

MB101 Matematika I - 13. demonstrované cvičení

Jan Herman

May 12, 2009

Obsah

- 1 Diagonalizovatelné matice
- 2 Definitní matice

Diagonalizovatelné matice

Příklad 1

Které z matic

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -13 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -30 & 12 & 9 & 5 \\ -12 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \text{ jsou diagonalizovatelné?}$$

Mocniny diagonalizovatelných matic

Příklad 2

Vypočítejte A^5 a A^{-3} , je-li $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Příklad 3

Vyjádřete M^k pro každou diagonalizovatelnou matici M z příkladu 1 a každé $k \in \mathbb{Z}$.

Mocniny diagonalizovatelných matic

Příklad 2

Vypočítejte A^5 a A^{-3} , je-li $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Příklad 3

Vyjádřete M^k pro každou diagonalizovatelnou matici M z příkladu 1 a každé $k \in \mathbb{Z}$.

Pozitivně a negativně (semi)definitní matice

Příklad 4

Zjistěte, zda jsou matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

pozitivně (semi)definitní, negativně (semi)definitní.