MB101 – 4. demonstrovaná cvičení
Geometrická pravděpodobnost a geometrie v rovině

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

13.3. 2007

Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne

2. Návodné úlohy
   - Geometrická pravděpodobnost a geometrie v rovině

Příklad 1. *Ze skupiny devíti mužů a čtyř žen náhodně vybereme skupinu pěti lidí. Jaká je pravděpodobnost, že v ní budou alespoň tři ženy?*

Příklad 1. *Ze skupiny devíti mužů a čtyř žen náhodně vybereme skupinu pěti lidí. Jaká je pravděpodobnost, že v ní budou alespoň tři ženy?*

Řešení.

$$\frac{9+\binom{4}{3}\binom{9}{2}}{\binom{13}{5}}.$$

$\square$

Příklad 2. *Ročně zahyne na silnicích v ČR přibližně 1200 lidí. Určete pravděpodobnost, že někdo ze studentů, kteří mají zapsán předmět Matematika I (nyní 174), zemře v následujících dvaceti letech při dopravní nehodě v ČR. Předpokládejte, že počet obyvatel ČR je konstantní a to* 10^7 *obyvatel a že každý má v jednom roce stejnou „šanci“ stát se účastníkem smrtelné dopravní nehody a to* $1200/10^7$.

Příklad 2. *Ročně zahyne na silnicích v ČR přibližně 1200 lidí. Určete pravděpodobnost, že někdo ze studentů, kteří mají zapsán předmět Matematika I (nyní 174), zemře v následujících dvaceti letech při dopravní nehodě v ČR. Předpokládejte, že počet obyvatel ČR je konstantní a to* 10^7 *obyvatel a že každý má v jednom roce stejnou „šanci" stát se účastníkem smrtelné dopravní nehody a to* $1200/10^7$.

Řešení.

$$1-(1-\frac{12}{10^5})^{3480} \doteq 0,34.$$

□

Příklad 3. *Kolika způsoby lze rozestavit n věží na šachovnici $n \times n$ tak, aby bylo každé neobsazené pole ohrožováno některou z věží?*

Příklad 3. *Kolika způsoby lze rozestavit n věží na šachovnici $n \times n$ tak, aby bylo každé neobsazené pole ohrožováno některou z věží?*

Řešení. Daná rozestavení jsou sjednocením dvou množin: množiny rozestavení, kdy je alespoň v jednom řádku jedna věž (tedy v každém řádku právě jedna) a množiny rozestavení, kdy je v každém sloupci alespoň (tedy právě) jedna věž. Podle principu inkluze a exkluze je počet hledaných rozestavení:

$$2n^n - n!$$

□

Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne

2. Návodné úlohy
   - Geometrická pravděpodobnost a geometrie v rovině

Příklad *Dvoumetrová tyč je náhodně rozdělena na tři díly. Určete pravděpodobnost, že alespoň jeden díl bude nejvýše* 20 cm *dlouhý.*

Příklad *Mirek a Marek jezdí autem z Brna do Prahy. Mirek jezdí průměrnou rychlostí* 100 *km/h, Marek* 120 *km/h. Každý z nich vyrazí náhodně někdy mezi osmou a dvanáctou hodinou dopolední. Jaká je pravděpodobnost, že Mirek přijede do Prahy dříve? Vzdálenost Brno-Praha uvažujme rovnu* 200 *km.*

Příklad *Spočítejte obsah trojúhelníka daného body* $[1, 1], [8, 8], [3, 5]$

Příklad *Rovinný fotbalista vystřelí míč z bodu* $[1, 0]$ *ve směru* $(3, 4)$ *na bránu (úsečku) ohraničenou body* $[23, 36]$,$[26, 30]$

Příklad *Rozhodněte, které strany trojúhelníka* $[3,4][5,7][4,10]$ *jsou viditelné z bodu* $[-4,1]$.

Příklad *Napište souřadnice vrcholů trojúhelníka, který vznikne otočením rovnostranného trojúhelníka jehož dva vrcholy jsou* $[1,1]$ *a* $[2,3]$ *(třetí pak v polorovině dané přímkou* $[1,1][2,3]$ *a bodem* $[0,0]$*) o* 60° *v kladném smyslu kolem bodu* $[0,0]$.

Příklad *Napište souřadnice vrcholů trojúhelníka, který vznikne otočením rovnostranného trojúhelníka jehož dva vrcholy jsou* $[1,1]$ *a* $[2,3]$ *(třetí pak v polorovině dané přímkou* $[1,1][2,3]$ *a bodem* $[0,0]$*) o* 60° *v kladném smyslu kolem bodu* $[0,0]$*.*

Řešení. Třetí vrchol trojúhelníka dostaneme např. otočením o 60° jednoho z vrcholů kolem druhého (ve správném smyslu).
$[-\frac{3}{2}\sqrt{3}, \sqrt{3}-\frac{1}{2}]$, $[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\sqrt{3}+\frac{1}{2}]$), $[1-\frac{3}{2}\sqrt{3}, \sqrt{3}+\frac{3}{2}]$. □