1 \wedge y_2 = 5$$

Tedy po provedení zpětné substituce dostaneme:

a) pro $y_1 = 5$ získáme první řešení původní rovnice z $5 = 5^x$

Řešení exponenciální rovnice - substituce

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Zavedeme substituci $y = 5^x$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

Dostaneme kořeny

$$y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow y_1 = 1 \wedge y_2 = 5$$

Tedy po provedení zpětné substituce dostaneme:

a) pro $y_1 = 5$ získáme první řešení původní rovnice z $5 = 5^x$
b) pro $y_2 = 1$ získáme druhé řešení původní rovnice z $1 = 5^x$

A co když je něco špatně?

- Jak určit mocninu x tak, aby platilo:

$$5^x = 6$$

- Touto funkcí je logaritmická funkce

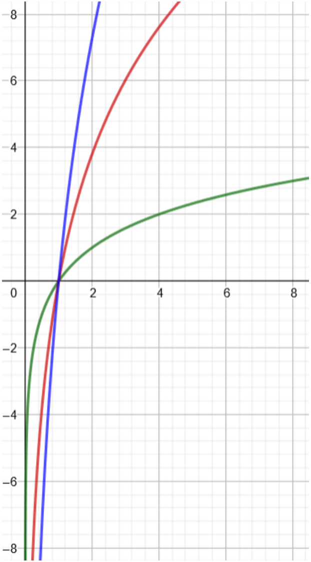
$$f(x) = \log_a(x)$$

- $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ základ logaritmické funkce
- $D(f) = (0, \infty)$

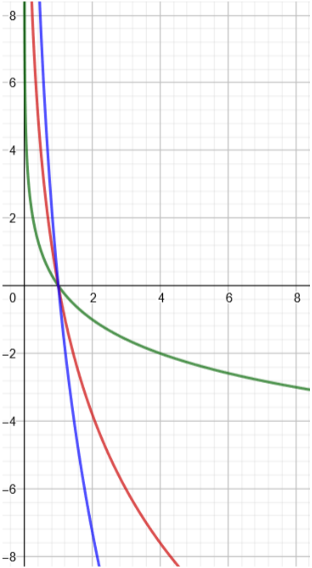
$$y = \log_a(x)$$

- „Kolik musí být y, aby platilo, že $a^y = x$?“
- jinak: „a na kolikátou je x?“

Logaritmy



$a = 1.1; 1.2; 2$



$a = 10/11; 5/6; 1/2$

Základní značení a logaritmické vzorce

Základní značení

- $\log_{10}(x) = \log(x)$
- $\log_e(x) = \ln(x)$
- e je Eulerovo číslo
- $e = 2,71828\ldots$

Jednoduché příklady

- $\log(1000000) =$
- $\log_2(8) =$
- $\log_{\frac{1}{5}}(25) =$
- $\log_2(x) = 5$

Základní vzorce

- $\log(x) + \log(y) = \log(x \cdot y)$
- $\log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$
- $\log\left(x^n\right) = n \cdot \log\left(x\right)$
- $\dfrac{\log(x)}{\log(a)} = \log_a(x)$

Základní značení a logaritmické vzorce

Základní značení

- $\log_{10}(x) = \log(x)$
- $\log_e(x) = \ln(x)$
- e je Eulerovo číslo
- $e = 2,71828\ldots$

Jednoduché příklady

- $\log(1000000) = 6$
- $\log_2(8) =$
- $\log_{\frac{1}{5}}(25) =$
- $\log_2(x) = 5$

Základní vzorce

- $\log(x) + \log(y) = \log(x \cdot y)$
- $\log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$
- $\log\left(x^n\right) = n \cdot \log\left(x\right)$
- $\dfrac{\log(x)}{\log(a)} = \log_a(x)$

Základní značení a logaritmické vzorce

Základní značení

- $\log_{10}(x) = \log(x)$
- $\log_e(x) = \ln(x)$
- e je Eulerovo číslo
- $e = 2,71828\ldots$

Jednoduché příklady

- $\log(1000000) = 6$
- $\log_2(8) = 3$
- $\log_{\frac{1}{5}}(25) =$
- $\log_2(x) = 5$

Základní vzorce

- $\log(x) + \log(y) = \log(x \cdot y)$
- $\log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$
- $\log\left(x^n\right) = n \cdot \log\left(x\right)$
- $\dfrac{\log(x)}{\log(a)} = \log_a(x)$

