

**Příklady na cvičení k přednášce Matematika I**  
k odevzdání v týdnu 17. – 21. dubna 2006

**Příklad 1.** Uvažujme komplexní polynomy stupně nejvýše  $k$  (tj. funkce tvaru  $a_k x^k + \dots + a_1 x + a_0$ ,  $a_i \in \mathbb{C}$ ,  $i = 0 \dots k$ ) s operací sčítání funkcí. Ukažte, že jde o vektorový prostor nad reálnými čísly a napište nějakou jeho bazi. Jaká je jeho dimenze?

**Příklad 2.** Rozhodněte o následujících tvrzeních, jestli jsou pravdivá, či nepravdivá. Buď je dokažte nebo vyvráťte protipříkladem.

1. Každá čtvercová matice  $n \times n$  nad  $\mathbb{R}$  má právě  $n$  reálných vlastních hodnot (každá je počítána tolikrát, jaká je její násobnost).
2. Reálná čtvercová matice  $n \times n$  nad  $\mathbb{R}$  může mít komplexní vlastní hodnotu.
3. Komplexní čtvercová matice  $n \times n$  může mít pouze reálné vlastní hodnoty.

**Příklad 3.** Hráč rulety má následující strategii: přišel hrát se 100 Kč. Vždy všechno, co aktuálně má. Sází vždy na černou (v ruletě je 37 čísel, z toho je 18 černých, 18 červených a nula). Hráč skončí, pokud nic nemá, nebo pokud získá 800 Kč. Zformulujte tuto úlohu jako Markovův proces a napište jeho matici.

**Příklad 4.** Uvažujme situaci z předchozího případu a předpokládejme, že pravděpodobnost výhry i prohry je  $1/2$ . Označme matici procesu  $A$ . Bez použití výpočetního software určete  $A^{100}$ .