

Optimalizace a rozhodování, Zadání případových studií 2024

1. Zpracování rostlinných a minerálních olejů

Finální produkt je vyráběn zpracováním surových olejů a jejich smícháním. Surové oleje patří do dvou kategorií: rostlinné oleje (VEG 1, VEG 2) a minerální oleje (MIN 1, MIN 2, MIN 3). Každý olej lze zakoupit pro okamžité doručení (leden) nebo zakoupit na futures trhu pro dodání v následujícím měsíci. Ceny nyní a na futures trhu jsou následující (£/tuna):

Olej	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen
VEG 1	110	130	110	120	100	90
VEG 2	120	130	140	110	120	100
MIN 1	130	110	130	120	150	140
MIN 2	110	90	100	120	110	80
MIN 3	115	115	95	125	105	135

Konečný výrobek se prodává za £150 za tunu. Pro rafinaci potřebují rostlinné oleje a minerální oleje různé výrobní linky. V žádném měsíci není možné rafinovat více než 200 tun rostlinných olejů a více než 250 tun minerálních olejů. V procesu rafinace nedochází ke ztrátě váhy a náklady na rafinaci lze zanedbat. Je možné skladovat až 1000 tun každého surového oleje pro pozdější použití. Náklady na skladování rostlinného i minerálního oleje činí £5 za tunu za měsíc. Rafinované oleje ani konečný výrobek nelze skladovat.

Existuje technologické omezení viskozity konečného výrobku. V jednotkách, ve kterých se viskozita měří, musí být výsledná hodnota mezi 3 a 6. Předpokládá se, že viskozita se lineárně mísí a viskozity surových olejů jsou

Typ	Hodnota
VEG 1	8,8
VEG 2	6,1
MIN 1	2,0
MIN 2	4,2
MIN 3	5,0

Jakou politiku nákupu a výroby by měla společnost uplatňovat, aby maximalizovala zisk? V současné době je na skladě 500 tun každého druhu surového oleje. Je požadováno, aby tyto zásoby existovaly také ke konci června.

Je třeba uplatnit následující dodatečné podmínky na problém výroby potravin:

1. Výsledný produkt nesmí být složen z více než tří olejů (v žádném měsíci).
2. Pokud je olej použit v daném měsíci, musí ho být použito alespoň 20 tun.
3. Pokud jsou v měsíci použity oleje VEG 1 nebo VEG 2, musí být také použit olej MIN 3.

Rozšiřte model výroby potravin tak, aby zahrnoval tyto omezení a najděte nové optimální řešení.

2. Plánování výroby

Strojírenská továrna vyrábí sedm výrobků (PROD 1 až PROD 7) na následujících strojích: čtyři brusky, dvě svislé vrtačky, tři vodorovné vrtačky, jeden vrták a jedna hoblovací fréza. Každý výrobek přináší určitý příspěvek k zisku (definovaný jako £/kus prodejní ceny minus náklady na suroviny). Tyto částky (v £/kus) spolu s časem výroby na jednotku (hodiny) potřebným na každý proces jsou uvedeny níže. Pomlčka značí, že výrobek tento proces nepotřebuje.

PROD	1	2	3	4	5	6	7
Příspěvek k zisku	10	6	8	4	11	9	3
Bruska	0,5	0,7	0,3	0,2	0,5	-	-
Vertikální vrtačky	0,1	0,2	0,3	-	0,6	-	-
Horizontální vrtačky	0,2	-	0,8	-	0,6	-	-
Vrták	0,05	-	0,03	0,07	-	0,1	0,08
Hoblovací fréza	0,01	-	0,05	-	-	0,05	-

V průběhu aktuálního měsíce (leden) a následujících pěti měsíců budou určité stroje z důvodu údržby mimo provoz. Konkrétně to budou:

- Leden: 1 bruska
- Únor: 2 horizontální vrtačky
- Březen: 1 vrták
- Duben: 1 vertikální vrtačka
- Květen: 1 bruska a 1 vertikální vrtačka
- Červen: 1 hoblovací fréza a 1 horizontální vrtačka

Podle oddělení marketingu se v jednotlivých měsících prodají následující množství produktů:

	1	2	3	4	5	6	7
Leden	500	1000	300	300	800	200	100
Únor	600	500	200	0	400	300	150
Březen	300	600	0	0	500	400	100
Duben	200	300	400	500	200	0	100
Květen	0	100	500	100	1000	300	0
Červen	500	500	100	300	1100	500	60

