

Demonstované cvičení k přednášce Matematika I
14.3.2006

Příklad 1. Z Těšína vyjíždí vlaky co půl hodinu (směrem na Bohumín) a z tohoto směru přijíždějí také každé půl hodiny. Předpokládejme, že vlaky se mezi těmito dvěma stanicemi pohybují rovnoměrnou rychlostí 90km/h a jsou dlouhé 100metrů , cesta trvá 30min . Hazardér Jarda si vybere jeden z těchto vlaků a během cesty z Těšína do Bohumína náhodně vystrčí hlavu z okna na pět vteřin nad kolejiště pro protější směr. Jaká je pravděpodobnost, že mu bude uražena? (předpokládáme, že jiné než zmíněné vlaky na trati nejezdí)

Řešení. Vzájemná rychlost protijedoucích vlaků je 50m/s , protijedoucí vlak mine Jardovo okno za dvě sekundy. Každý vlak potká na cestě mezi Těšínem a Bohumínem právě jeden protijedoucí vlak. Pravděpodobnost uražení hlavy je tedy $7/1800$. □

Příklad. 2. *Je dána přímka*

$$p : [2, 0] + t(3, 2).$$

Určete její obecnou rovnici a nalezněte průnik s přímkou

$$r : [-1, 2] + s(1, 3).$$

Řešení. $[-19/7, -22/7]$.

□

Příklad 3. *Určete, které strany čtyřúhelníka s vrcholy $[95, 99]$, $[130, 106]$, $[40, 60]$, $[130, 120]$ jsou viditelné z bodu $[2, 0]$.*

Řešení. Nejprve je třeba určit strany čtyřúhelníka („správné“ pořadí vrcholů): $[95, 99][40, 60][130, 106][130, 120]$. Po spočítání příslušných determinantů (viz přednáška) zjistíme, že jsou vidět pouze strana $[40, 60][130, 106]$.

□

Příklad. 4. Určete obsah čtyřúhelníka s vrcholy $[1, 0][11, 13][2, 5][−2, −5]$.

Řešení. Rozdělíme na dva trojúhelníky a spočítáme pomocí vzorce z přednášky.

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 10 & 13 \end{vmatrix} + \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -3 & -5 \end{vmatrix} = \frac{47}{2}.$$

□

Příklad. 7. *Určete počet injektivních zobrazení množiny $\{1, 2, 3\}$ do množiny $\{1, 2, 3, 4, 5\}$*

Příklad. 8. *Určete počet surjektivních zobrazení množiny $\{1, 2, 3, 4\}$ na množinu $\{1, 2, 3\}$*

Příklad 9. *Určete počet relací ekvivalence na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ takových, že prvky 1 a 2 jsou v ekvivalenci.*

Příklad. 10. *Určete počet relací uspořádání na množině $\{a, b, c\}$.*