

## 2. zápočtová písemka

*Matematika IV, jaro 2008, skupina B*

Jméno, UČO:.....

1.	2.	3.	4.	5.	celkem

**Příklad 1.** (10 bodů: 2 body za každou část)

1. Házíme klasickou šestistěnnou kostkou. Uveďte příklad dvou jevů takových, že pravděpodobnost průniku těchto jevů NENÍ rovna součinu pravděpodobností jednotlivých jevů.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Házíme čtyřmi kostkami. Jaký je jev opačný k jevu  $J$ : Na všech kostkách padnou čísla větší než pět.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. Náhodná veličina  $X$  udává, kolik padne pětek při hodu sedmi kostkami. Jaké rozložení má náhodná veličina  $X$ ?
  - (a)  $X \sim Bi(7, \frac{1}{6})$
  - (b)  $X \sim N(0, 1)$
  - (c)  $X \sim Rd(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
  - (d) Ani jedna z možností
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. Načrtněte graf hustoty pravděpodobnosti náhodné veličiny  $X \sim N(5, 16)$ . Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $X$ .
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. Jaká je pravděpodobnost, že libovolný bod uvnitř krychle o straně  $a$  leží uvnitř koule do krychle vepsané. Své tvrzení dokažte výpočtem. (Nápověda: Objem koule o poloměru  $r$  je  $\frac{4}{3}\pi r^3$ )

**Příklad 2.** (5 bodů)

Při výrobě gumových medvídků se používají dva přístroje. Jeden z nich vyrobí za minutu 1000 medvídků, druhý pouze 500. Každý dvacátý medvídek z prvního přístroje je zmetek. Z druhého přístroje je to každý desátý. S jakou pravděpodobností je náhodně vybraný medvídek vyrobený těmito přístroji v pořádku?

**Příklad 3.** (5 bodů)

Čtyřikrát hodíme mincí. Náhodná veličina  $X$  nechť nám udává, kolikrát padl rub. Určete pravděpodobnostní a distribuční funkci náhodné veličiny  $X$ . Načrtněte grafy obou funkcí. Dále určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $X$ .

**Příklad 4.** (5 bodů)

Spojitá náhodná veličina  $X$  má hustotu pravděpodobnosti  $f(x) = a \cdot \frac{x^3}{2}$  na intervalu  $(0, 2)$ , nulovou jinde. Určete konstantu  $a$ . Dále najděte distribuční funkci náhodné veličiny  $X$  a určete  $P(0,5 < X \leq 1)$ .

**Příklad 5.** (5 bodů)

Čas řešení jisté úlohy (v sekundách) má normální rozložení  $N(\mu = 30, \sigma^2 = 36)$ .

1. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba vyřeší úlohu za 25 a méně sekund?
2. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba bude řešit úlohu déle než 35 sekund?
3. Stanovte časový limit, který splní 60% řešitelů úlohy.

*Hodně štěstí!*