Základní značení a logaritmické vzorce

Základní značení

- $\log_{10}(x) = \log(x)$
- $\log_e(x) = \ln(x)$
- e je Eulerovo číslo
- $e = 2,71828\ldots$

Jednoduché příklady

- $\log(1000000) = 6$
- $\log_2(8) = 3$
- $\log_{\frac{1}{5}}(25) = -2$
- $\log_2(x) = 5$

Základní vzorce

- $\log(x) + \log(y) = \log(x \cdot y)$
- $\log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$
- $\log\left(x^n\right) = n \cdot \log\left(x\right)$
- $\frac{\log(x)}{\log(a)} = \log_a(x)$

Základní značení a logaritmické vzorce

Základní značení

- $\log_{10}(x) = \log(x)$
- $\log_e(x) = \ln(x)$
- e je Eulerovo číslo
- $e = 2,71828\ldots$

Jednoduché příklady

- $\log(1000000) = 6$
- $\log_2(8) = 3$
- $\log_{\frac{1}{5}}(25) = -2$
- $\log_2(32) = 5$

Základní vzorce

- $\log(x) + \log(y) = \log(x \cdot y)$
- $\log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$
- $\log\left(x^n\right) = n \cdot \log\left(x\right)$
- $\dfrac{\log(x)}{\log(a)} = \log_a(x)$

Příklady k procvičení

$$3^{x+2} = 5^{x-3}$$

Příklady k procvičení

$$3^{x+2} = 5^{x-3}$$

$$\log(3^{x+2}) = \log(5^{x-3})$$

Příklady k procvičení

$$3^{x+2} = 5^{x-3}$$

$$\log(3^{x+2}) = \log(5^{x-3})$$

$$(x+2) \cdot \log(3) = (x-3) \cdot \log(5)$$

Příklady k procvičení

$$3^{x+2} = 5^{x-3}$$

$$\log(3^{x+2}) = \log(5^{x-3})$$

$$(x+2) \cdot \log(3) = (x-3) \cdot \log(5)$$

$$x \cdot \log(3) - x \cdot \log(5) = -3 \cdot \log(5) - 2 \cdot \log(3)$$

Příklady k procvičení

$$3^{x+2} = 5^{x-3}$$

$$\log(3^{x+2}) = \log(5^{x-3})$$

$$(x+2) \cdot \log(3) = (x-3) \cdot \log(5)$$

$$x \cdot \log(3) - x \cdot \log(5) = -3 \cdot \log(5) - 2 \cdot \log(3)$$

$$x \cdot (\log(3) - \log(5)) = -3 \cdot \log(5) - 2 \cdot \log(3)$$

Příklady k procvičení

$$3^{x+2} = 5^{x-3}$$

$$\log(3^{x+2}) = \log(5^{x-3})$$

$$(x+2)\cdot\log(3) = (x-3)\cdot\log(5)$$

$$x\cdot\log(3) - x\cdot\log(5) = -3\cdot\log(5) - 2\cdot\log(3)$$

$$x\cdot(\log(3) - \log(5)) = -3\cdot\log(5) - 2\cdot\log(3)$$

$$x = \frac{-3\cdot\log(5) - 2\cdot\log(3)}{\log(3) - \log(5)} = \frac{\log(5^{-3}) + \log(3^{-2})}{\log(3) - \log(5)} = \frac{5^{-3}\cdot 3^{-2}}{\log\left(\frac{3}{5}\right)}$$

Logaritmická rovnice

Logaritmická rovnice je taková rovnice, v níž se vyskytují logaritmy výrazu s neznámou x, přičemž x patří do množiny kladných reálných čísel. Základní logaritmickou rovnicí je rovnice typu

$$\log_a x = b,$$

$a > 0,\ a \neq 1$ Tato rovnice má pro libovolné b jediné řešení tvaru $x = a^b$.

Logaritmické rovnice složitějších typů se nejprve upraví na tvar

$$\log_a f(x) = \log_a g(x),$$

kde $a > 0,\ a \neq 1$ přičemž rovnici řešíme na množině těch $x \in \mathbb{R}$, pro něž výrazy $f(x)$ a $g(x)$ nabývají kladných hodnot. Pokud tuto množinu neurčíme předem, je nutno provést zkoušku.

Odlogaritmováním rovnice dostaneme

$$f(x) = g(x)$$

a dále řešíme rovnici bez logaritmu.