Je možné skladovat až 100 kusů od každého produktu za cenu £0,5 za kus měsíčně. V současné době nejsou skladovány žádné zásoby, ale cílem je mít na konci června zásobu 50 kusů každého typu produktu. Továrna má šestidenní pracovní týden se dvěma směnami po osmi hodinách denně. Není třeba řešit žádné problémy s řazením výroby. Kdy a co by měla továrna vyrábět, aby maximalizovala celkový zisk? Doporučte jakékoli zvýšení cen a hodnotu nákupu nových strojů. Rozšiřte model tak, aby umožnil tato dodatečná rozhodnutí. Jaká je hodnota dodatečné flexibility, kterou umožňuje volba dob odstávky?

Poznámka: Lze předpokládat, že každý měsíc má pouze 24 pracovních dnů. Místo toho, aby bylo direktivně stanoveno, kdy jsou jednotlivé stroje vypnuty kvůli údržbě, zkuste pro každý stroj najít nejvhodnější měsíc, kdy bude může být mimo provoz. Každý stroj musí být mimo provoz kvůli údržbě jeden měsíc ze šesti, s výjimkou brusek, u kterých musí být za šest měsíců mimo provoz jen dvě.

3. Plánování pracovní síly

Společnost prochází řadou změn, které ovlivní její potřeby v oblasti pracovní síly v následujících letech. Vzhledem k instalaci nových strojů bude zapotřebí méně nekvalifikovaných pracovníků, ale naopak bude potřeba více kvalifikovaných a polokvalifikovaných pracovníků. Kromě toho se v příštím roce očekává pokles obchodu, což sníží potřebu pracovníků ve všech kategoriích. Očekávané potřeby v oblasti pracovní síly pro příští tři roky jsou následující:

Kategorie	Nekvalifikovaní	Polokvalifikovaní	Kvalifikovaní
Stávající stav	2000	1500	1000
Rok 1	1000	1400	1000
Rok 2	500	2000	1500
Rok 3	0	2500	2000

Společnost si přeje pro příští tři roky rozhodnout o své politice týkající se následujících oblastí personální práce: Nábor, Přeškolení, Propouštění, Nadzaměstnanost, Kratší pracovní doba.

Nad rámec personální strategie firmy dochází k přirozenému úbytku pracovní síly. Poměrně velké množství pracovníků odejde během prvního roku. Po této době je tato míra mnohem nižší. S ohledem na to mohou být míry úbytku stanoveny následovně:

Kategorie	Nekvalifikovaní	Polokvalifikovaní	Kvalifikovaní
Méně než rok služby	25%	20%	10%
Více než rok služby	10%	5%	5%

V poslední době nebyly provedeny žádné náborové akce a všichni současní pracovníci jsou zaměstnání déle než jeden rok.

1) Nábor

Je možné nabrat omezený počet nových pracovníků. V průběhu jednoho roku jsou možné následující počty náborů v každé kategorii:

Kategorie	Nekvalifikovaní	Polozkušení	Zkušení
Nábor	500	800	500

2) Překvalifikování

Je možné překvalifikovat až 200 nekvalifikovaných pracovníků ročně tak, aby se stali polokvalifikovanými. Toto stojí £400 na každého pracovníka. Přeškolení polokvalifikovaných pracovníků na kvalifikované je omezeno na nejvýše čtvrtinu kvalifikované pracovní síly, protože část školení probíhá v průběhu práce. Překvalifikace polokvalifikovaného pracovníka tímto způsobem stojí £500. Degradace pracovníků na nižší úroveň kvalifikace je možná, ale 50% takových pracovníků odchází, i když to firmu nic nestojí (Tato ztráta je navíc k přirozenému odchodu popsanému výše).

3) Propouštění

Odchodné pro nekvalifikovaného pracovníka činí £200 a pro polokvalifikovaného nebo kvalifikovaného pracovníka £500.

4) Nadzaměstnanost

V celé firmě je možné zaměstnat až 150 pracovníků navíc, než je potřeba, ale dodatečné náklady na zaměstnance za rok na jednoho pracovníka jsou:

Nekvalifikovaní	Polokvalifikovaní	Kvalifikovaní
£1500	£2000	£3000

5) Kratší pracovní doba

Až 50 pracovníků v každé kategorii dovedností může být zařazeno do krátkého pracovního režimu. Náklady na toto (na zaměstnance za rok) jsou:

Nekvalifikovaní £500	Polokvalifikovaní £400	Kvalifikovaní £400
-------------------------	---------------------------	-----------------------

Zaměstnanec v zkráceném pracovním režimu plní pracovní požadavky ve výši 50 % úrovně zaměstnance na plný úvazek. Deklarovaným cílem společnosti je minimalizovat propouštění. Jak by měli postupovat, aby tohoto dosáhli? Pokud by jejich politika byla minimalizovat náklady, kolik by jim to ušetřilo navíc? Odvoďte pro každý rok náklady na zachování všech jednotlivých typů práce.

