Matematika II — jaro 2005 — 2. test — sk. B — 2.5.2005

Jméno: ....
UČO: ....

Hodnocení					

1. (1 bod) Spočítejte součiny matic $A \cdot B$ a $B \cdot A$, pokud existují, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \qquad B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

2. (1 bod) Nechť $C = (c_{ij})$ je matice typu n krát n daná vztahem

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad i \le j \\ 0 & \text{pro} \quad i > j. \end{cases}$$

Spočítejte druhý řádek v součinu $D = C \cdot C$, $D = (d_{ij})$. $\quad d_{2j} = j - 1$

3. (2 body) Určete determinant matice F.

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad |F| = 2$$

4. (2 body) Určete matici inverzní k matici G.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad G^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. (2 body) Určete všechna řešení následující soustavy lineárních rovnic v tělese reálných čísel.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 4 \end{aligned}$$

$\{(5 - 4t, -2 + t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$

6. (2 body) Určete všechna reálná čísla a, b taková, že následující soustava lineárních rovnic v tělese reálných čísel má jedno, resp. nekonečně mnoho, resp. žádné řešení. (Množinu řešení již není třeba vypisovat.)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + ax_3 &= b \end{aligned}$$

Řešení: jedno $\iff a \neq 5$

nekonečně $\iff a = 5 \wedge b = 2$

žádné $\iff a = 5 \wedge b \neq 2$

Matematika II — jaro 2005 — 2. test — sk. O — 2.5.2005

Jméno: ....
UČO: ....

Hodnocení					

1. (1 bod) Spočítejte součiny matic $A \cdot B$ a $B \cdot A$, pokud existují, kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -2 \\ 1 & -3 & 0 \\ 1 & 7 & -2 \end{pmatrix} \qquad B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

2. (1 bod) Nechť $C = (c_{ij})$ je matice typu n krát n daná vztahem

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad i \le j \\ -1 & \text{pro} \quad i > j. \end{cases}$$

Spočítejte první řádek v součinu $D = C \cdot C$, $D = (d_{ij})$. $\quad d_{1j} = 2j - n$

3. (2 body) Určete determinant matice F.

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad |F| = 6$$

4. (2 body) Určete matici inverzní k matici G.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad G^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. (2 body) Určete všechna řešení následující soustavy lineárních rovnic v tělese reálných čísel.

$$\begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

$\{(-1 + 6t, 1 - 4t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$

6. (2 body) Určete všechna reálná čísla a, b taková, že následující soustava lineárních rovnic v tělese reálných čísel má jedno, resp. nekonečně mnoho, resp. žádné řešení. (Množinu řešení již není třeba vypisovat.)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 \qquad\quad + ax_3 &= b \end{aligned}$$

Řešení: jedno $\iff a \ne 1$

nekonečně $\iff a = 1 \wedge b = 3$

žádné $\iff a = 1 \wedge b \ne 3$

Matematika II — jaro 2005 — 2. test — sk. Z — 2.5.2005

Jméno: ....
UČO: ....

Hodnocení					

1. (1 bod) Spočítejte součiny matic $A \cdot B$ a $B \cdot A$, pokud existují, kde

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \qquad B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \\ -7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. (1 bod) Nechť $C = (c_{ij})$ je matice typu n krát n daná vztahem

$$c_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{pro} \quad i \leq j \\ 0 & \text{pro} \quad i > j. \end{cases}$$

Spočítejte druhý řádek v součinu $D = C \cdot C$, $D = (d_{ij})$. $\quad d_{2j} = 4(j-1)$

3. (2 body) Určete determinant matice F.

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad |F| = -12$$

4. (2 body) Určete matici inverzní k matici G.

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad G^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. (2 body) Určete všechna řešení následující soustavy lineárních rovnic v tělese reálných čísel.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 3 \end{aligned}$$

$\{(3 - 4t, -1 + t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$

6. (2 body) Určete všechna reálná čísla a, b taková, že následující soustava lineárních rovnic v tělese reálných čísel má jedno, resp. nekonečně mnoho, resp. žádné řešení. (Množinu řešení již není třeba vypisovat.)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + ax_3 &= b \end{aligned}$$

Řešení: jedno $\iff a \neq 4$

nekonečně $\iff a = 4 \wedge b = 2$

žádné $\iff a = 4 \wedge b \neq 2$

Matematika II — jaro 2005 — 2. test — sk. Žl — 2.5.2005

Jméno: ....
UČO: ....

Hodnocení					

1. (1 bod) Spočítejte součiny matic $A \cdot B$ a $B \cdot A$, pokud existují, kde

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

2. (1 bod) Nechť $C = (c_{ij})$ je matice typu n krát n daná vztahem

$$c_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{pro} \quad i \leq j \\ -2 & \text{pro} \quad i > j. \end{cases}$$

Spočítejte první řádek v součinu $D = C \cdot C$, $D = (d_{ij})$. $d_{1j} = 4(2j - n)$

3. (2 body) Určete determinant matice F.

$$F = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad |F| = 2$$

4. (2 body) Určete matici inverzní k matici G.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \qquad G^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. (2 body) Určete všechna řešení následující soustavy lineárních rovnic v tělese reálných čísel.

$$\begin{array}{rcrcrl} 3x_1 & + & 5x_2 & + & 2x_3 & = 3 \\ x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & = 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = 0 \end{array}$$

$\{(6 + 6t, -3 - 4t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$

6. (2 body) Určete všechna reálná čísla a, b taková, že následující soustava lineárních rovnic v tělese reálných čísel má jedno, resp. nekonečně mnoho, resp. žádné řešení. (Množinu řešení již není třeba vypisovat.)

$$\begin{array}{rcrcrl} x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = 1 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & = 1 \\ 2x_1 & & & + & ax_3 & = b \end{array}$$

Řešení: jedno $\iff a \neq -5$

nekonečně $\iff a = -5 \wedge b = 2$

žádné $\iff a = -5 \wedge b \neq 2$