Logaritmická rovnice

V reálném oboru řešte rovnici

$$\log(3x-2) = 2 \cdot \log(x-4)$$

Logaritmická rovnice

V reálném oboru řešte rovnici

$$\log(3x-2) = 2 \cdot \log(x-4)$$

Řešení: Upravíme pravou stranu

$$\log(3x-2) = \log(x-4)^2,$$

Logaritmická rovnice

V reálném oboru řešte rovnici

$$\log(3x-2) = 2 \cdot \log(x-4)$$

Řešení: Upravíme pravou stranu

$$\log(3x-2) = \log(x-4)^2,$$

Odlogaritmujeme

$$3x - 2 = x^2 - 8x + 16$$

Logaritmická rovnice

V reálném oboru řešte rovnici

$$\log(3x - 2) = 2 \cdot \log(x - 4)$$

Řešení: Upravíme pravou stranu

$$\log(3x - 2) = \log(x - 4)^2,$$

Odlogaritmujeme

$$3x - 2 = x^2 - 8x + 16$$

Vyřešíme kvadratickou rovnici

$$x^2 - 11x + 18 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 72}}{2},$$

Logaritmická rovnice

V reálném oboru řešte rovnici

$$\log(3x-2) = 2 \cdot \log(x-4)$$

Řešení: Upravíme pravou stranu

$$\log(3x-2) = \log(x-4)^2,$$

Odlogaritmujeme

$$3x - 2 = x^2 - 8x + 16$$

Vyřešíme kvadratickou rovnici

$$x^2 - 11x + 18 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121-72}}{2},$$

tedy $x_1 = 9,\ x_2 = 2.$

Logaritmická rovnice

V reálném oboru řešte rovnici

$$\log(3x-2) = 2\cdot\log(x-4)$$

Řešení: Upravíme pravou stranu

$$\log(3x-2) = \log(x-4)^2,$$

Odlogaritmujeme

$$3x-2 = x^2-8x+16$$

Vyřešíme kvadratickou rovnici

$$x^2-11x+18=0$$

$$x_{1,2} = \frac{11\pm\sqrt{121-72}}{2},$$

tedy $x_1 = 9,\ x_2 = 2$. Musíme provést zkoušku, pro $x_1 = 9$ dostaneme

$$L(x_1) = \log(25),\ P(x_1) = 2\log(5),\ L(x_1) = P(x_1).$$

Pro $x_2 = 2$ dostaneme

$$L(x_2) = \log 4, \;\; P(x_2) = 2 \cdot \log(-2),$$

pravá strana není definována – kořenem je tedy pouze $x_1 = 9$.