4. Rozdělení lékařů na směny v nemocnici

Představme si nemocnici, ve které na pohotovosti pracuje 60 lékařů. Lékaři pracují v třísměnném provozu, směny jsou osmihodinové. Pro jednoduchost předpokládejme, že směny začínají vždy o půlnoci (směna 1), v 8:00 (směna 2) a v 16:00 (směna 3). Vedení nemocnice se chystá vytvořit optimální plán směn tak, aby využilo co nejméně lékařů. Z dlouhodobého pozorování vedení zná minimální počet zaměstnanců, kteří musí být přítomni na jednotlivých směnách. Ten je uveden v tabulce

Směna	PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
1	9	3	4	4	3	10	12
2	7	9	14	8	7	15	15
3	7	11	10	9	11	12	13

Lékaři si u vedení nemocnice za pomoci odborů vydobyli následující podmínky:

1. Pracovat vždy 4 po sobě jdoucí dny v týdnu a poté 3 po sobě jdoucí dny nepracovat.
2. Ve čtyřech po sobě následujících dnech pracovat vždy na stejné směně (např. 4x za sebou mít směnu 1).

Sestavte a vyřešte lineární úlohu, kterou řeší vedení nemocnice. Vedení chce najít dlouhodobý rozvrh, podle kterého se budou směny řídit, ne pouze rozvrh na jeden týden. Vedení tak při řešení počítá s tím, že na pondělní směně pracují lékaři, kteří začali čtyřdenní směnu minulý týden. Jejich cílem je minimalizovat množství zaměstnanců, kteří pokryjí potřebné minimální počty. Tuto úlohu lze formulovat i tak, že chceme minimalizovat náklady na platy zaměstnanců, nechceme tedy, aby v době, kdy potřebujeme 12 zaměstnanců jich na pracovišti bylo např. 20.

Ve druhé části příkladu budete řešit situaci, ve které jsou zaměstnanci dvou různých typů. Vzhledem k propukající epidemii hlásí nemocnice mírný nárůst počtů pacientů, a tedy i počtů lékařů potřebných na jednotlivých směnách. Tyto počty jsou uvedeny v tabulce

Směna	PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
1	9	3	3	5	5	15	12
2	7	9	15	8	7	15	15
3	7	11	10	9	12	12	13

Nárůst požadavků na lékaře není prozatím nijak závažný, jejich maximální počet se však snížil na 45, neboť někteří jsou kvůli pobytu v rizikových oblastech nyní uzavřeni v domácí karanténě. Místní univerzita však nemocnici nabídla studenty lékařské fakulty, kteří mohou vypomáhat. Studentů je k dispozici 100. Studenty, na rozdíl od stálých zaměstnanců, najímá nemocnice pouze na jednotlivé směny, a mohou pracovat bez dalších omezení.

Jediné bezpečnostní omezení, které nemocnice vyžaduje, je, aby studenti na všech směnách tvořili maximálně jednu třetinu ze všech potřebných lékařů. V této části se již nebudeme snažit minimalizovat celkový počet zaměstnanců, ale celkové náklady na ně. Mzdu všech lékařů i studentů uvádíme ve stejných jednotkách. Mzda jednoho zaměstnance je 42 (za 4 směny), studenti dostanou 8 za práci na směně 1 nebo směně 2 a 14 za práci na směně 3. Sestavte úlohu, která odpovídá druhé části příkladu a vyřešte ji.

5. Bankovní rozhodování o spotřebitelských úvěrech

Banka má momentálně k dispozici 50 milionů Kč, které chce buď investovat do státních dluhopisů nebo vypůjčit klientům, jejichž poptávka po spotřebitelských úvěrech je v současné době velmi vysoká. Investování do státních dluhopisů je v podstatě bezrizikové, úvěrování je však pro banku mnohem výnosnější. Vedení banky chce maximalizovat zisk, ovšem za předpokladu, že nebudou muset podstoupit příliš velké riziko.

