

**Příklady na cvičení k přednášce Matematika II**  
k odevzdání v týdnu 25. – 29. února 2008

**Příklad 1.** Určete hromadné, izolované, hraniční a vnitřní body následujících podmnožin v  $\mathbb{R}$ :

1.  $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$
2.  $\mathbb{Q}$
3.  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x^3 < 1\}$ .

Svá tvrzení zdůvodněte.

**Příklad 2.** Udejte příklad

1. podmnožiny v  $\mathbb{R}$ , která není ani otevřená ani uzavřená,
2. podmnožiny v  $\mathbb{R}$ , která je uzavřená, ale není kompaktní,
3. nekonečně mnoha uzavřených podmnožin  $\mathbb{R}$  jejichž sjednocením je otevřená množina,
4. nekonečně mnoha otevřených podmnožin  $\mathbb{R}$  jejichž průnikem je uzavřená množina.

**Příklad 3.** Buď  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definována následovně:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - x + 1 & \text{jestliže } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{jestliže } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

Určete, ve kterých bodech je  $f$  spojitá. Zdůvodněte.