V reálném oboru řešte rovnici

$$-\log_3 \frac{1}{x^2} + \log_3 3x - 4 = 0$$

Logaritmická rovnice

V reálném oboru řešte rovnici

$$-\log_3 \frac{1}{x^2} + \log_3 3x - 4 = 0$$

Řešení: Upravíme levou stranu

$$-\log_3 \left(x^{-2}\right) + \log_3 (3) + \log_3 (x) - 4 = 0$$

V reálném oboru řešte rovnici

$$-\log_3 \frac{1}{x^2} + \log_3 3x - 4 = 0$$

Řešení: Upravíme levou stranu

$$-\log_3 \left(x^{-2}\right) + \log_3 (3) + \log_3 (x) - 4 = 0$$

$$2 \cdot \log_3(x) + 1 + \log_3(x) - 4 = 0$$

V reálném oboru řešte rovnici

$$-\log_3 \frac{1}{x^2} + \log_3 3x - 4 = 0$$

Řešení: Upravíme levou stranu

$$-\log_3 \left(x^{-2}\right) + \log_3 (3) + \log_3 (x) - 4 = 0$$

$$2 \cdot \log_3(x) + 1 + \log_3(x) - 4 = 0$$

$$3 \cdot \log_3(x) - 3 = 0$$

V reálném oboru řešte rovnici

$$-\log_3 \frac{1}{x^2} + \log_3 3x - 4 = 0$$

Řešení: Upravíme levou stranu

$$-\log_3 \left(x^{-2}\right) + \log_3 (3) + \log_3 (x) - 4 = 0$$

$$2 \cdot \log_3(x) + 1 + \log_3(x) - 4 = 0$$

$$3 \cdot \log_3(x) - 3 = 0$$

$$\log_3(x) = 1$$

V reálném oboru řešte rovnici

$$-\log_3 \frac{1}{x^2} + \log_3 3x - 4 = 0$$

Řešení: Upravíme levou stranu

$$-\log_3 \left(x^{-2}\right) + \log_3 (3) + \log_3 (x) - 4 = 0$$

$$2 \cdot \log_3(x) + 1 + \log_3(x) - 4 = 0$$

$$3 \cdot \log_3(x) - 3 = 0$$

$$\log_3(x) = 1$$

Provedeme zkoušku – dosadíme do původní rovnice, levá strana je pro $x = 3$ definována a je nulová, tedy $x = 3$ je řešením.

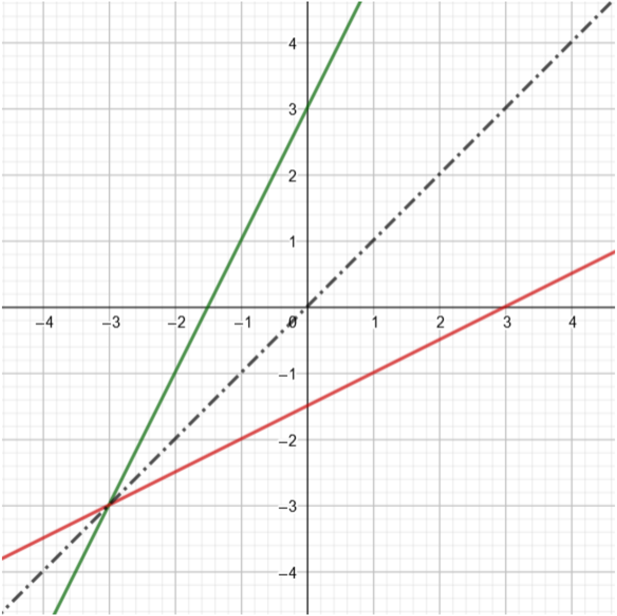
Inverzní funkce

- Co je inverzní funkce k funkci $f(x)$?
  - „Funkce $g(x)$ pro kterou platí $g(f(x)) = f(g(x)) = x$."
- Zkrácené značení $f^{-1}(x)$
  - **Neplést s $\mathbf{\frac{1}{f(x)}}$!!!**
- Každá funkce nemusí mít inverzi
- Poznávací znamení

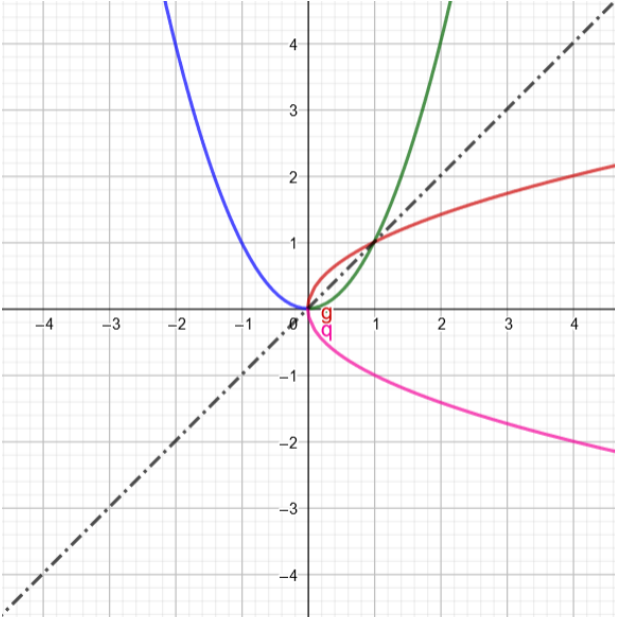
„Grafy funkcí $\mathbf{f(x)}$ a $\mathbf{f^{-1}(x)}$ jsou symetrické podle osy $\mathbf{y = x}$."