Banka svoje klienty řadí podle jejich charakteristik do osmi skupin označených písmeny A-H. V kategorii označené písmenem A jsou pouze nejlepší klienti, se kterými má banka již zkušenost, a ví, že s pravděpodobností 0,999 svůj úvěr splatí i s úroky. Pravděpodobnost, že klient nebude schopen svoji půjčku splatit, zde označíme mírou defaultu. Ze zkušenosti zná vedení též pravděpodobnost toho, že klient, který není schopen splácet, vrátí bance polovinu hodnoty svého úvěru (bez úroků). Banka zároveň ví, že klienti ve skupině A snadno získají úvěr i u jiné banky, neboť jsou téměř bezrizikoví. Musí jim tak nabídnout nízké úroky, aby si vybrali její produkt. Banka má již vypracovanou strategii, podle které nabídne jednotlivým kategoriím úrokové sazby. Stupnici s úroky, mírou defaultu a pravděpodobností navrácení poloviny úvěru v případě defaultu pro jednotlivé skupiny klientů zobrazuje tabulka

Kategorie	A	B	C	D	E	F	G	H	2T repo
Úrok (%)	2,9	3,9	4,9	6,9	7,5	10,9	12,9	16,9	1
Míra defaultu	0,001	0,009	0,04	0,085	0,1	0,12	0,18	0,2	0
Pravd. splacení	0,999	0,991	0,96	0,915	0,9	0,88	0,82	0,8	1
Pravd. polovina	0,75	0,75	0,5	0,5	0,5	0,3	0,3	0,25	0

V posledním řádku tabulky vidíme, jaká je pravděpodobnost, že klienti, kteří nebudou schopni splácet, vrátí bance polovinu vypůjčené částky bez úroků. Banka tak z těchto klientů ztratí pouze polovinu hodnoty poskytnutého úvěru a úroky. Kromě osmi kategorií klientů je v tabulce též sloupec označený 2T repo, což je úroková sazba, za kterou si mohou banky na 2 týdny uložit peníze u ČNB. Tento způsob investování je bezrizikový, pravděpodobnost splacení je tak rovna jedné. Stejně jako úrokové sazby pro klienty je i 2T repo sazba roční, v tabulce je uvedena sazba platná od 27. 3. 2020. Tato sazba se v průběhu roku může změnit, v příkladu však považujeme sazbu za neměnnou po celý rok. Banka by tedy své přebytečné prostředky uložila u ČNB na celý rok.

Vedení banky chce maximalizovat svůj zisk. Vzhledem ke striktním pravidlům bankovního systému však nemůže vypůjčit své peníze úplně libovolně. Banka musí kvůli rizikovitosti alespoň třetinu hodnoty svých úvěrů vypůjčit klientům z kategorie A a B. Ze stejného důvodu může banka do kategorií F, G a H vypůjčit maximálně polovinu toho, co zapůjčí do kategorií A, B a C. Banka si též váží svých klientů z kategorie A, se kterými má předběžně domluvené úvěry o hodnotě 800 000 Kč. Klientům v kategorii A chce tak vedení nabídnout úvěry minimálně v této hodnotě.

Vzhledem k tomu, že se vedení rozhoduje o hodnotách úvěrů pro jednotlivé kategorie, počítá se ztrátou jako s částkou, kterou jednotlivé kategorie nesplatí, tj. se součinem hodnoty úvěrů v dané kategorii a míry defaultu, od kterého odečte hodnotu částky, již splatí část nesplácejících klientů. Vedení banky chce uvážit tři situace, které se liší pojetím rizika. Ve všech situacích se však zajímá o úrokový výnos z prvního roku splacení. V první z nich chce maximalizovat výnos (z úroků a návratů částí úvěrů od klientů v defaultu) s tím, že omezí maximální hodnotu, kterou jsou ochotni ztratit, na částku 2 500 000 Kč. Ve druhé situaci se pak chce podívat na zisk jako rozdíl výnosů a ztráty. Ve třetí situaci, kterou chce vedení otestovat, je hodnota výnosu dvakrát důležitější než riziko. Jaké pojetí rizika přinese bance větší zisk? Jak se situace změní, jestliže se vedení rozhodne kvůli solidaritě a dobré reputaci vypůjčit alespoň 5 000 000 Kč lidem z kategorií F, G a H? Sestavme a vyřešme úlohu lineárního programování, před kterou stojí vedení banky.

