MPE_VPAM: Průběžný test - VZOR

1. (4b.) Vyřešte diferenciální rovnici s počátečními podmínkami: $(x-1)y' + y^2 = 0$, kde $y(2) = -1$.

2. (2b.) Log–linearizujte produkční funkci $y_t = An_t^{1-\alpha}$ okolo nenulového ustáleného stavu tak, aby výsledná log–linearizovaná rovnice byla v odchylkách od ustáleného stavu. Hodnoty ustáleného stavu značte * tzn. $x_0 = x^*$, odchylky od ustáleného stavu $\hat{x}_t$. Značení: y_t značí produkt, A značí konstantní úroveň technologie, n_t pracovní sílu a $1-\alpha$, kde $\alpha \in (0,1)$ je marginální (mezní) produkt práce.

3. (4b.) Mějme zadánu matici $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. Určete vlastní čísla matice A. Vypočtěte hodnost, determinant a stopu matice A. Určete definitnost matice A.

4. (3b.) Zjednodušený model národních příjmů lze zapsat jako:

$$Y = C + I + G,$$
$$C = a + bY,$$

   kde národní příjem (Y) a spotřeba (C) jsou endogenní veličiny a investice (I) a vládní výdaje (G) jsou exogenní veličiny. Parametry a a b ve spotřební funkci reprezentují autonomní spotřebu a mezní sklon ke spotřebě.

   (a) Zapiště model pomocí matice koeficientů o velikosti 2×2, vektoru endogenních proměnných o velikosti 2×1 a vektoru konstant o velikosti 2×1 ($I + G$ považujte za jednu konstantu).

   (b) Tento model může být také zapsán jako $Ax = y$, kde A je matice koeficientů, x je vektor endogenních proměnných a y je vektor konstant. S pomocí známého faktu, že $x = A^{-1}y$ nalezněte řešení tohoto systému rovnic.

5. (4b.) Mějme zadánu produkční funkci $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{4}} x_3^{\frac{1}{4}}$, $\mathbf{x} \in \mathrm{R}^3_{++}$.

   (a) Sestavte gradient funkce f

   (b) Sestavte Hessovu matici

   (c) Sestavte rozšířenou Hessovu matici

   (d) Určete stupeň homogenity funkce f.

6. (3b.) Rozhodněte (výpočtem) o kvazikonkávnosti a poté o konkávnosti funkce

$$f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{4}}, \quad \mathbf{x} \in \mathrm{R}^2_{++}.$$