- Navzájem inverzní třídy funkcí
  - Lineární $\times$ Lineární
  - Mocninné $\times$ Mocninné (tady ale opatrně)
  - Exponenciální $\times$ Logaritmické

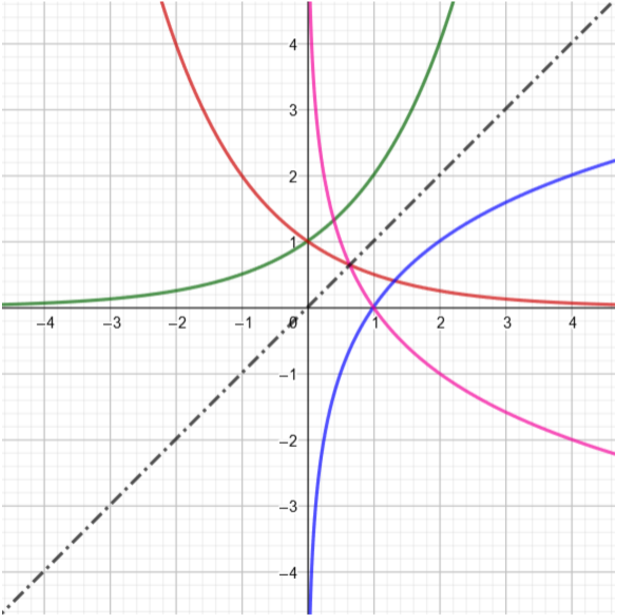
Inverzní funkce - Lineární $\times$ Lineární



Inverzní funkce - Mocninné × Mocninné



Inverzní funkce - Exponenciální × Logaritmické



Postup $f(x) = 3\log_3(2x+2) - 3$

1. Zapsat funkci ve tvaru $y = f(x)$
   - $y = 3\log_3(2x+2) - 3$

Inverzní funkce - Výpočet

Postup $f(x) = 3\log_3(2x+2) - 3$

1. Zapsat funkci ve tvaru $y = f(x)$
   - $y = 3\log_3(2x+2) - 3$
2. Prohodit x za y a naopak
   - $x = 3\log_3(2y+2) - 3$

Inverzní funkce - Výpočet

Postup $f(x) = 3\log_3(2x+2) - 3$

1. Zapsat funkci ve tvaru $y = f(x)$
   - $y = 3\log_3(2x+2) - 3$
2. Prohodit x za y a naopak
   - $x = 3\log_3(2y+2) - 3$
3. Vyjádřit y
   - $x + 3 = 3\log_3(2y+2)$

Postup $f(x) = 3\log_3(2x+2) - 3$

1. Zapsat funkci ve tvaru $y = f(x)$
   - $y = 3\log_3(2x+2) - 3$
2. Prohodit x za y a naopak
   - $x = 3\log_3(2y+2) - 3$
3. Vyjádřit y
   - $x + 3 = 3\log_3(2y+2)$
   - $\frac{1}{3} \cdot x + 1 = \log_3(2y+2)$

Inverzní funkce - Výpočet

Postup $f(x) = 3\log_3(2x+2) - 3$

1. Zapsat funkci ve tvaru $y = f(x)$
   - $y = 3\log_3(2x+2) - 3$
2. Prohodit x za y a naopak
   - $x = 3\log_3(2y+2) - 3$
3. Vyjádřit y
   - $x + 3 = 3\log_3(2y+2)$
   - $\frac{1}{3} \cdot x + 1 = \log_3(2y+2)$
   - $3^{\frac{1}{3}\cdot x+1} = 2y + 2$

Postup $f(x) = 3\log_3(2x+2) - 3$

1. Zapsat funkci ve tvaru $y = f(x)$
   - $y = 3\log_3(2x+2) - 3$
2. Prohodit x za y a naopak
   - $x = 3\log_3(2y+2) - 3$
3. Vyjádřit y
   - $x + 3 = 3\log_3(2y+2)$
   - $\frac{1}{3} \cdot x + 1 = \log_3(2y+2)$
   - $3^{\frac{1}{3} \cdot x + 1} = 2y + 2$
   - $3^{\frac{1}{3} \cdot x + 1} - 2 = 2y$

Inverzní funkce - Výpočet

Postup $f(x) = 3\log_3(2x+2) - 3$

1. Zapsat funkci ve tvaru $y = f(x)$
   - $y = 3\log_3(2x+2) - 3$
2. Prohodit x za y a naopak
   - $x = 3\log_3(2y+2) - 3$
3. Vyjádřit y
   - $x + 3 = 3\log_3(2y+2)$
   - $\frac{1}{3} \cdot x + 1 = \log_3(2y+2)$
   - $3^{\frac{1}{3}\cdot x+1} = 2y + 2$
   - $3^{\frac{1}{3}\cdot x+1} - 2 = 2y$
   - $y = \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{1}{3}x+1} - 1$

Inverzní funkce - Grafické ověření