

**11. sada domácích úloh k přednášce Matematika I**  
k odevzdání 10. května 2010

**Příklad 1.** Uvažujme následující model bujení byrokracie: počítejme, že každé místo úředníka je na 30 let. V prvních deseti letech úředník nevytváří nová místa. V druhých deseti letech úředník vytvoří v průměru 2 nová úřednická místa a ve třetí desetiletce svého působení jedno nové úřednické místo. Žádné úřednické místo nezaniká. Popište, jak bude růst úřednický aparát (poroste asymptoticky jako jistá geometrická řada). Na jakém poměru se ustálí poměr počtu nových, středně starých a starých míst?

**Příklad 2.** Uvažujme následující model počasí: budeme pracovat pouze se třemi stavy: jasno, polojasno (či oblačno) a zataženo (či déšť). Pokud je jasno, tak další den bude s pravděpodobností  $1/2$  opět jasno, s pravděpodobností  $1/4$  oblačno a s pravděpodobností  $1/4$  bude další den pršet. Pokud je polojasno, tak další den může nastat libovolný z uvažovaných druhů počasí se stejnou pravděpodobností. Pokud prší, tak další den bude s pravděpodobností  $2/5$  opět pršet, s pravděpodobností  $2/5$  bude oblačno a s pravděpodobností  $1/5$  bude jasno. S jakou pravděpodobností bude podle tohoto modelu v náhodně zvolený den jasno?

**Příklad 3.** Nalezněte jedinou posloupnost vyhovující rekurentní rovnici

$$x_{n+2} = 4x_{n+1} - x_n - 2n,$$

s počátečními podmínkami  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ .