MB101 Matematika I - 4. demonstrované cvičení

Jan Herman

17. března 2009

Obsah

Relace

Příklad 1

Určete počet B_n relací ekvivalence na množině $\{1, 2, \ldots, n\}$ pro $n = 1, 2, 3, 4$.

Poznámka

Dokážete vymyslet vztah pro obecné n?

Relace

Příklad 1

Určete počet B_n relací ekvivalence na množině $\{1, 2, \dots, n\}$ pro $n = 1, 2, 3, 4$.

Poznámka

Dokážete vymyslet vztah pro obecné n?

Relace

Příklad 2

Nechť je na množině $\{a, b, c, d\}$ dána relace R. Rozhodněte, zda je R relací uspořádání (příp. zda se jedná o úplné uspořádání) nebo relací ekvivalence, je-li

(a) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (b, a), (b, c), (b, d)\}$,

(b) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (d, a), (a, d)\}$,

(c) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$,

(d) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (b, a), (a, b), (b, c), (c, b)\}$,

(e) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (b, a), (a, b), (b, c), (c, b), (a, c), (c, a)\}$,

(f) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)\}$.

Relace

Příklad 3

Rozhodněte, zda následující relace na množine M jsou relace ekvivalence:
(1) $M = f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, (f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(0)$
(2) $M = f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, (f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(1)$
(3) M je množina přímek v rovině, dvě přímky jsou v relaci, jestliže se neprotínají
(4) M je množina přímek v rovině, dvě přímky jsou v relaci, jestliže jsou rovnoběžné
(5) $M = \mathbb{N}, (m \sim n) \Leftrightarrow S(m) + S(n) = 20$, kde $S(n)$ značí ciferný součet čísla n
(6) $M = \mathbb{N}, (m \sim n) \Leftrightarrow 7|a - b$

Relace

Příklad 4

Nakreslete hasseovský diagram uspořádané množiny $(2^A, \subseteq)$ (graf uspořádání $\subseteq$ na systému $P(A)$ všech podmnožin dané množiny A) pro $A = \{\}$, $A = \{1\}$, $A = \{1, 2\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, ...

Příklad 5

Najděte všechny ekvivalence $\sim$ na množině $\mathbb{Z}$, které respektují operaci $+$ (tj. $a \sim b, c \sim d \Rightarrow a + c \sim b + d$). Jak se situace změní, budeme-li uvažovat jako nosnou množinu $\mathbb{N}$?

Relace

Příklad 4

Nakreslete hasseovský diagram uspořádané množiny $(2^A, \subseteq)$ (graf uspořádání $\subseteq$ na systému $P(A)$ všech podmnožin dané množiny A) pro $A = \{\}$, $A = \{1\}$, $A = \{1, 2\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $\dots$.

Příklad 5

Najděte všechny ekvivalence $\sim$ na množině $\mathbb{Z}$, které respektují operaci $+$ (tj. $a \sim b, c \sim d \Rightarrow a + c \sim b + d$). Jak se situace změní, budeme-li uvažovat jako nosnou množinu $\mathbb{N}$?

Relace

Příklad 6 (**)

Kolik je relací uspořádání na množině $\{1, 2, \dots, n\}$? Kolik z nich je úplných?

Příklad 7 (**)

Ukažte, že na množině celých čísel existuje nespočetně mnoho po dvou neizomorfních úplných uspořádání.

Relace

Příklad 6 (**)

Kolik je relací uspořádání na množině $\{1, 2, \ldots, n\}$? Kolik z nich je úplných?

Příklad 7 (**)

Ukažte, že na množině celých čísel existuje nespočetně mnoho po dvou neizomorfních úplných uspořádání.