6. Tarifní pásma

Elektrárna musí zajistit poptávku po elektrické energii, která kolísá dle denní doby podle údajů v tabulce:

0:00 - 6:00	15000 MW/h
6:00 - 9:00	30000 MW/h
9:00 - 15:00	25000 MW/h
15:00 - 18:00	40000 MW/h
18:00 - 24:00	27000 MW/h

Pro výrobu elektřiny má k dispozici 3 výrobní jednotky (Siemens, GE a Tesla). Okamžitý výkon generátorů pracovníci obsluhy přenastavují jen v termínech změny tarifního pásma; během jednotlivých intervalů je výkon konstantní a musí se pohybovat ve stanoveném rozmezí minimálního a maximálního výkonu (žádný generátor nelze úplně vyřadit z provozu). Tabulka níže udává rozmezí pro výkon společně s provozními náklady (v tisících Kč).

Generátor	Výkon		Náklady	
	minimální	maximální	za h při min. výkonu	za MWh nad min. výkon
Siemens	10200 MW	24000 MW	1000	2
GE	12500 MW	17500 MW	2600	1,3
Tesla	7500 MW	20000 MW	3000	3

Nad rámec zajištění požadované poptávky je třeba zajistit, aby v každém období bylo možné zajistit mimořádné zvýšení odběru až do výše 15% odhadovaného počtu MW, a to pomocí generátorů, které jsou aktuálně v chodu. Na jaký výkon mají generátory v jednotlivých časových intervalech pracovat, aby byly celkové denní náklady co nejmenší?

1. Zapište a vyřešte matematický model.
2. Navrhněte na základě vypočtených výsledků hrubou prodejní cenu energie v jednotlivých časových pásmech (pokud by se kalkulovala pouze z provozních nákladů). Jaké jsou marginální náklady produkce pro jednotlivá období (tj. jakým tarifem by měl být odběr zpoplatněn)?
3. Kolik by se ušetřilo zrušení 15-procentní rezervy?

7. Distribuční struktura

Firma má dvě továrny, jednu v Liverpoolu a druhou v Brightonu. Kromě toho má čtyři sklady s úložnými kapacitami v Newcastle, Birminghamu, Londýně a Exeteru. Firma prodává svůj produkt šesti zákazníkům C1, C2, ..., C6. Zákazníci mohou být zásobováni buď ze skladu, nebo přímo z továrny. Náklady na distribuci (které nese firma) jsou známy; jsou uvedeny v tabulce (v £ za doručenou tunu).

	Dodavatel					
	Liverpool	Brighton	Newcastle	Birmingham	London	Exeter
Newcastle	0,5					
Birmingham	0,5	0,3				
London	1,0	0,5				
Exeter	0,2	0,2				
C1	1,0	2,0		1,0		
C2			1,5	0,5	1,5	
C3	1,5		0,5	0,5	2,0	0,2
C4	2,0		1,5	1,0		1,5
C5				0,5	0,5	0,5
C6	1,0		1,0		1,5	1,5

Někteří zákazníci vyjádřili preference ohledně toho, zda chtějí být zásobováni z továrny nebo ze skladu, na který jsou zvyklí. Preferovaní dodavatelé jsou:

- C1 - Liverpool (továrna)
- C2 - Newcastle (sklad)
- C3 - Žádné preference
- C4 - Žádné preference
- C5 - Birmingham (sklad)
- C6 - Exeter nebo Londýn (sklady)

Každá továrna má měsíční kapacitu, kterou nelze překročit:

- Liverpool 150 000 tun
- Brighton 200 000 tun

Každý sklad má maximální měsíční průtok, který nelze překročit:

- Newcastle 70 000 tun
- Birmingham 50 000 tun
- Londýn 100 000 tun
- Exeter 40 000 tun

Každý zákazník má měsíční požadavek uvedený níže, který musí být splněn:

- C1 50 000 tun
- C2 10 000 tun
- C3 40 000 tun
- C4 35 000 tun
- C5 60 000 tun
- C6 20 000 tun

Společnost by chtěla zjistit:

1. Jaká distribuční struktura by minimalizovala celkové náklady?

2. Jaký by byl efekt zvýšení kapacity továrny a depa na distribuční náklady?
3. Jaké by byly efekty malých změn v nákladech, kapacitách a požadavcích na distribuční strukturu?
4. Bylo by možné splnit všechny preference zákazníků ohledně dodavatelů a pokud ano, jaké by byly dodatečné náklady na toto splnění?