

Sada domácích úloh k přednášce Matematika IV
k odevzdání v týdnu 19. – 23. února 2007

Příklad 1. Rozhodněte o následujících množinách a operacích, jaké tvoří struktury (grupoid, pologrupa, zda existují levé (pravé) neutrální prvky, grupa):

1. podmnožiny množiny přirozených čísel spolu s operací sjednocení
2. přirozená čísla spolu s binární operací největší společný dělitel
3. přirozená čísla spolu s binární operací nejmenší společný násobek
4. množina všech invertibilních matic 2×2 nad \mathbb{R} spolu se sčítáním
5. množina všech matic 2×2 nad \mathbb{R} spolu s násobením matic
6. množina všech matic 2×2 spolu s odčítáním matic
7. množina všech invertibilních matic 2×2 nad \mathbb{Z}_2 s násobením matic
8. množina \mathbb{Z}_6 spolu s násobením (modulo 6)
9. množina \mathbb{Z}_7 spolu s násobením (modulo 7)

Svá tvrzení zdůvodněte (proč je něco např. pouze grupoid a není pologrupa ...). U třetího příkladu od konce sestavte tabulku dané operace.

Příklad 2. Určete grupu symetrií krychle (popište všechny symetrie). Je tato grupa komutativní? Pokuste se sestavit alespoň část tabulky operace skládání symetrií.

Příklad 3. Rozložte na součin transpozic následující permutaci:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 6 & 7 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Spočtete σ^{336} .